

Informatika 0

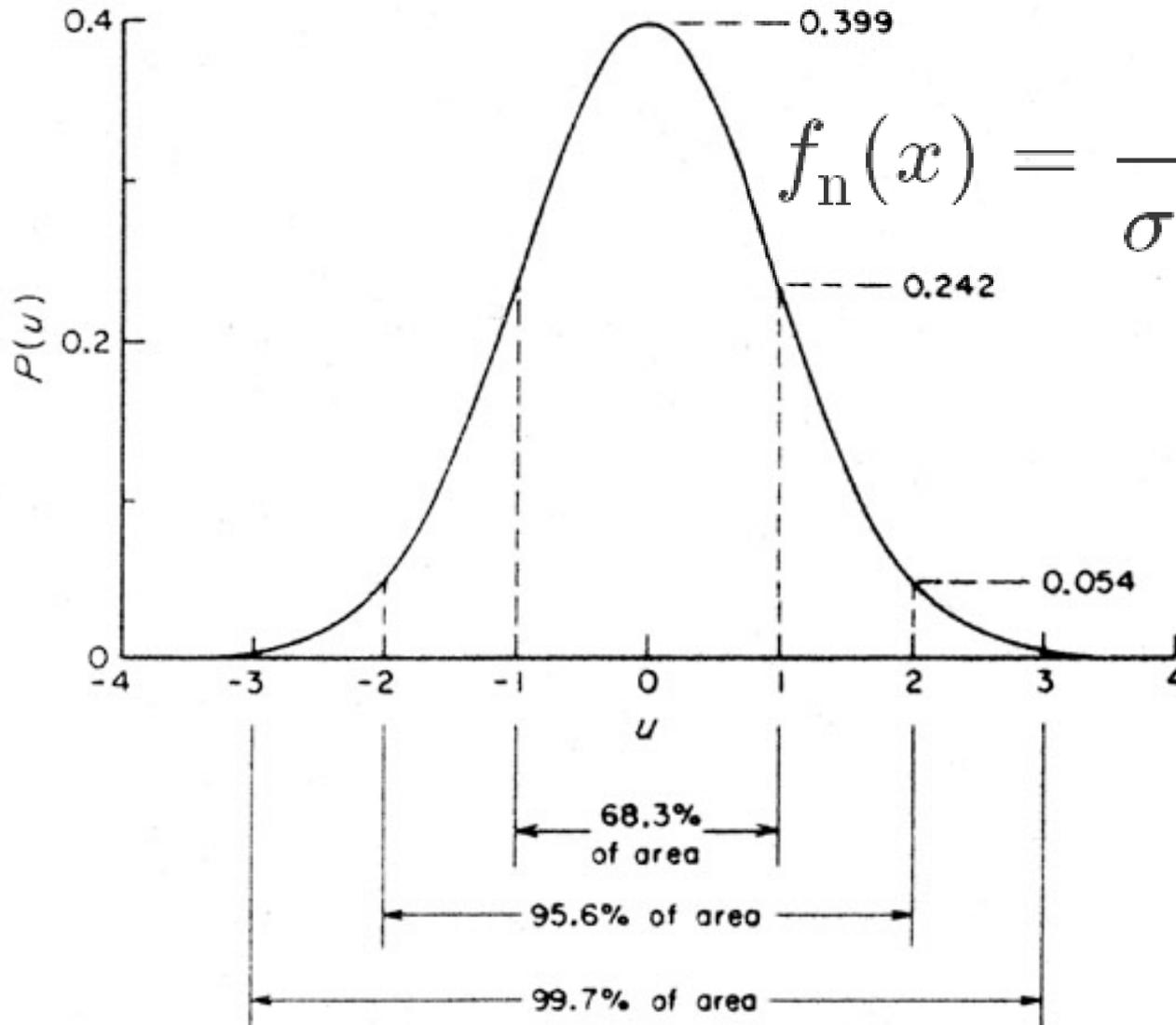
J. Blažej

4. část

Gaussova funkce

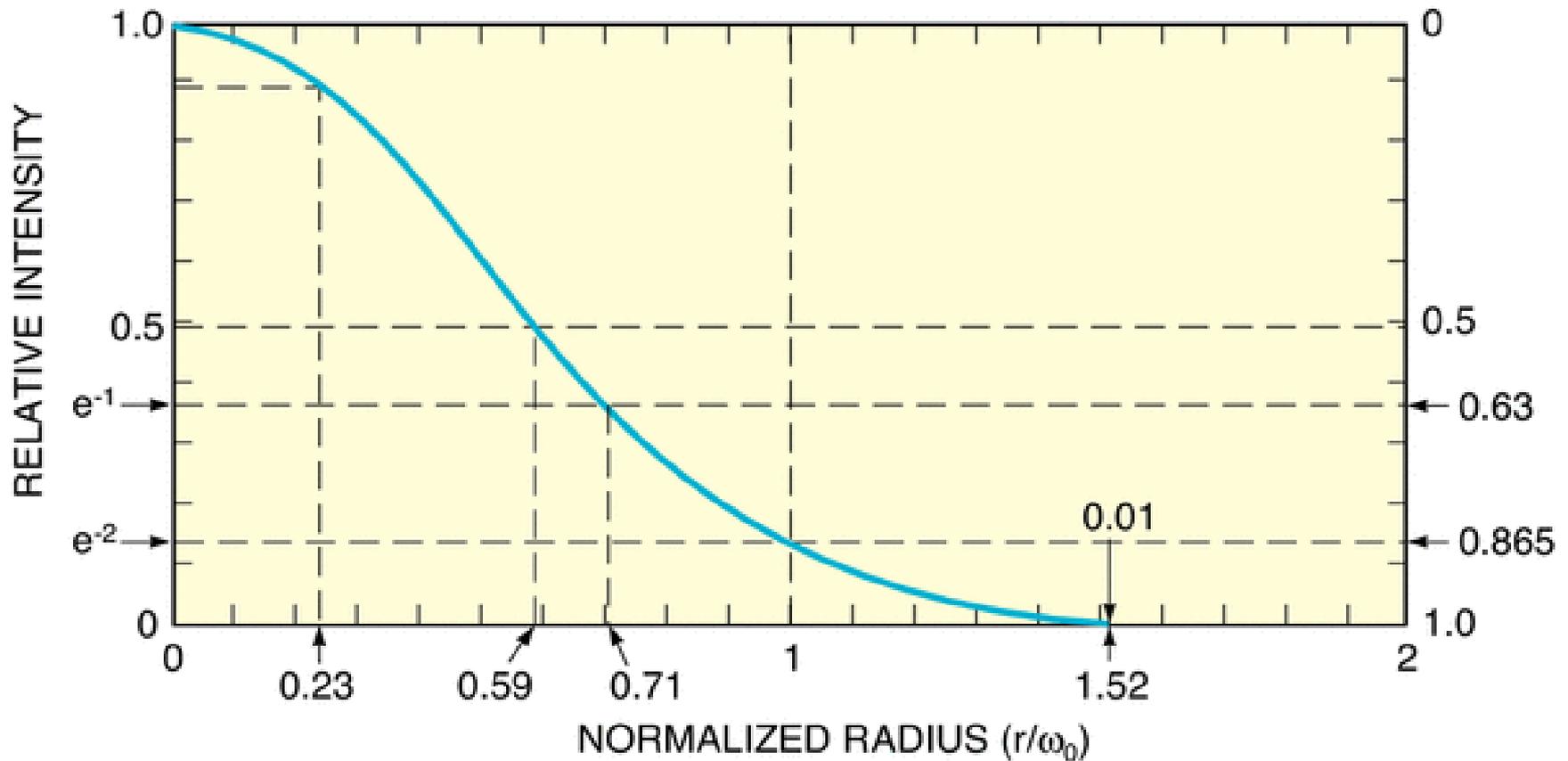
- reálná funkce reálné proměnné
- modeluje mnoho přírodních jevů
 - normální rozdělení pravděpodobnosti
 - příčný profil intenzity laserového svazku (gaussovské svazky)
 - časový průběh intenzity laserového impulsu
 - gaussovský filtr při zpracování obrazů
 - ...

