

Informatika 0

J. Blažej

8. část

Fourierova transformace

- (fyzikální pohled): metoda pro vyjádření signálu pomocí harmonických signálů stejného fyzikálního rozměru
- analogie vyjádření vektoru v nějaké bázi, jen počet rozměrů je nekonečný

Fourierova transformace

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

vlastnosti FT

- FT je lineární
- je-li vzor reálný, pak je obraz sudý

DFT

$$D(n) = \sum_{k=0}^{N-1} d(k) e^{-jnk2\pi/N}, n = 0, \dots, N-1$$

$$d(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} D(n) e^{jnk2\pi/N}, k = 0, \dots, N-1$$

- zde se může uplatnit FFT (jako algoritmus)

typy spekter

- výsledkem FT je komplexní číslo pro každou jednotlivou frekvenci $\text{Re}(\omega)$ a $\text{Im}(\omega)$
- existuje konvence, že se tento komplexní průběh vyjádří polárně jako $A(\omega)$ a $\varphi(\omega)$
- pak $A(\omega)$ je amplitudové spektrum (nebo jen krátce spektrum) a $\varphi(\omega)$ je fázové spektrum
- jako výkonové spektrum se označuje $A(\omega)$ vyjádřené v dBm (a proto obvykle v logaritmickém měřítku)

fyzikální rozměry

- fyzikálním rozměrem nezávislé proměnné výkonového spektra $A(\omega)$ je převrácená hodnota rozměru nezávislé proměnné analyzované veličiny
- časový průběh v sekundách
 - spektrum v 1/s, tj. Hz
- časový průběh v minutách
 - spektrum v šedesátinách Hz
- průběh ve metrech
 - spektrum v reciprokých metrech

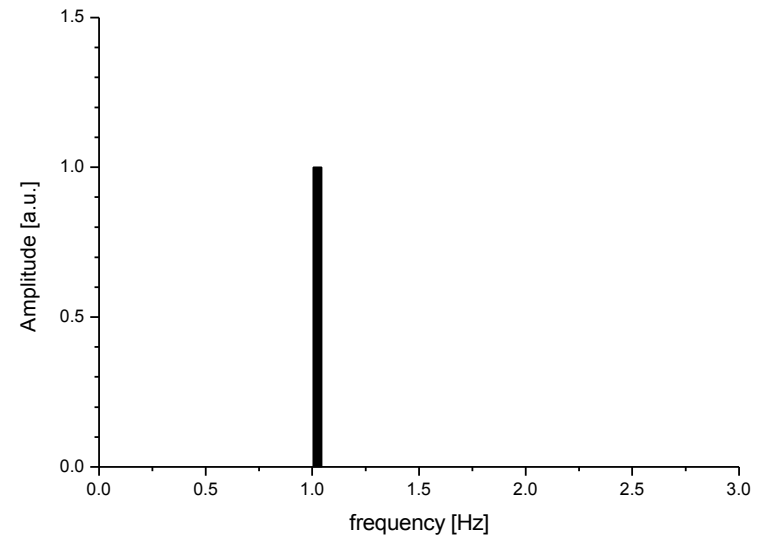
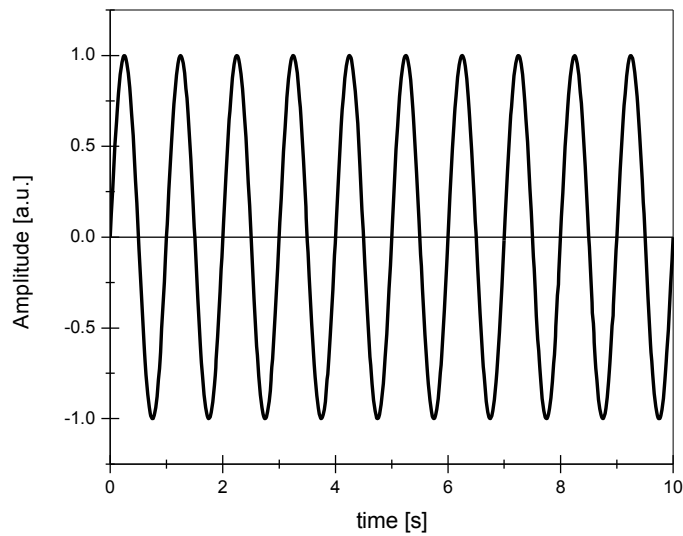
spektrum diskrétního signálu

