

Vzorová písemka DIM2

1. Najděte řešení diferenční rovnice $a_n - 3a_{n-1} + 4a_{n-3} = 0$, $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 13$.
2. Najděte homogenní lineární diferenční rovnici nejnižšího možného řádu s počátečními podmínkami tak, aby posloupnost $(a_n)_{n \geq 0}$, $a_n = \frac{n+1}{3^n} + 2$ byla jejím řešením.
3. Sečtěte $\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{2^k}$.
4. Najděte všechny kořeny polynomu $4x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 6x + 2$.
5. Ověřte, zda grupa $\{1 \leq k \leq N : \text{nsd}(k, N) = 1\}$ s operací násobení modulo N je cyklická. Najděte všechny její podgrupy.