

Přednáška

*Matematické metody kvantové teorie (JSF 043, 044)*  
*Vybrané kapitoly z matematické fyziky (TMF 025)*

doc. RNDr. Pavel Exner, DrSc.  
*exner@ujf.cas.cz*

Obsah přednášky vychází z (některých částí) učebnice *J. Blank, P. Exner, M. Havlíček: Lineární operátory v kvantové fyzice, Karolinum, Praha 1993* Částečně se překrývá se semestrální přednáškou “Vybrané kapitoly z matematické fyziky” (TMF 025); vzájemná vazba je upravována podle požadavků posluchačů. Probírají se následující témata:

- **Hilbertovy prostory a operátory na nich:**  
Geometrie Hilbertových prostorů. Přímé součty a tenzorové součiny. Některé třídy omezených operátorů. Kompaktní a jaderné operátory. Základní vlastnosti neomezených operátorů. von Neumannova teorie samosdružených rozšíření. Obyčejné diferenciální operátory.
- **Spektrální teorie samosdružených operátorů:**  
Projektorové míry a funkcionální počet. Spektrální teorém. Klasifikace spekter. Funkce samosdružených operátorů. Analytické vektory. Spektrální reprezentace. Stoneův teorém.
- **Operátorové algebry a množiny:**  
 $C^*$ -algebry. GNS konstrukce.  $W^*$ -algebry a stavy na nich. Úplné množiny komutujících operátorů. Ireducibilita.
- **Stavy a pozorovatelné:**  
Postuláty kvantové mechaniky, ilustrace na jednoduchých systémech. Čisté a smíšené stavy, úplnost množiny stavů. Soubory kompatibilních pozorovatelných. Symetrie kvantových systémů. Složené systémy. Axiomatika kvantové teorie: algebry pozorovatelných, svazy výroků.
- **Souřadnice a impuls:**  
Globální a lokální relace neurčitosti. Koherentní stavy. Weylovy relace a jejich ireducibilní representace. Klasická limita.
- **Časový vývoj:**  
Základní dynamický postulát. Vyjádření propagátoru pomocí dráhových integrálů. Nekonzervativní systémy. Nestabilní kvantové systémy.

- **Nekonečný počet stupňů volnosti:**

Fockovy prostory. Druhé kvantování. Volná kvantová pole – existence neekvivalentních reprezentací Weylových relací.

- **Schrödingerovy operátory:**

Podmínky podstatné samosdruženosti. Diskrétní a esenciální spektrum, jejich struktura a stabilita. Systémy s hranicí, bodové a kontaktní interakce.

- **Teorie rozptylu:**

Asymptotické stavy. Vlnové operátory, jejich existence a úplnost. Podmínky asymptotické úplnosti. Rezonanční rozptyl a poruchová teorie vnořených vlastních hodnot.

Přednáška

## *Vybrané kapitoly z matematické fyziky (F683)*

doc. RNDr. Pavel Exner, DrSc.

*exner@ujf.cas.cz*

Obsah přednášky vychází z (některých částí) učebnice *J. Blank, P. Exner, M. Havlíček: Lineární operátory v kvantové fyzice, Karolinum, Praha 1993*. Zčásti se překrývá s dvousemestrální přednáškou “Matematické metody kvantové teorie” (F623); vzájemnou vazbu lze dohodnout podle požadavků posluchačů. Probírají se následující témata:

- **Stavy a pozorovatelné v kvantové mechanice:**  
Přehled vlastností Hilbertových prostorů a operátorů na nich. Spektrální teorém a typy spekter samosdružených operátorů, teorie samosdružených rozšíření. Základní postuláty kvantové mechaniky. Příklady jednoduchých kvantových systémů. Smíšené stavy, superselekční pravidla. Kompatibilita pozorovatelných. Algebraická formulace kvantové teorie.
- **Globální a lokální relace neurčitosti:**  
Heisenbergovy relace. Hilbertův prostor analytických funkcí. Koherentní stavy. Lokální relace neurčitosti.
- **Kanonické komutační relace:**  
Nelsonův příklad. Weylovy relace: Stone – von Neumannova věta o existenci a jednoznačnosti reprezentace. Systémy s nekonečným počtem stupňů volnosti.
- **Časový vývoj:**  
Základní dynamický postulát. Pojetí časového vývoje. Disperze vlnových balíků. Vývoj koherentních stavů. Feynmanovy “integrály”. Časový vývoj nestabilních systémů. Friedrichsův model.
- **Schrödingerovy operátory:**  
Kriteria samosdruženosti. Diskrétní spektrum, jeho mohutnost a struktura. Esenciální spektrum, jeho stabilita. Systémy s hranicí, kvantové vlnovody.
- **Bodové a kontaktní interakce:**  
Jednorozměrný případ: definice bodové interakce, spektrální a rozptylové vlastnosti. Kronigův–Penneyho model. Bodové interakce v dimenzi dva a tři. Aproximace škálovanými potenciály. Kvantová mechanika na grafech.