Question 3 : La réification des concepts

Titre : La culture scolaire des problèmes de mathématiques

Auteurs :

Guy Brousseau, DAESL, Université Victor Segalen Bordeaux 2
17 Rue César Franck, 33 400 Talence
guy.brousseau@numericable.fr

Jarmila Novotná, Université Charles, Prague, Faculté de Pédagogie
M.D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1, République Tchèque
Jarmila.novotna@pedf.cuni.cz

Résumé: Dans l'article, une manière de concevoir et d'étudier la notion, fort courante aujourd'hui, de *culture scolaire*, est examinée, d'un point de vue didactique. L´étude est orientée vers la question de jugement des élèves des problèmes qui leur sont proposés et les rapports de ces opinions avec leur apprentissage.

Abstract: In the article, one way of conceiving and study the notion *school culture*, at present extremely frequent, is examined from the didactical perspective. The study focuses on students´ examination of problems proposed to them and the relation of these opinions and their learning.

Mots-clés: résolution de problèmes, culture scolaire, connaissance, savoir

Références bibliographiques majeures :

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques. Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990.* Présentés par M. Cooper, N. Balacheff, R. Sutherland et V. Warfield. Grenoble : La pensée sauvage.

Novotná J. (2003). Etude de la résolution des « problèmes verbaux » dans l'enseignement des mathématiques. De l'analyse atomique à l'analyse des situations. Bordeaux: Université Victor Segalen Bordeaux 2 2003. 139 p. [HDR]

Rendl, M. (2001). Solving mathematical verbal tasks with primary school pupils. In: *La transmission du savoir comme problème culturel et identitaire - The Transmission of Knowledge as a Problem of Culture and Identity*. Eds. M. Kučera, J.-Y. Rochex, S. Štech. Praha, Karolinum. 207-220.

Sarrazy B. (1997). Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies méta-cognitives en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 17/2. 135-166.

Introduction

La psychologie cognitive s'est saisie des problèmes scolaires de mathématiques et les a transformés en épreuves pour analyser les connaissances et les apprentissages *individuels* des élèves. En retour la réification dans les classes de ce point de vue psychologique a transformé la pratique des problèmes en mises à l'épreuve de l'acquisition d'un savoir supposé appris ou non, auparavant et ailleurs. La gestion de l'éducation s'est à son tour saisie de ces résultats dans des études de masse qui négligent complètement le fonctionnement effectif des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement. Les résultats de ces réifications successives sur les pratiques des enseignants et des élèves sont déplorables et manifestes.

Les problèmes ne sont pas seulement des tâches où l'individu met en œuvre le savoir enseigné. Ils sont une incitation à une activité individuelle qui doit simuler les activités mathématiques réelles ou supposées qui accompagnent et fondent ces savoirs. (Novotná, 2003) Mais ils sont aussi et surtout le moyen essentiel d'une acculturation des élèves à une pratique culturelle, plus cachée que la pratique des langages – et donc plus difficile à transmettre – mais reconnue comme importante. Ces dimensions épistémologiques, sociales et culturelles, sont écrasées par la réification naïve et universelle du modèle issu de psychologique qui réduit les connaissances aux savoirs institutionnalisés et culturellement organisés.

Lors de la correction d'une résolution de problème, le professeur et les élèves sont tenus de n'utiliser ostensiblement que les *savoirs institutionnalisés* c'est-à-dire reconnus comme vrais et comme ayant été explicitement enseignés auparavant à l'ensemble de la classe. Mais la capacité de résoudre un problème dépend aussi de *connaissances non institutionnalisées* et parfois inconscientes développées par les élèves au cours d'activité antérieures. Elles sont faites de souvenirs de tâches ou de contextes plus ou moins précis ou exacts, de bribes d'algorithmes ou de preuves, de formulations personnelles, d'habitudes inanalysées, de sentiments personnels, etc. Le savoir est le moyen d'identifier parmi les connaissances celles qui sont reconnues vraies, et aussi une partie des connaissances communes incertaines ou fausses mais notables. Les connaissances sont les moyens de mobiliser les savoirs. (Brousseau, 1998)

L'observation des classes montre que, dans la conduite des activités mathématiques des élèves notamment au cours de problèmes, le professeur utilise aussi des connaissances communes aux élèves pour leur faire produire ou admettre les propositions vraies. Il les utilise à l'aide d'un ensemble de préceptes et d'habitudes épistémologiques et heuristiques qui ne peuvent pas être des savoirs mais qui lui sont indispensables. (Sarrazy, 1997) Ces *connaissances* forment une culture assez spécifique à chaque classe mais qui sont indispensables à son fonctionnement.

