Fyzika laserů
Kvantové generátory optického záření 2
Kvantová teorie tlumení – řídící rovnice

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

Kontakty

Ing. Jan Šulc, Ph.D.
jan.sulc@fjfi.cvut.cz
Trojanova, místnost 237
Tel.: 224 358 672

Ing. Karel Veselský
karel.veselsky@fjfi.cvut.cz

Program přednášek

1. Kvantová teorie tlumení, řídící rovnice
2. Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice

Program přednášek

1. Kvantová teorie tlumení, řídící rovnice
2. Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. Aplikace na laser – kontinuální režim
6. Aplikace na laser – Q-spínání
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. Spektrum laseru a režim synchronizace módů

Program přednášek

1. Kvantová teorie tlumení, řídící rovnice
2. Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. Aplikace na laser – kontinuální režim
6. Aplikace na laser – Q-spínání
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. Spektrum laseru a režim synchronizace módů
10. Kvantová teorie laseru, Fokkerova-Planckova rovnice
11. F-P rovnice pro záření a atom
12. F-P rovnice pro laser
13. Statistické vlastnosti laserového záření

Literatura

- VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
- LOUISELL, W. H.: *Quantum statistical properties of radiation*, John Wiley & Sons, New York, 1973
- VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
- VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ulat/
- BAHAA E. A. SALEH AND MALVIN CARL TEICH: *Fundamentals of Photonics*, John Wiley & Sons, Inc., 1991
- MALIN PREMARATNE AND GOVIND P. AGRAWAL: *Light propagation in gain media*, Cambridge University Press, 2011
- RÜDIGER PASCHOTTA: *RP Photonics Encyclopedia*, Wiley-VCH, 2008
- ORAZIO SVELTO: *Principles of Lasers*, 5th ed., Springer, 1998
- Přednášky: http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/

Laserový generátor

Laser Generátor optického záření specifických vlastností

Laserový generátor

Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost

Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)

Laserový generátor

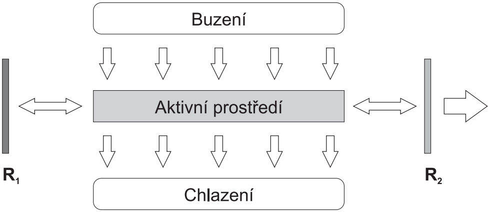
Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)
3. Koherence

Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)
3. Koherence

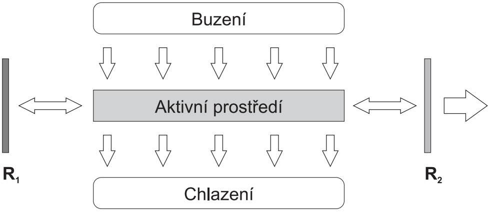
Schéma laseru

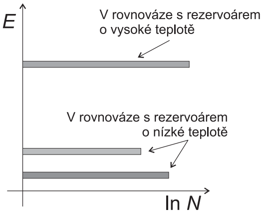


Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)
3. Koherence

Schéma laseru





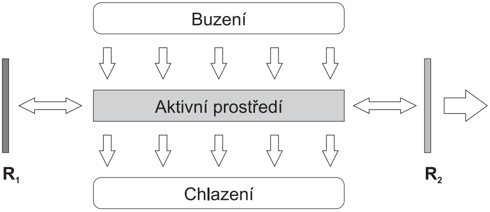
Aktivní prostředí Systém kvantových soustav, který si vyměňuje energii se zářením prostřednictvím rezonanční interakce – stimulovaná emise záření

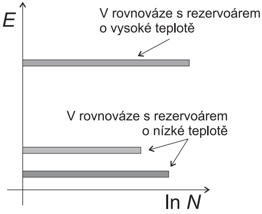
Laserový generátor

Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)
3. Koherence

Schéma laseru





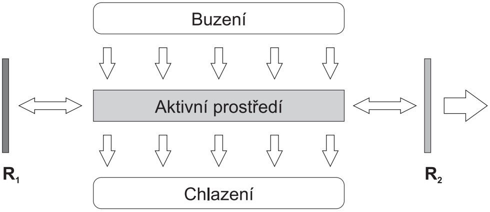
Aktivní prostředí Systém kvantových soustav, který si vyměňuje energii se zářením prostřednictvím rezonanční interakce – stimulovaná emise záření

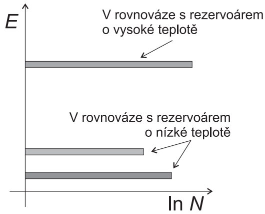
Buzení a chlazení Aktivní prostředí je udržováno v termodynamicky nerovnovážném stavu – inverze populace hladin

Laserový generátor

Laser Generátor optického záření specifických vlastností
1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)
3. Koherence

