

Maths pour l'Info 1

– L1 –
2013-2014

TD n° 4: croissance asymptotique

Pour tout le TD, \mathcal{E} désigne l'ensemble des suites réelles qui sont strictement positives APCR.

► **Exercice 1** ◀ Soit \mathcal{N} l'ensemble des suites à valeurs dans \mathbb{R} qui sont nulles APCR. Montrez que si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont dans \mathcal{N} , alors pour tous réels α et β , la suite $(\alpha u_n + \beta v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est aussi dans \mathcal{N} .

► **Exercice 2** ◀ Montrez que la relation sur \mathcal{E} définie par $u \mathcal{R} v$ ssi $u = v$ APCR est une relation d'équivalence.

► **Exercice 3** ◀ Soit \mathcal{C} l'ensemble des suites à valeurs dans \mathbb{R} qui sont croissantes APCR. Est-ce que la somme et le produit de deux éléments de \mathcal{C} sont aussi dans \mathcal{C} ?

► **Exercice 4** ◀ Montrez que la relation \prec sur \mathcal{E} est transitive.

► **Exercice 5** ◀ Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites positives qui tendent vers l'infini telles que $u \prec v$.

(a) A-t-on toujours $\exp(u) \prec \exp(v)$?

(b) A-t-on toujours $\ln(u) \prec \ln(v)$?

► **Exercice 6** ◀ Si $f_1(n) \prec g_1(n)$ et $f_2(n) \prec g_2(n)$ sont quatre fonctions à valeurs strictement positives, a-t-on $f_1(n) + f_2(n) \prec g_1(n) + g_2(n)$?

► **Exercice 7** ◀ Classez les suites $(\exp(\sqrt{n}))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(\exp(\ln^2 n))_{n \in \mathbb{N}}$ dans la hiérarchie de suites du cours.