L'étude de cette culture permet de concevoir l'activité de résolution de problèmes de façon toute différente, beaucoup plus proche de l'activité spontanée des mathématiciens et beaucoup plus appropriée aux apprentissages.

La culture scolaire des problèmes

Les problèmes que les élèves rencontrent au cours de leur scolarité sont d'abord introduits en relation étroite avec une leçon ou avec un chapitre des mathématiques. Par la suite, au fur et à mesure que les activités mathématiques deviennent plus complexes, un même problème peut réapparaître dans d'autres chapitres, soit avec une nouvelle interprétation ou formulation, soit comme partie d'un problème nouveau, etc. De sorte que le champ des caractères associés à ce problème ne cesse de croître implicitement. Ce sont ces caractères qui guident l'élève dans la résolution de nouveaux problèmes et dans la compréhension des questions de mathématiques qui s'y rapportent. Nous entendons par caractères aussi bien des propriétés générales comme « facile », « délicat », « familier », « intéressant », « éclairant » etc., que des propriétés plus mathématiques, tels que l´appartenance à un fragment de cours, ou la référence à un théorème. Nous y incluons aussi les similarités et différences avec d'autres questions ou d'autres problèmes.

Du fait de son fonctionnement, cet environnement d'un problème est à la fois indispensable à sa connaissance et à son emploi dans de nouvelles situations, et nécessairement flou et peu contraignant. Il ne fonctionne pas suivant le schéma naïf de la mémoire des connaissances sures (des savoirs), il ne sert pas à retrouver une solution déjà là. Il tend plutôt à faire envisager des possibilités, à faire interroger la situation nouvelle jusqu'à faire émerger et construire ou reconstruire le bon point de vue et la solution adéquate. Dans le champ de la didactique la mémoire est conçue ordinairement comme une collection de savoirs « vrais ». L'environnement des problèmes est beaucoup plus varié ; il est fait de souvenirs plus ou moins précis, de « connaissances » parfois incertaines, de questions pertinentes mais sans réponses universelles, des formulations ambiguës ou même franchement inappropriées, et beaucoup moins contraint à coïncider avec des savoirs institutionnalisés. En fait ce sont moins les objets de la mémoire que leurs fonctions qui sont différentes.

Si un énoncé mathématique institutionnellement correct et bien « su » d'un sujet, sans faille et sans doute, est prêt à être utilisé ou invoqué comme référence, utilisé comme appui sûr dans une activité individuelle ou dans un raisonnement « public », nous dirons qu'il tient la fonction d'un *savoir*. Par contre, en situation incertaine, où il n'est pas évident que les conditions de validité de ce théorème soient vérifiées ou que son usage soit d'une grande utilité, que son emploi soit économique, le même théorème jouera donc la fonction plus modeste de *connaissance*, d'instrument d'interrogation et de candidat à entrer dans la construction d'une décision ou d'une vérité adéquate et adaptée. Lors des évaluations, les questions et problèmes surgissent hors contexte, et ce sont ces caractères qui permettent à l'élève d'appréhender la question.

Projet

Le projet consiste à montrer l'intérêt d'un renversement du schéma classique dénoncé dans l´Introduction : quelles sont les conditions qui permettent de recentrer l'activité du professeur et des élèves afin de développer ensemble une culture vivante des problèmes et des concepts mathématique enseignés ? Nous décrirons et analyserons ici la première étape de la recherche en cours; nous nous centrerons plus particulièrement sur les questions suivantes :

- Comment les élèves « jugent-ils » les problèmes qui leur sont proposés ?
- Selon quels critères ?
- Les classifications et les rangements « spontanés » qu'ils en font sont ils semblables ou différents ?
- Quels rapports ont ces opinions avec leur réussite, avec leur apprentissage etc. ?