základní varianty 1 (M)



$$f_n(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

základní varianty 2 (F)



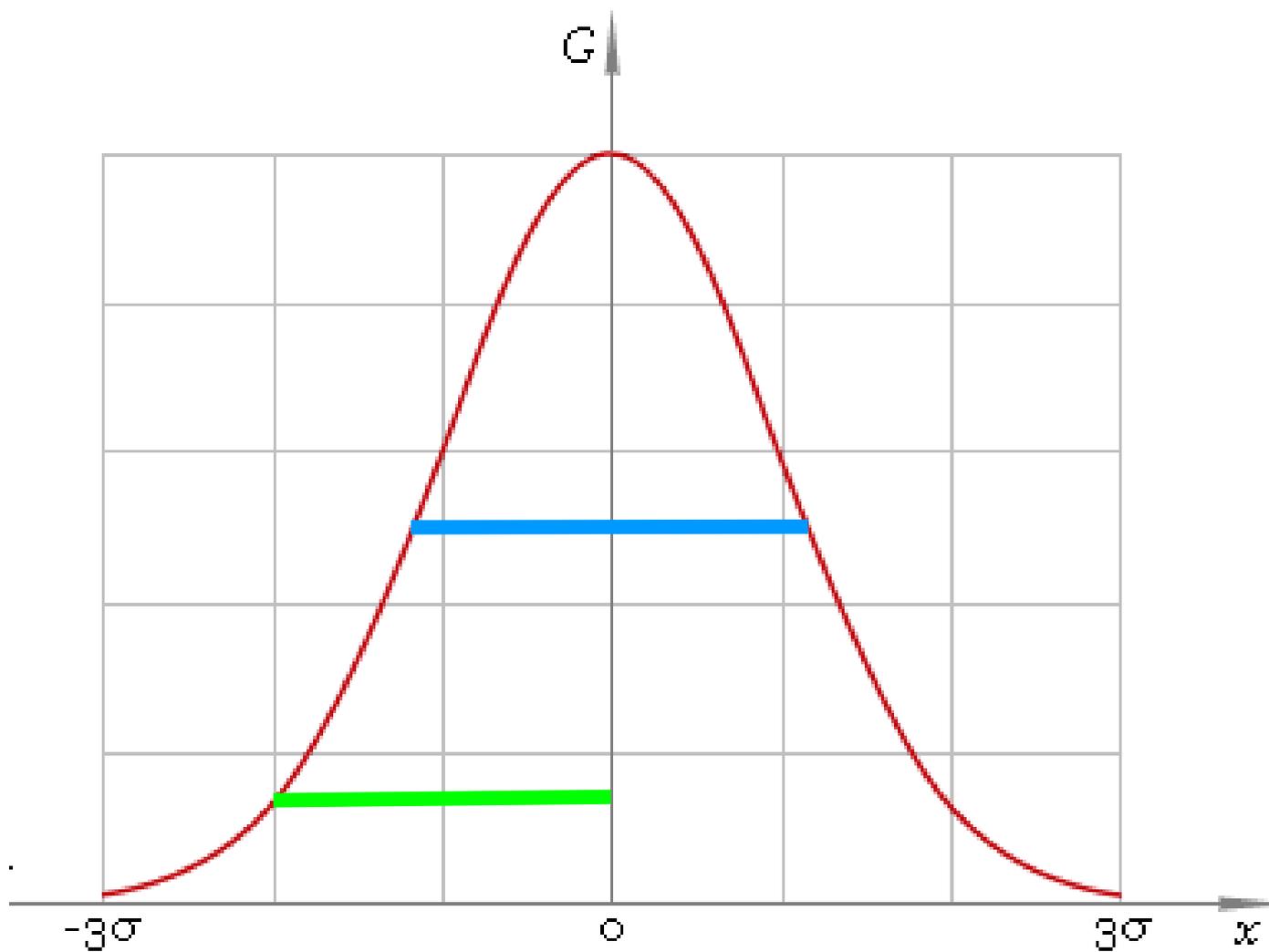
$$I(r, z) = \frac{|E(r, z)|^2}{2\eta} = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left(\frac{-2r^2}{w^2(z)} \right),$$

normalize

$$f_n(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$I(r, z) = \frac{|E(r, z)|^2}{2\eta} = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left(\frac{-2r^2}{w^2(z)} \right),$$

sigma, šírka a pološířka



vztah mezi parametry

$$I(r, z) = \frac{|E(r, z)|^2}{2\eta} = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left(\frac{-2r^2}{w^2(z)} \right),$$

