

① Dokažte, že neexistuje planární samokomplementární graf s 12 vrcholy.

② Z úplného grafu s n vrcholy uберeme dvě hrany. Jaká je vrcholová barvitost tohoto grafu?

③ Z úplného bipartitního grafu s $12+12$ vrcholy uберeme 8 hran. Učíte $\chi(G)$ a $\chi'(G)$.

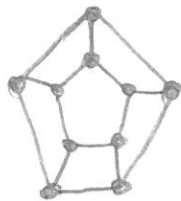
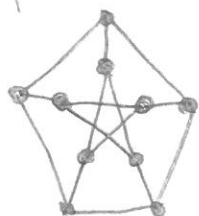
④ Popište všechny neizomorfní souvislé bipartitní grafy s 6 vrcholy, pro které je $\chi'(G) = 3$, a které mají minimální počet hran mezi grafy s touto vlastností.

⑤ Popište všechny grafy s n vrcholy, ve kterých existují dvojice vrcholů i, j tak, že $d(i, j) = n-1$.

⑥ Ukažte, že v každém souvislém grafu existuje tabový vrchol, že i po jeho ubrání zůstane graf souvislý.

⑦ Necht G je souvislý graf. Pak každé dvě jeho cesty maximální délky mají společný vrchol. Dokažte to.

⑧ Rozhodněte, zda následující grafy jsou izomorfní



9) Najděte dva stromy na 6 vrcholech, které mají stejné skóre, ale nejsou izomorfní

Nalezte souvislý graf na 6 vrcholech, pro který je možné jako stupně $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$.

10) Kolik takových grafů existují?
Kolik takových navzájem neizomorfních grafů existují?

Nechť $d \in \mathbb{N}$. Definujme

$$V = \{ (a_1, a_2, \dots, a_d) : a_1, a_2, \dots, a_d \in \{0, 1\} \}$$

11) Vrcholy $a = (a_1, \dots, a_d)$ a $b = (b_1, \dots, b_d)$ spojujeme hranou, když $\sum_{i=1}^d |a_i - b_i| = 1$.

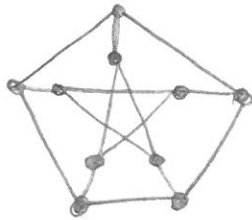
Takový graf se nazývá d -krychle.

Rozhodněte, zda

- 1) d -krychle je bipartitní
- 2) d -krychle je euleroVský graf
- 3) d -krychle je hamiltonovský
- 4) má d -krychle perfektní párování

Rozhodněte, zda graf je planární

12)



13) Rozhodněte, zda d -krychle je planární graf

14) Rozhodněte, pro které r a m existuje graf na n vrcholech takový, že všechny jeho stupně jsou r .

(15) Nakeresle všechny navzájem neizomorfní grafy a grafovou posloupnost (=skórem) vektoru $(6, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$

(16) Necht' strom G má vrchol stupně k . Ukážete, že G má alespoň k vrcholů stupně 1.

(17) Nalezněte všechny souvislé neizomorfní grafy na 11 vrcholech, pro které platí $\chi'(G) = \chi(G) = 2$ stejnou úlohu řešte pro grafy na 10 vrcholech.

(18) Nalezněte souvislý graf na n vrcholech (zadané $n \geq 3$), pro který platí $\chi'(G) < \chi(G)$.

(19) a) Nalezněte graf, pro který platí $3 + \chi(G) = \chi'(G)$
b) Nalezněte graf, $\forall n \geq 1$ platí $3 + \chi'(G) = \chi(G)$

(20) Popište všechny neizomorfní stromy na 6 vrcholech, které mají perfektní párování

(21) Nalezněte alespoň dva neizomorfní grafy na 22 vrcholech, pro které platí $\Delta(G) \cdot \chi(G) = 22$

(22) Popište všechny neizomorfní bipartitní grafy, pro které platí $\Delta(G) = \omega(G)$.

(23) Popište všechny grafy, pro jejichž maximální vlastní číslo λ platí a) $\lambda < 1$, b) $\lambda = 1$

(24) Popište všechny grafy, které jsou souvislé a pro jejichž maximální vlastní číslo λ platí a) $\lambda < \sqrt{2}$, b) $\lambda = \sqrt{2}$

Popište všechny grafy, pro jejichž maximální vlastní číslo λ platí

(25)

$$\lambda = \sqrt{\frac{2m(m-1)}{n}}, \text{ kde } m = \#E \text{ a } n = \#V$$

Nechť t označuje počet klik velikosti 3 plus počet nesvislých možin velikosti 3, které jsou podgrafy grafu G . ($t = \text{počet } \Delta + \dots$)

(26)

Nalezněte graf n vrcholů, pro který je t minimální a G obsahuje minimální počet hran.

Spoužitím Eulerovy formule pro planární grafy vyjádřete součet všech planárních těles

(27)

(28) Na zadané síti nalezněte maximální tok.