Objet de l'étude et modalités de l'expérience

Nous commençons avec des questions très éloignées du cœur du problème comme savoir s'il y a ou non accord des élèves dans des rangements selon différents critères : difficulté, longueur de l'énoncé (complétée plus tard par longueur de la résolution), intérêt, clarté, utilité. Un accord significatif sur un rangement selon une variable indiquerait, qu'au moins implicitement, le groupe des élèves est sensible à cette variable, ce qui suppose déjà des embryons d'échanges entre eux. Ce caractère diffère selon les classes. Il s'agit ici de savoir si les élèves perçoivent de façon peut être implicite certains caractères des problèmes qui leur sont proposés.

Dans chaque classe, les professeurs ont recopié sur une feuille *les derniers problèmes* qu'ils avaient « présentés » (fait résoudre ou montrés, résolus) aux élèves. Chaque problème est désigné par une lettre (par la suite par une courte expression, évoquant quelque particularité si possible mathématique). Une copie est donnée à chaque élève.

Le professeur a distribué aussi une feuille portant un tableau qui permettra d'exprimer un rangement de la série de problèmes suivant les critères qui seront proposés.

Il s'agit pour les élèves d'être les juges d'un concours dont les problèmes sont les « candidats » (et non pas eux pour une fois). Ils devront placer ces problèmes dans un ordre de leur choix selon plusieurs concours déterminés par des critères. Les critères suivant ont été choisis par l'expérimentateur : Ranger ces problèmes du plus facile au plus difficile, du plus intéressant au moins intéressant, de l'énoncé le plus court à l'énoncé le plus long, de celui qui a paru le plus clair à celui qui est le plus confus, du plus utile au plus inutile.

Le critère de *longueur* de l'énoncé est un critère objectif : il suffit de compter les lignes pour décider. Nous espérions que nous pourrions observer une très bonne concordance des opinions des élèves.

La *difficulté des problèmes* est un des critères retenus qui devrait apparaître le plus fréquemment aussi bien dans le discours du professeur que dans celui des élèves. Nous avons pensé qu'il devrait aussi donner lieu à une concordance.

L'*intérêt d'un problème* est un critère important pour la suite dont nous pensions qu'il avait peu de chance s'exprimer à ce moment de la recherche.

Le sens de l'*utilité* d'un problème joue sans doute un rôle.. utile…mais faible, et il ne sera certainement pas l'objet de remarques de la part des élèves, ni sans doute du professeur.

A fortiori la *clarté* ou la confusion d'un énoncé nous a paru un concept qui avait de bonnes chances de ne pas apparaître.

Le dispositif expérimental : les échantillons

Les élèves reçoivent chacun les 5 énoncés de problèmes (les mêmes pour chaque élève) et un tableau comportant 5 lignes (les critères) et cinq colonnes (les rangs des énoncés désignés par une lettre). Deux lignes supplémentaires permettent aux élèves qui le veulent de proposer des critères de leur choix et un rangement afférent, et une colonne pour des commentaires libres.[1]
Ils font ce travail à la maison et rapportent le résultat au professeur. Cette disposition nécessaire pour le bon déroulement de l'expérience en milieu scolaire a privé les élèves de la possibilité d'échanger leurs questions et les auteurs de la possibilité de les observer. .

L'expérience s'est déroulée dans deux écoles : a) Ecole A : deux classes : A1 et A2 de 8$^{\text{ième}}$ année (14-15 ans, 33 élèves) avec des professeurs différents. b) l'école B (7$^{\text{ième}}$ année, 14-15 ans 22 élèves)[2]. Les questions et les critères sont les mêmes pour tous, mais les problèmes

[1] Voir Annexe 1.