Full Width at Half of Maximum

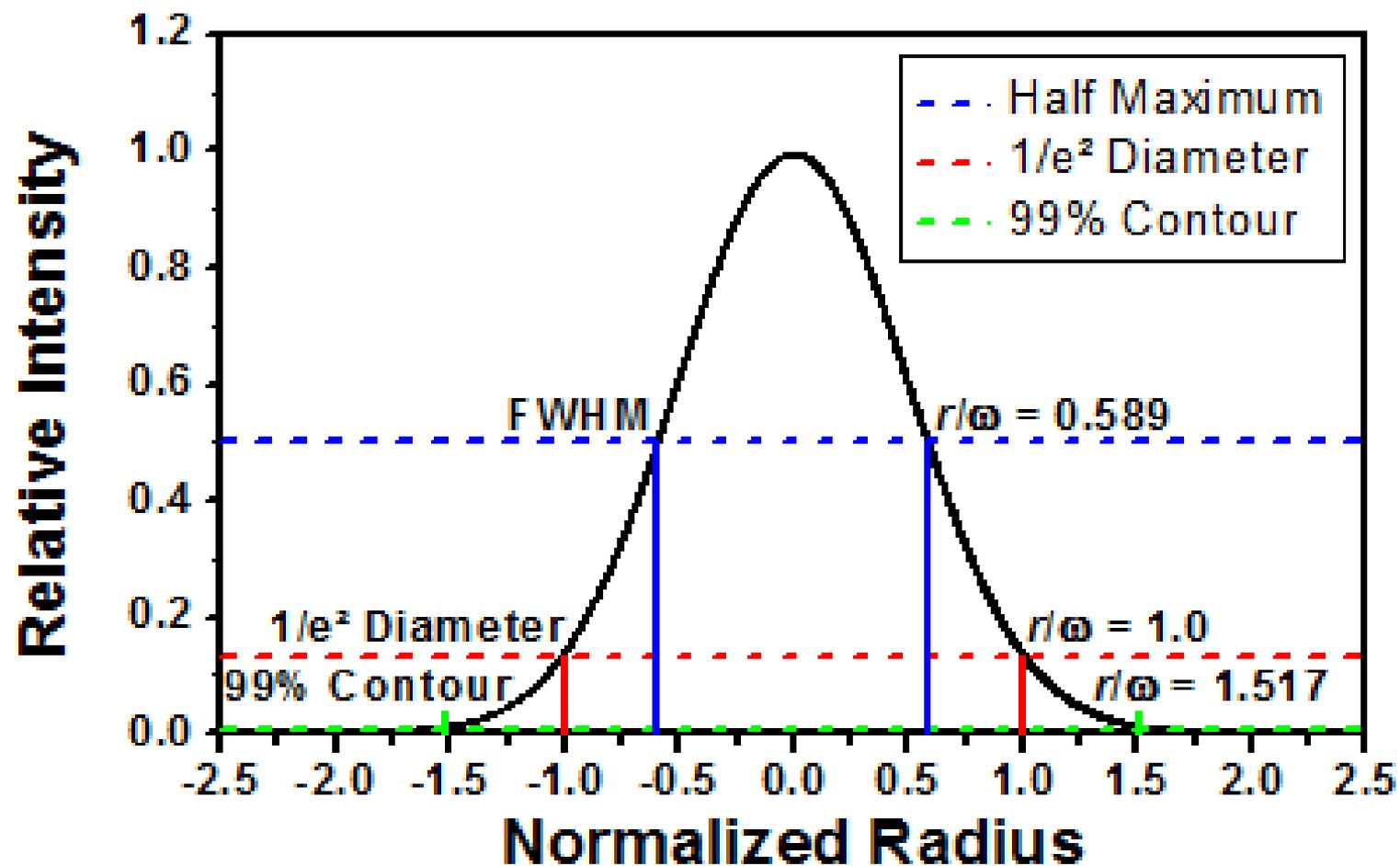
$$I(r) = I_0 e^{\frac{-2r^2}{w_0^2}} \quad FWHM = w_0 \sqrt{2 \ln 2}$$