Schéma laseru





Aktivní prostředí Systém kvantových soustav, který si vyměňuje energii se zářením prostřednictvím rezonanční interakce – stimulovaná emise záření

Buzení a chlazení Aktivní prostředí je udržováno v termodynamicky nerovnovážném stavu – inverze populace hladin

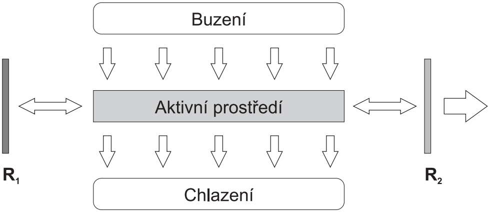
Rezonátor Zajišťuje zpětnou vazbu pro laserový zesilovač a vznik oscilací, využívá se k extrakci energie laseru

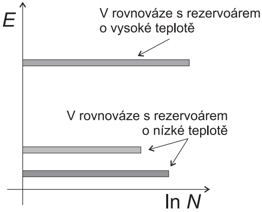
Laserový generátor

Laser Generátor optického záření specifických vlastností

1. Monochomatičnost
2. Směrovost (koncentrace energie)
3. Koherence

Schéma laseru





Aktivní prostředí Systém kvantových soustav, který si vyměňuje energii se zářením prostřednictvím rezonanční interakce – stimulovaná emise záření

Buzení a chlazení Aktivní prostředí je udržováno v termodynamicky nerovnovážném stavu – inverze populace hladin

Rezonátor Zajišťuje zpětnou vazbu pro laserový zesilovač a vznik oscilací, využívá se k extrakci energie laseru

Laser není v principu uzavřená soustava!

Kvantový Liouvilleův teorém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.

Kvantový Liouvilleův teorém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.
- Výpočet střední hodnoty pozorovatelné veličiny:

$$\langle \hat{O} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}\, \hat{O} \right\}$$

Kvantový Liouvilleův teorém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.
- Výpočet střední hodnoty pozorovatelné veličiny:

$$\langle \hat{O} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}\,\hat{O} \right\}$$

- Kvantový *Liouvilleův teorém* – vývoj statistického operátoru $\hat{\varrho}$

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}}{\partial t} = [\hat{H}_T, \hat{\varrho}]$$

Kvantový Liouvilleův teorém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.
- Výpočet střední hodnoty pozorovatelné veličiny:

$$\langle \hat{O} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}\,\hat{O} \right\}$$

- Kvantový *Liouvilleův teorém* – vývoj statistického operátoru $\hat{\varrho}$

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}}{\partial t} = [\hat{H}_T, \hat{\varrho}]$$

- Ekvivalentní časové Schrödingerově rovnici

Kvantový Liouvilleův teorém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.
- Výpočet střední hodnoty pozorovatelné veličiny:

$$\langle \hat{O} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}\, \hat{O} \right\}$$

- Kvantový *Liouvilleův teorém* – vývoj statistického operátoru $\hat{\varrho}$

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}}{\partial t} = \left[\hat{H}_T, \hat{\varrho} \right]$$

- Ekvivalentní časové Schrödingerově rovnici
- Je potřeba znát Hamiltonián celého systému $\hat{H}_T$

Kvantový Liouvilleův teorém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.
- Výpočet střední hodnoty pozorovatelné veličiny:

$$\langle \hat{O} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}\, \hat{O} \right\}$$

- Kvantový *Liouvilleův teorém* – vývoj statistického operátoru $\hat{\varrho}$

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}}{\partial t} = [\hat{H}_T, \hat{\varrho}]$$

- Ekvivalentní časové Schrödingerově rovnici
- Je potřeba znát Hamiltonián celého systému $\hat{H}_T$
- Platí pouze pro uzavřený systém

- Pro popis interakce souboru kvantových soustav a elektromagnetického pole lze použít metody kvantové statistické fyziky.
- Výpočet střední hodnoty pozorovatelné veličiny:

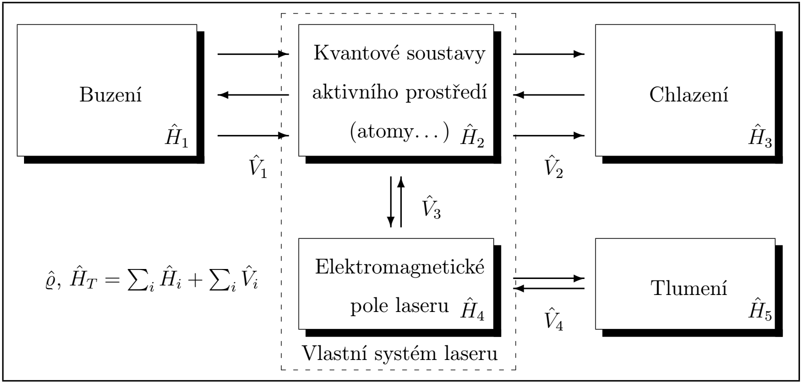
$$\langle \hat{O} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}\, \hat{O} \right\}$$