[2] Dans la République Tchèque, les enfants de 6 à 15 ans (l´instruction obligatoire) sont à l´école de base. Les écoles de base (niveaux primaire et collège) sont divisées en écoles primaires (5 ans) est collèges (4 ans). Au niveau primaire, toutes les matières sont enseignées par un maître. Au collège, les matières sont enseignées par des enseignants spécialisés dans deux matières. Ensuite une partie des élèves entre dans les Ecoles secondaires générales (Gymnazium ou Lycées) de 4 ans. Depuis 1990, on a introduit des filières qui recrutent à la sortie de l'école primaire pour 8 ans d'études, ou après deux années de collège pour 6 ans d'études données dans les Gymnazium. L´admission des étudiants au gymnazium se fait sur concours. Le gymnazium dispense des études

sont différents. D'autre part les deux écoles diffèrent puisque tous les élèves de l'école B ont été recrutés sur concours, alors que ceux de l'école A sont ceux qui n'ont pas été recrutés. De ce fait, la classe de l'école B est réputée meilleure que celles de l'école A.

Mais il faut remarquer qu'une des classes de l'école A, (A1) comporte 14 bons élèves et 3 moins bons, alors que l'autre, A2, ne comprend que 9 bons pour 7 moins bons, selon les déclarations du professeur.

Les classes B et A1 constituent un couple de classes de meilleur niveau mathématique et plus homogènes que A2.

Méthodes d'analyse

a) Le Test de concordance de Kendall

Le test de concordance de Kendall indique si des « juges » (les élèves) ont des opinions concordantes au sujet d'un caractère : une propriété ordonnable, par exemple la difficulté, appliquée à plusieurs objets, par exemple des problèmes.

Pour cela, chaque juge range ces objets – les problèmes – dans l'ordre de ce qu'il pense être celui de la propriété, par exemple par ordre de difficulté.

Si les rangements obtenus par l'ensemble des juges s'écartent suffisamment de ce qu'on obtiendrait en rangeant les problèmes au hasard, nous dirons qu'il y a une certaine concordance entre les opinions des juges. Que l'on sache ou non définir explicitement et déterminer objectivement la propriété en question, si les juges la manifestent de manière cohérente, ils attestent qu'elle existe et peut être utilisée.

L'hypothèse nulle est que les opinions ne concordent pas.

L'hypothèse nulle est rejetée si le coefficient de concordance w de Kendall est supérieur à la valeur limite correspondant au seuil choisi. En fait nous utiliserons la valeur du Chi2 correspondant aux valeurs de w trouvées [Siegel 1956, Brousseau 1993]. On considèrera ce critère comme une opinion « pertinente » sur les objets jugés.

Les élèves rangent 5 problèmes successivement suivant les propriétés ordonnées suivantes. Pour les élèves ce sont « les problèmes qui participent à un concours ».

Caractères	**Ordre de rangement**	**Concours**
Difficulté	Le plus facile 1, le plus difficile 5	Concours de facilité
Manque d'intérêt	Le plus intéressant 1, le moins intéressant 5	Concours d'intérêt
Longueur	Le plus court 1, le plus long 5	Concours de brièveté
Confusion	Le plus clair 1, le moins clair 5	Concours de clarté
inutilité	Le plus utile 1, le moins utile 5	Concours d'utilité

b) Le coefficient de corrélation de Kendall

Lorsque des opinions se seront révélées pertinentes pour plusieurs critères, nous pourrons examiner si ces critères sont indépendants. S'ils le sont, chaque critère est bien distinct car il apporte un renseignement original, et tous contribuent à la connaissance de l'objet.

générales, l´objectif pour les étudiants est de réussir l´examen final (maturita), ce qui est la condition nécessaire pour pouvoir continuer les études à l´Université. D'autres filières proposent des études professionnelles.

Pour éprouver l'indépendance des critères deux à deux nous pouvons rassembler les différents critères pertinents déterminés par les mêmes juges sur des mêmes objets, établir un « rangement quotient » et

- soit utiliser le test τ de Corrélation de Kendall en prenant les critères deux à deux,
- soit utiliser à nouveau le w de concordance de Kendall entre ces critères.

c) Les Méthodes paramétriques

Il est possible d'utiliser des méthodes paramétriques sur des variables ordonnées, mais le risque est grand d'être induit en erreur par les biais et les déperditions incontrôlées d'informations. Rien ne peut être prouvé honnêtement par ces moyens. Certains chercheurs peuvent toutefois l'utiliser, mais seulement à titre privé, pour s'orienter dans la phase exploratoire de la recherche.