- maximální frekvence ve spektru je omezena vzorkovacím teorémem

příklad:

- signál měřen v ekvidistantních intervalech 10 s
- spektrum nemůže obsahovat větší frekvenci než 0.05 Hz

příklady spekter



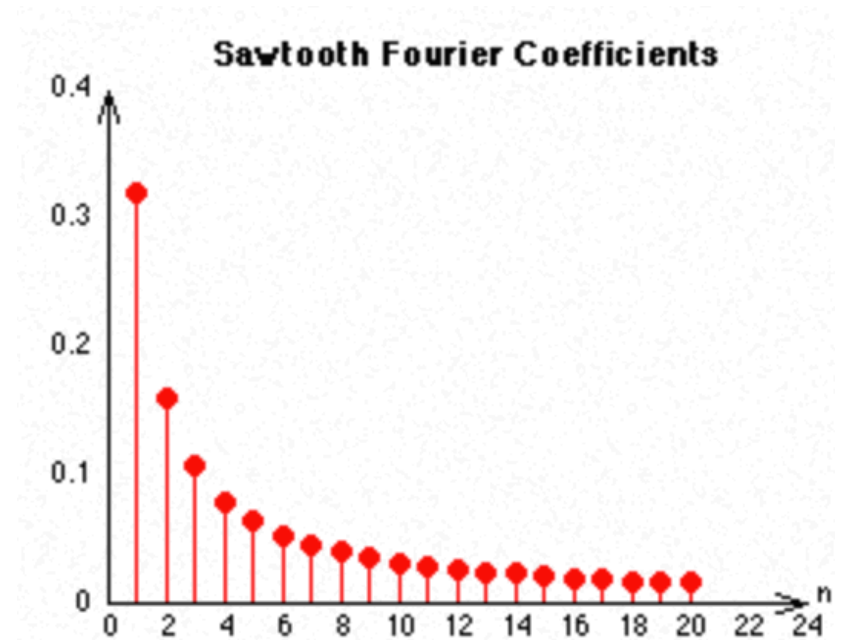
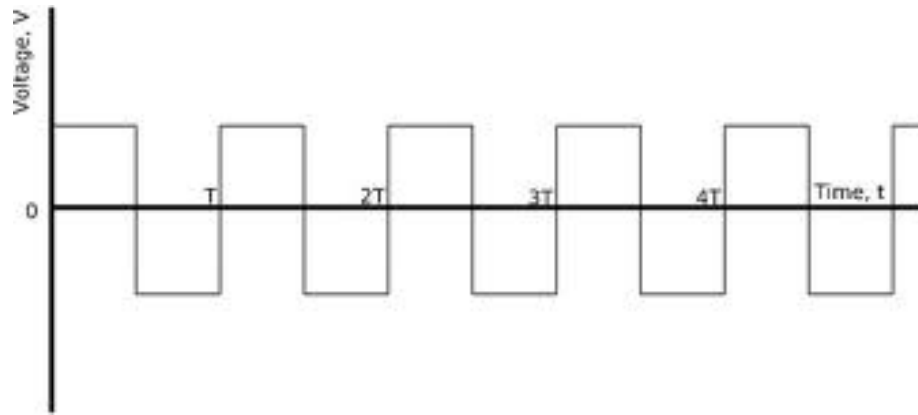
Co se stane, pokud se průběh původní funkce posune do kladných hodnot?

