

Okruhy základních otázek

Definice a znění následujících vět, a jejich důkazy (byly-li na přednášce):

- Z1. Definice náhodného procesu, trajektorie, konečněrozměrné rozdělení/distribuční funkce/hustota X v časech (t_1, \dots, t_n)
- Z2. Konzistentní systém distribučních funkcí, Daniell-Kolmogorov, existence spojitě verze, Kolmogorov-Čentsov
- Z3. Střední hodnota, autokovarianční funkce, autokorelační funkce X , Gaussovské procesy
- Z4. Silně a slabě stacionární procesy
- Z5. Markovské procesy
- Z6. Wienerův proces W : definice, $\mu_W(t)$, $C_W(s, t)$, Markovská vlastnost
- Z7. Poissonův proces N : definice, $\mu_N(t)$, $C_N(s, t)$, Markovská vlastnost
- Z8. Limita, spojitost a derivace náhodného procesu
- Z9. Proces s ortogonálními přírůstky, přírůstková funkce F , $L_2(F)$, definice $\int_0^t f(s) dW_s$
- Z10. Definice riemannova integrálu $\int_a^b X_t dt$, charakteristika konvergence
- Z11. Ergodická věta pro slabě stacionární proces
- Z12. Karhunen-Loève, znění
- Z13. Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce s diskretním a spojitým časem
- Z14. Podmíněná hustota pravděpodobnosti, Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovské procesy
- Z15. Kolmogorovy diferenciální rovnice pro Markovovy řetězce se spojitým časem

Okruhy rozšiřujících otázek

- R1. Čas prvního dotyku Wienerova procesu, jeho hustota (Zorek)
- R2. Kvadratická variace $\langle X \rangle_t$, $\langle W \rangle_t = t$ (Garaj)
- R3. Poissonův proces: rozdělení doby čekání na příští událost (Sahan, Poliak)
- R4. Zákon velkých čísel pro Poissonův proces (Kubů)
- R5. Náhodná procházka v \mathbb{R}^d : tranzitní pro $\mathbb{E}N < +\infty$, rekurentní pro $\mathbb{E}N = +\infty$ (Novotná, Brožová)
- R6. Náhodná procházka v \mathbb{R}^d : konvergence/divergence $\mathbb{E}N$ pro jednoduchou procházku v $d \geq 1$
- R7. Detaily zavedení $\int_0^t f(s) dW_s$, důkaz základních vlastností
- R8. $\int_0^t W_s dW_s$, $\int_0^t W_s ds$ z (riemannovské) definice
- R9. Karhunen-Loève: důkaz

- R10. Karhunen-Loève pro Wienerův proces
- R10'. Karhunen-Loève pro Wienerův můstek (Novotný, Jakubec)
- R11. Yuleův proces - řešení pomocí vytvořující funkce (Fencel)
- R12. Yuleův proces - řešení pomocí e^{Gt} ? (Zeman)
- R13. Difúzní procesy (Jarůšková, Groverová)
- R14. Zpětná Kolmogorova rovnice
- R15. Fokker-Planckova rovnice
- R16. Spektrální rozklad náhodného procesu
- R17. Ergodické Markovovy procesy (Pavliotis, str. 37-39)
- R18. Numerická simulace trajektorií Brownova pohybu pomocí definice a pomocí Karhunen-Loève rozkladu (F. Rolenc)
- R19. Quantum Markov Chains (podle S. Gudder - Journal of Mathematical Physics, 2008; definice, kap. 2, příklady)