Observations et résultats de l'étude

La recherche des concordances pourrait s'effectuer sur l'ensemble des données mais les problèmes étant différents dans les deux écoles, l'interprétation pourrait manquer de fondements. Nous analysons donc les données recueillies en séparant les données suivant la liste de problèmes jugés.

a) Résultats à l'école B

A l'école B, une certaine concordance apparaît dans les jugements sur l'Intérêt, la Longueur, la Clarté, et l'Utilité (I, L, C, U) mais pas sur la difficulté.

Concordances entre les élèves de la classe de l'école B

Ecole B, Appréciation de…	w de Kendall	Ensemble des 22 élèves	Seuil
Difficulté	0,199633	Chi2 = 26,35152 N S à .05	Seuil 0,05 = 32,67
Intérêt	0,446694	Chi2 = 39,30909 S à .01	Seuil 0,01 = 38,93
Longueur	0,50155	Chi2 = 44,13636 S à .01	Seuil 0,01 = 38,93
Clarté	0,423967	Chi2 = 37,30909 S à .05	Seuil 0,05 = 32,67
Utilité	0,430992	Chi2 = 37,92727 S à .05	Seuil 0,05 = 32,67

Comme prévu les élèves ont des rangements concordants pour la variable supposé objective « longueur ».

Alors qu'on s'attendrait à trouver au moins un certain accord pour reconnaître les difficultés – à vaincre ou vaincues, on n'observe aucune concordance avérée pour ce caractère.

Par contre les élèves concordent dans leur appréciation de caractères peu familiers : l'intérêt, la clarté et l'utilité alors qu'ils divergent dans l'appréciation de la *difficulté*, variable pourtant sensible de l'activité didactique.

Ces deux observations peuvent faire l'objet de diverses hypothèses :

L'ordre des difficultés éprouvées diffèrerait pour chaque élève alors que celui perçu et répercuté par le professeur ne serait pas partagé. N'étant pas perçus de façon pratique ni aussi critique que les difficultés dans les résolutions de problèmes, les autres critères seraient appréciées en référence à leur résonance avec la culture générale commune.

b) Résultats à l'école A

A l'école A au contraire il n'y aucune concordance sur aucun des critères lorsqu'on effectue le traitement sur les deux classes.

Les deux classes ensemble : On pourrait en conclure que les élèves ne distinguent pas les problèmes, ni explicitement ni même implicitement, à l'aide des caractères proposés. On peut traduire ce fait en disant

- soit que ces caractères ne font pas partie de leur culture commune ;
- soit que les problèmes ne sont pas assez différents pour qu'elle s'exprime.

Mais une telle culture n'a pas de raison d'apparaître au niveau d'une école entière. Il est donc plus pertinent de la chercher au niveau de chaque classe.

Classe par classe : En séparant les deux classes et en les analysant indépendamment, on n'observe encore aucune concordance significative :

Concordances entre les élèves des 2 classes de l'école A

Ecole A Appréciation de …	Ensemble Seuil 0,3 = 33,53	Classe A1 Seuil 0,05 = 26,30	Classe A2 Seuil 0,05 = 25,00
Difficulté	Chi2 = 29,568 N.S	Chi2 = 10,62 NS	Chi2 = 11,775 NS
Intérêt	Chi2 = 4,349091 N.S	Chi2 = 2,1 NS	Chi2 = 3,225 NS
Longueur	Chi2 = 29,568 NS	Chi2 = 15,65 NS	Chi2 = 16,775 NS
Clarté	Chi2 = 30,04606 NS	Chi2 = 13,2 NS	Chi2 = 14,325 NS
Utilité	Chi2 = 26,35152 NS	Chi2 = 15,05 NS	Chi2 = 16,175 NS

Suivant le niveau mathématique des élèves. Il reste une variable à deux valeurs : le niveau mathématique des élèves tel qu'il est déclaré par les professeurs. Les « bons élèves » auraient-ils une culture qualitativement différente des autres élèves ? Les élèves reconnus comme bons par leurs professeurs se distinguent-ils des élèves moins bons par des rangements plus cohérents. On pourrait le croire en pensant qu'ils auront une sensibilité plus forte à ces variables insolites.