příklady spekter

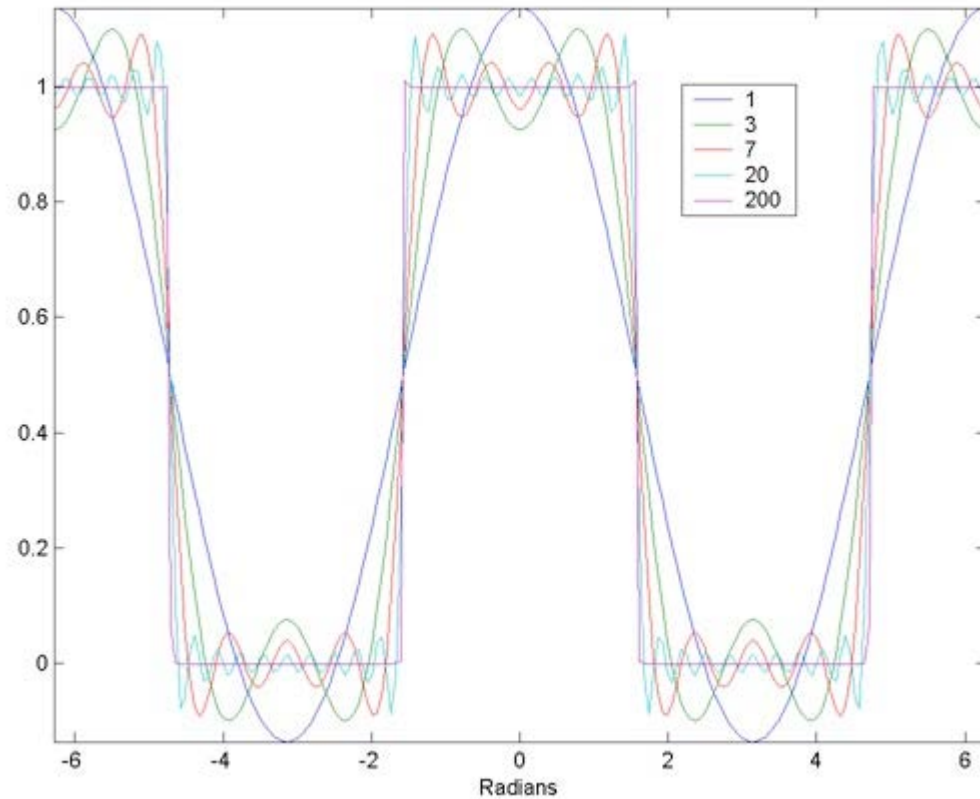
konstanta

příklady spekter

pulzní signál

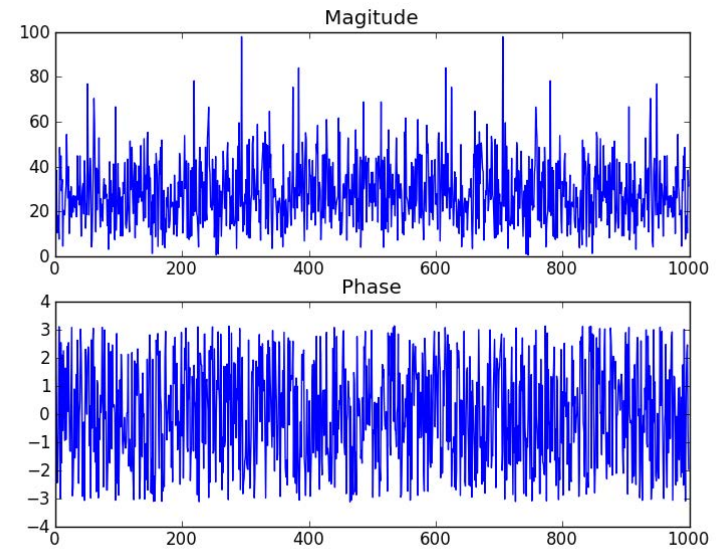
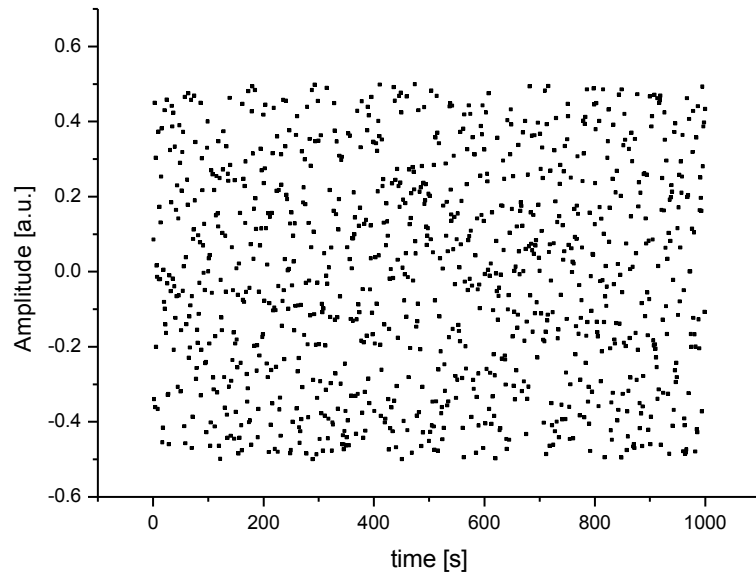