$$FWHM \doteq 1,18 w_0 = 1,18 \cdot 2\sigma = 2,36 \sigma$$

$$w_0 = 2 \sigma$$

poměr ploch

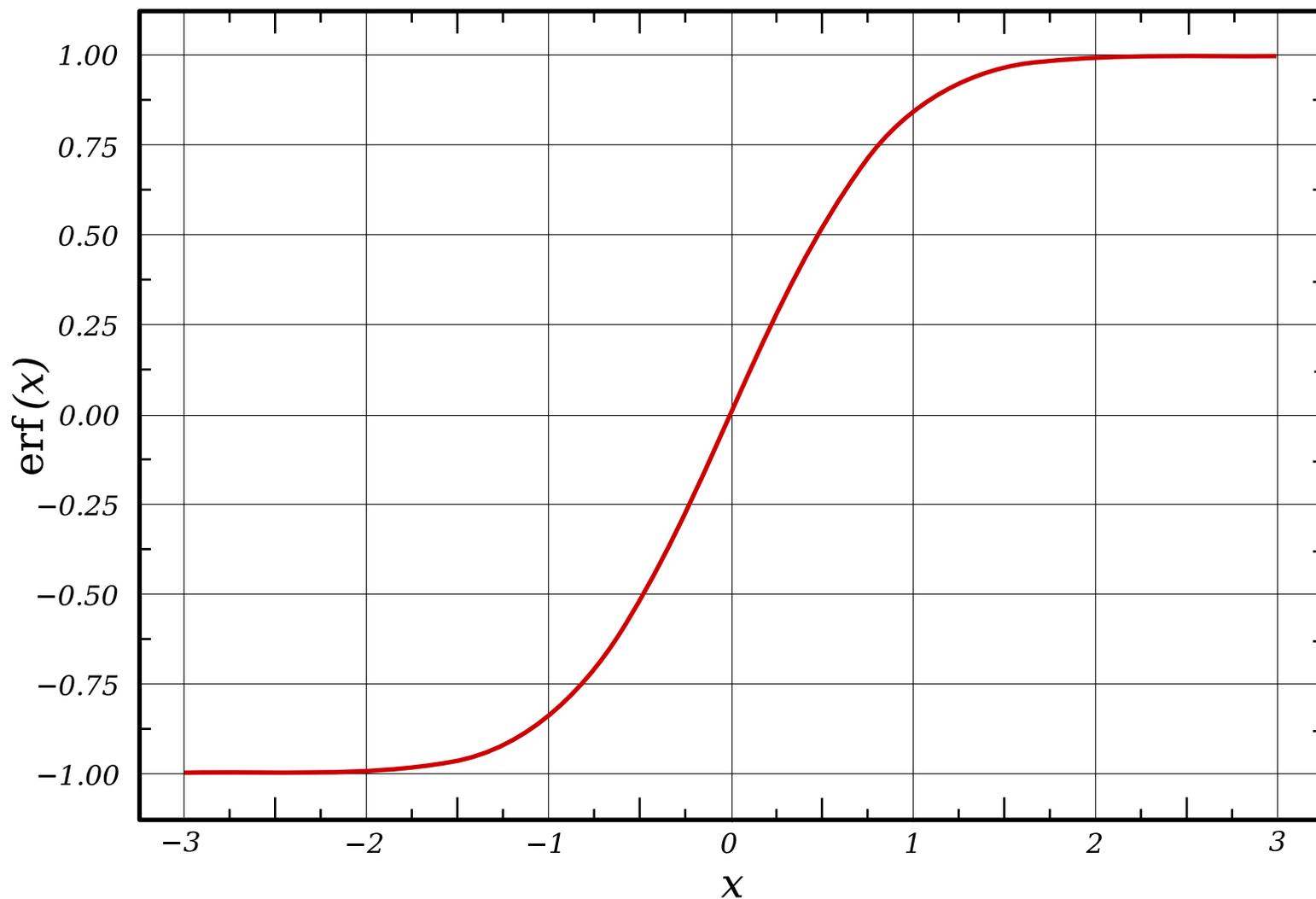
Gaussian Distribution



poměr ploch

$$\frac{\frac{FWHM}{2} \int_{-\frac{FWHM}{2}}^{\frac{FWHM}{2}} I(r) dr}{\int_{-\infty}^{\infty} I(r) dr} = \text{erf}(\sqrt{\ln 2}) = 76 \%$$

erf = chybová funkce



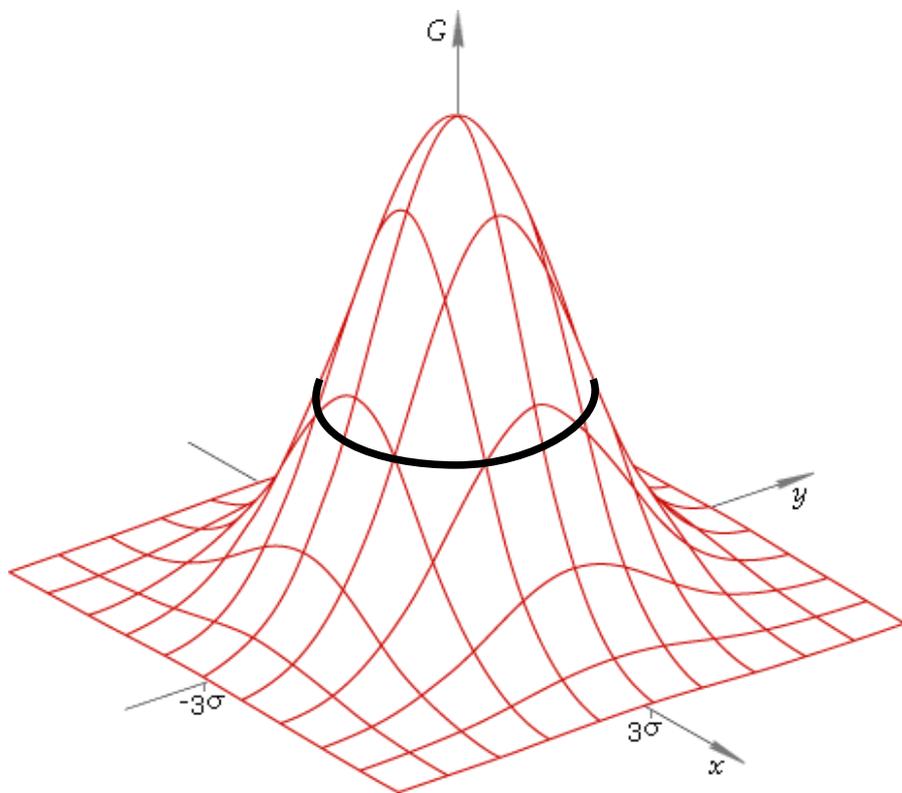
poměr výkonů

- plocha pod křivkou ale není úměrná výkonu, je třeba uvažovat integrál v obou rozměrech, srovnávat objemy
- to vede na analytickou primitivní funkci a změní se výsledné poměry, protože plocha vnějšího mezikruží je mnohem větší než kruhu o průměru FWHM.

poměr výkonů

$$P(r, z) = P_0 \left[1 - e^{-2r^2/w^2(z)} \right] ,$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \pi I_0 w_0^2$$



poměry výkonů

$$P(r) = P_0 \left(1 - e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}} \right)$$

$$\frac{P\left(\frac{FWHM}{2}\right)}{P(\infty)} = 1 - e^{-\ln 2} = \frac{1}{2} = 50 \%$$

$$\frac{P(w_0)}{P(\infty)} = 1 - e^{-2} = 86 \%$$

$$\frac{P(1,5 w_0)}{P(\infty)} = 1 - e^{-4,5} = 99 \%$$

závěr

- v kruhu o průměru FWHM je přenášeno 50 % výkonu