Y a-t-il une meilleure concordance entre les appréciations des élèves qui ont été évalués par leur professeur comme « bons élèves en mathématiques », qu'entre ceux qui ont été déclarés comme moins bons ? Reprenons pour un instant l'ensemble des élèves de L'école A.
Les seules concordances trouvées sont « difficulté » et « longueur ».

Concordances entre les élèves selon leur valeur mathématique, toute l'école A

Ecole A Appréciation de …	Bons Seuil 0,05 = 33,92 (Seuil 0,10 = 30,81)	Faibles Seuil 0,05 = 16,92 (Seuil 0,10 = 14,68)
Difficulté	Chi2 = 31,06087 S. 0,10	Chi2 = 6,64 NS
Intérêt	Chi2 = 3,805217 NS	Chi2 = 3,68 NS
Longueur	Chi2 = 36,03478 S. 0,05	Chi2 = 15,65 S. 0,10
Clarté	Chi2 = 25,92696 NS	Chi2 = 8,24 NS
Utilité	Chi2 = 18,46957 NS	Chi2 = 19,2 S. 0,05

Des concordances apparaissent bien, mais sur des critères différents : la difficulté chez les bons, l'utilité chez les plus faibles. Il en apparaît le même nombre dans les deux populations.

i. *Observation : La longueur est ambiguë.* Les élèves bons et les moins bons concordent entre eux sur le caractère « longueur ». Mais leurs accords se font sur des rangements différents.

Déjà cette observation contredit l'hypothèse selon laquelle la longueur des énoncés de problèmes serait une variable « objective ». Il semble possible la question posée ait été ambiguë : certains élèves auraient confondu *longueur de l'énoncé* et *longueur de la solution*.

Car la comparaison des ordres quotients avec le rangement par longueur d'énoncé et par longueur de la solution montre que

- les « bons » classent exactement par longueur de la solution (alors que l'énoncé évoquait la longueur de l'énoncé).
- Par contre globalement, les moins bons ne rangent les problèmes ni suivant l'ordre typique des *longueurs des énoncés*, ni suivant celui des *longueurs des solutions*. Peut être une partie d'entre eux seulement suivent un ordre et les autres un autre. De toute façon « l'ordre quotient » est un paramètre ambigu et contradictoire.

Nous avons signalé l'importance de rechercher les concordances entre élèves d'une même classe. Y a-t-il une meilleure concordance entre les appréciations des élèves *d'une même classe* qui ont été évalués par leur professeur comme « *bons élèves en mathématiques* », qu'entre ceux qui ont été déclarés comme moins bons ?

Concordances entre les élèves selon leur valeur mathématique, par classes

Ecole A classe 1 Appréciation de …	Bons (14 élèves) Seuil 0,05 = 22,36 (Seuil 0,10 = 19,81)	Faibles (3 élèves) Seuil 0,05 = 5,99 (Seuil 0,02 = 7,82)
Difficulté	Chi2 = 19.82857 S. 0,10	Chi2 = 8,00 S. 0,02
Intérêt	Chi2 = 4,48 NS	Chi2 = 1.866667 NS
Longueur	Chi2 = 23.88571 S. 0,05	Chi2 = 1.066667 NS
Clarté	Chi2 = 17.96571 NS	Chi2 = 7.2 S. 0,05
Utilité	Chi2 = 13.65714 NS	Chi2 = 7.733333 S. 0,05