obdélníkový puls a jeho postupné skládání

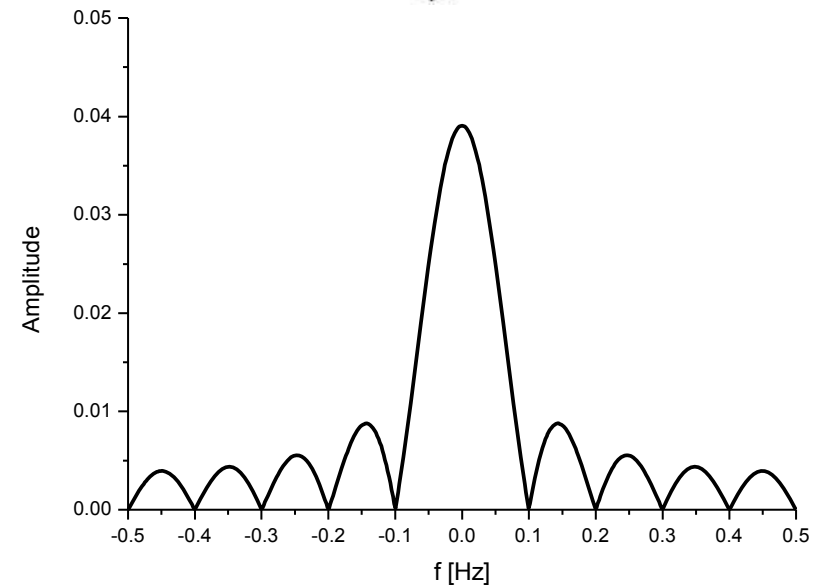
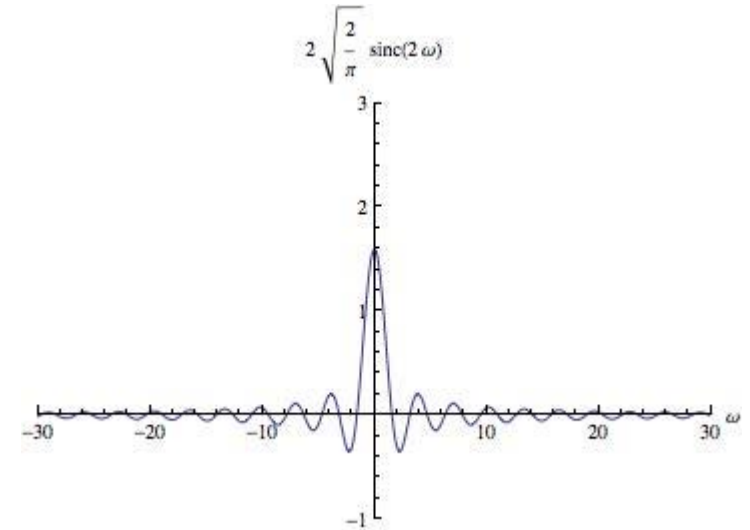
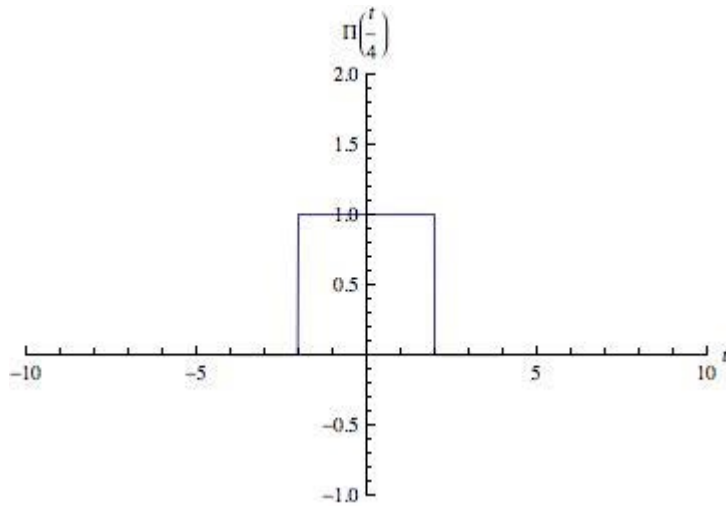