Ecole A classe2 Appréciation de …	Bons (9 élèves) Seuil 0,05 = 15,51 (Seuil 0,10 = 13,36)	Faibles (7 élèves) Seuil 0,05 = 12,59 (Seuil 0,02 = 7,82)
Difficulté	Chi2 = 12.17778 NS	Chi2 = 2.628571 NS
Intérêt	Chi2 = 2.844444 NS	Chi2 = 3.771429 NS
Longueur	Chi2 = 14.93333 S. 0,10	Chi2 = 6.285714 NS
Clarté	Chi2 = 10.31111 NS	Chi2 = 5.371429 NS
Utilité	Chi2 = 9.155556 NS	Chi2 = 12.91429 S. 0,05

ii. Observations dans les deux classes :

- Contrairement aux bons élèves les élèves faibles perçoivent significativement « l'utilité »,
- Les bons élèves sont d'accord sur la « longueur », contrairement aux élèves faibles, et cette longueur est celle des solutions. Mais seuls ceux de la bonne classe homogène s'accordent sur la difficulté
- Les élèves faibles de la bonne classe ont des concordances « originales » mais ils sont très peu nombreux.

Les « bons élèves » en mathématiques dans les deux classes homogènes interprètent la « longueur » de la même façon : comme celle de la solution. Ce pourrait être le signe qu'ils s'intéressent essentiellement à la situation mathématique comme un tout et beaucoup moins à la situation didactique : la question posée.

iii. Concordance entre les critères

Il parait intéressant de savoir par exemple si la « clarté », variable assez floue et peu fonctionnelle pour les élèves, est liée à d'autres. Elle pourrait exprimer, par exemple la facilité d'un problème. Peut-être est-elle souvent invoquée dans la classe, mais son sens n'est pas très précis.

Concordance entre les critères (rangements quotients)

	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5
Intérêt	1	2	4	3	5
Longueur	3	2	4	1	5
Clarté	5	3	4	1	2
Utilité	1	2	3	5	4

Chi2 =13,8, Seuil 0,05 = 7,82

La concordance est significative au seuil .05.

Les rangements ne sont pas indépendants. On peut penser

- soit qu'ils expriment de façons différentes, un même critère caché qui reste à identifier,
- soit que les critères sont bien distincts en général, mais qu'ils se trouvent liés – corrélés – dans cette expérience particulière, ce qui demanderait à être expliqué.

c) En résumé

1. L'expérience a fait apparaître des concordances sur le genre d'opinions que nous avons choisi.
2. L'existence de ces concordances dépend de facteurs liés aux classes, peut-être à leur statut, peut être au professeur, peut être à leur composition (proportion de forts ou homogénéité)
3. L'existence de ces concordances paraît dépendre du rapport des variables avec leur rôle didactique : la « difficulté », variable très présente dans l'activité des élèves est appréciée de façon d'autant moins unanime que la classe est moins homogène et de moindre niveau, alors que les autres sont appréhendées de façon plus homogène mais vraisemblablement sans rapport avec leur fonction dans l'activité mathématique. Par exemple *l'utilité* d'une connaissance mathématique ou d'un problème est une variable importante mais plus rarement remarquée en classe, peu pratique dans la mesure où l'utilité générale n'aide pas beaucoup à déterminer une utilité effective dans un cas précis mais douteux. Elle apparaît beaucoup plus dans des réflexions sur l'enseignement des notions mathématiques, qu'au cours des résolutions.
4. L'explication des concordances fait appel
   a. d'une part aux *fonctions* des variables observées dans le fonctionnement de la classe ou dans l'activité mathématique,
   b. d'autre part à des relations plus générales
5. Pour rechercher les agrégations de variables il sera nécessaire de répliquer ces expériences de façon systématique.

Modification de projet de la première étape

L´expérience a continué en 2007-08 ; selon les résultats dans les classes A et B concernant le critère *longueur* compris dans deux sens différents par les élèves, nous avons modifié la situation initiale – nous avons séparé ce critère dans deux critères : *longueur de l´énoncé* et *longueur de la résolution*.

Cinq classes (une classe 11 – 12 ans, trois classes 12 – 13 ans, une classe 13 – 14 ans) ont participé. Alors que les classes A et B était de même niveau d´âge et différaient dans le niveau de mathématiques, cette fois, aussi l´âge des élèves différai.