příklady spekter

šum

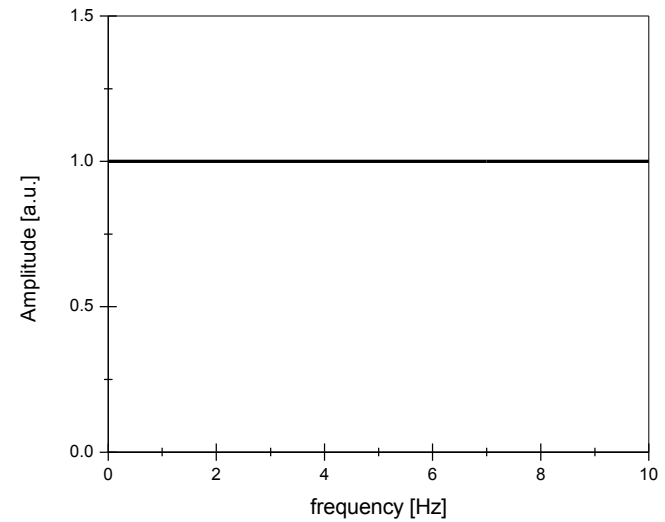
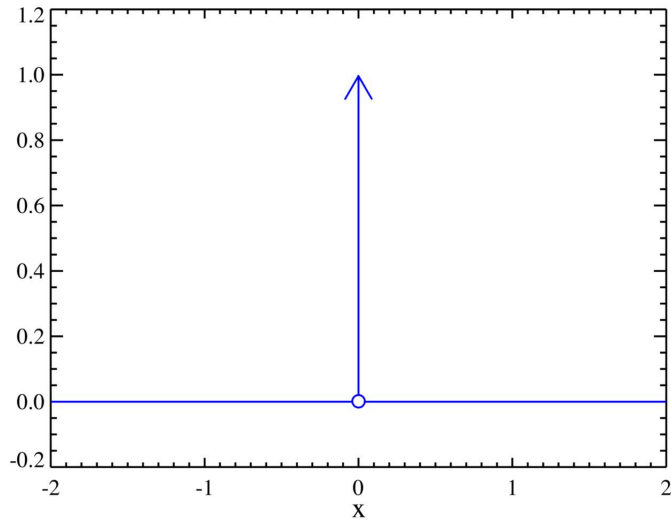


příklady spekter



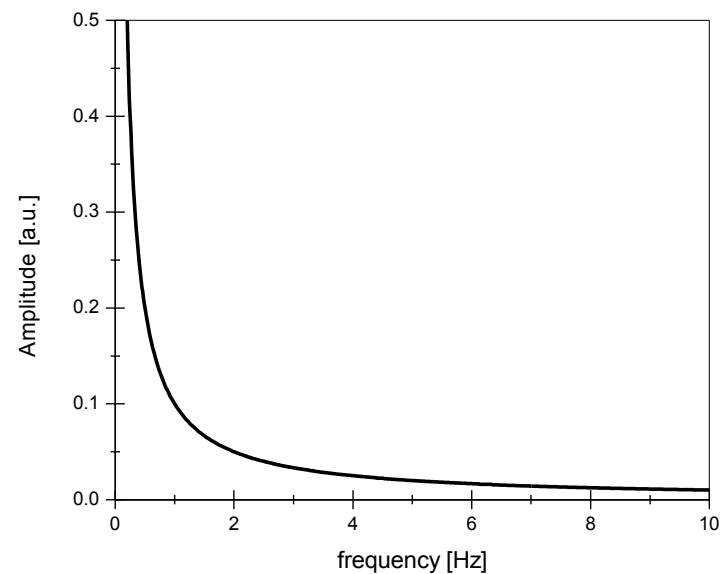
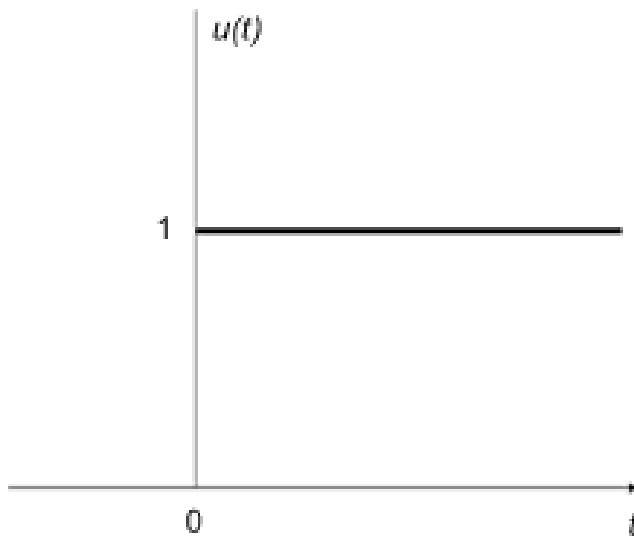
příklady spekter

Diracovo delta



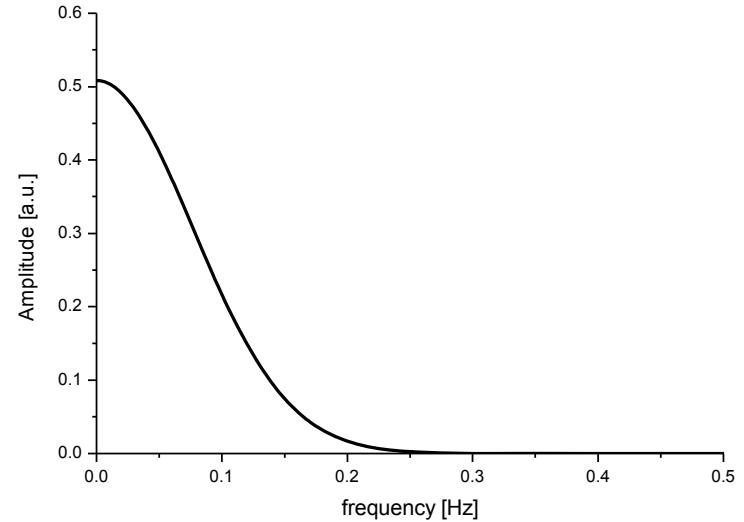
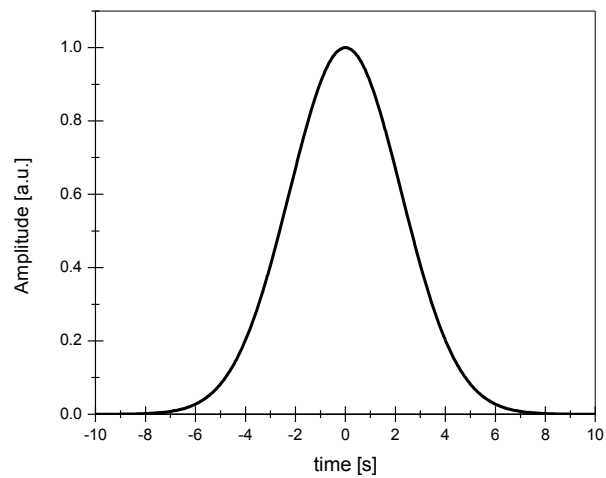
příklady spekter

Heavisideova fce



podobné hyperbole, ale
matematicky složité na popis

příklady spekter



Gaussova fce je „invariantní“ vůči FT

příklady spekter

- ukázky v programu

2D DFT

další integrální transformace

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

Fourierovy filtry

- dolní propust'
- horní propust'
- pásmová propust'
- pásmová zádrž

Konvoluce

= níže definovaná matematická operace,
„prolnutí“ nebo „složení“ funkcí

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)g(x - \alpha) \, d\alpha$$

$$(f * g)_k \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_i \cdot g_{k-i}$$