Les analyses des résultats n'ont contredit les conclusions présentées ci-dessus.

Par les classes :

- Concordances meilleures dans la classe de bons élèves (la culture développée).
- Concordances signifiantes aussi dans la classe « la plus jeune ». Nous ne savons pas interpréter ce résultat, plusieurs autres critères pourraient différencier cette classe.

Par les critères :

- Concordance pour la longueur de texte.
- Aucun autre critère ne montrait une concordance signifiante.

Discussion et conclusion

L´activité proposée n'a aucun objectif pédagogique direct : elle n'enseigne rien aux élèves. Elle est toutefois indispensable à la suite de l'expérience : les élèves sont revenus sur des problèmes qu'ils avaient déjà résolus. Et les positions sont changées : Habituellement les problèmes sont l'instrument d'une interrogation dont les élèves sont l'objet, et leurs performances sont des jugements portés sur eux. Ici ce sont les élèves qui « jugent les problèmes » sans contrainte et sans enjeu pour commencer. Il n'y a pas de bonne ni de mauvaise réponse. Le travail qui leur été demandé a été réalisé hors du temps scolaire « pour aider un chercheur dans un expérience ».

Le but de cette expérience était de tester et de mettre au point un dispositif d'observation et de préparer les situations suivantes aussi bien pour les élèves que pour les professeurs et pour les chercheurs.

Il serait sans doute bien audacieux de tenir pour représentatives les observations que nous rapportons ci dessus, et pour établies fermement nos conclusions. Mais les faits justifient que l'on essaie de développer et d'affiner notre étude avec la méthode d'analyse choisie.

L´idéal serait d´observer un nombre suffisamment grand d´élèves appréciant finement des différences entre de nombreux problèmes. Mais cela est difficile du fait de l´hétérogénéité des classes. Il faudrait donc développer une stratégie pour un ensemble d'études afin de préciser les composantes et les rôles de ce que nous avons présenté comme « une culture scolaire des problèmes ». Et d'autres encore pour examiner les causes des différences de cultures, et leurs effets sur les comportements des professeurs et des élèves. Mais cette entreprise n'apparaît pas pour l'instant être d'une urgence capitale.

Par contre nous trouvons dans ces résultats des raisons d'espérer être guidés dans nos recherches d'ingénierie.

Pour modifier le rapport aux problèmes des élèves - ou du moins à certains problèmes – et pour améliorer leur culture à ce sujet, il faudra évidemment leur faire porter un regard plus aigu et plus technique et prolongé sur cette étrange activité. Ceci fera l'objet de la suite de l'expérience.

Bibliographie

Brousseau, G. (1993). *Statistiques non paramétriques pour la didactique*. LADIST Université Bordeaux 1.

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques. Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990.* Présentés par M. Cooper, N. Balacheff, R. Sutherland et V. Warfield. Grenoble : La pensée sauvage.

Novotná J. (2003). *Etude de la résolution des « problèmes verbaux » dans l'enseignement des mathématiques. De l'analyse atomique à l'analyse des situations*. Bordeaux: Université Victor Segalen Bordeaux 2 2003. 139 p. [HDR]

Rendl, M. (2001). Solving mathematical verbal tasks with primary school pupils. In: *La transmission du savoir comme problème culturel et identitaire - The Transmission of Knowledge as a Problem of Culture and Identity*. Eds. M. Kučera, J.-Y. Rochex, S. Štech. Praha, Karolinum. 207-220.

Sarrazy B. (1997). Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies méta-cognitives en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 17/2. 135-166.

Siegel, S. (1956). *Non parametric statistic for the behavioral sciences*. McGrow-Hill kogakusha Ltd.

Annexe 1 : Tableau pour l´étape 1 originale

Critère	**Rangement de problèmes**					**Notes**
Difficulté	Le plus facile				Le moins facile	
Intéressant	Le plus intéressant				Le moins intéressant	
Longueur	Le plus court				Le plus longue	
Clarté	Le plus claire				Le moins claire	
Utilité	Le plus utile				Le moins utile	