- Kvantový *Liouvilleův teorém* – vývoj statistického operátoru $\hat{\varrho}$

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}}{\partial t} = [\hat{H}_T, \hat{\varrho}]$$

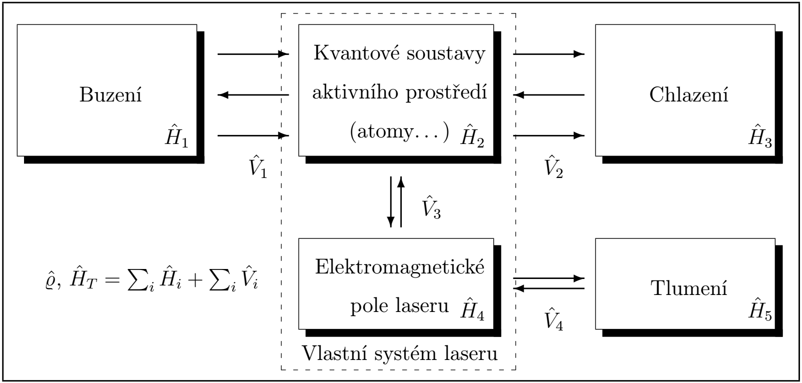
- Ekvivalentní časové Schrödingerově rovnici
- Je potřeba znát Hamiltonián celého systému $\hat{H}_T$
- Platí pouze pro uzavřený systém
- Žádná část světa však není uzavřená a Liouvilleův teorém je jen exaktním obecným pravidlem.

Model laseru jako uzavřený systém



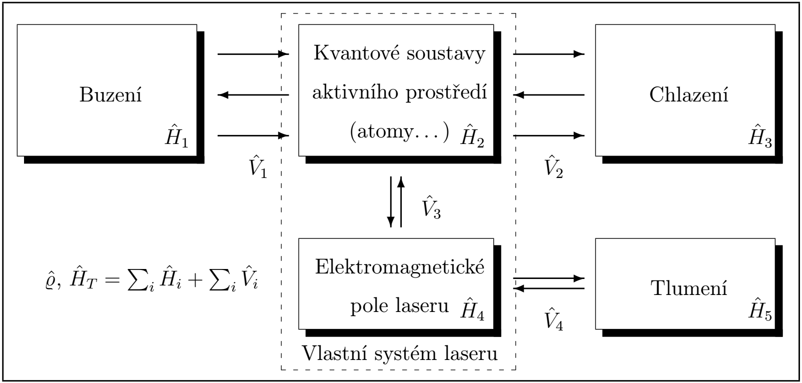
Buzení, chlazení a tlumení termodynamicky rovnovážné systémy, makroskopické vlastnosti se nemění a závisí pouze na termodynamické teplotě T

Model laseru jako uzavřený systém



Buzení, chlazení a tlumení termodynamicky rovnovážné systémy, makroskopické vlastnosti se nemění a závisí pouze na termodynamické teplotě T

Jeden mód pole laseru jeden stupeň volnosti

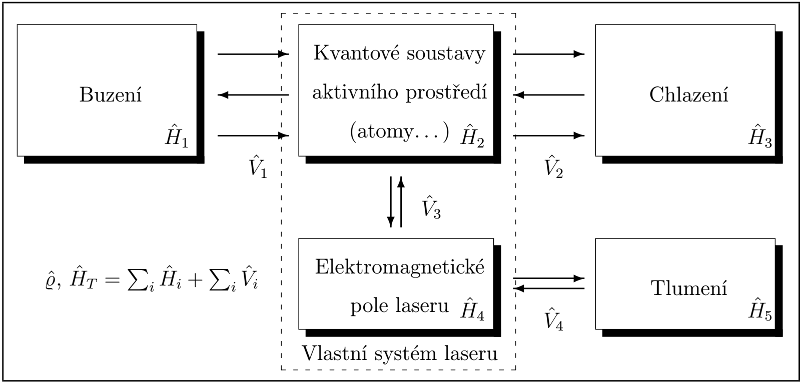


Buzení, chlazení a tlumení termodynamicky rovnovážné systémy, makroskopické vlastnosti se nemění a závisí pouze na termodynamické teplotě T

Jeden mód pole laseru jeden stupeň volnosti

Aktivní prostředí konečný počet kvantových soustav (a tedy i stupňů volnosti)

Model laseru jako uzavřený systém



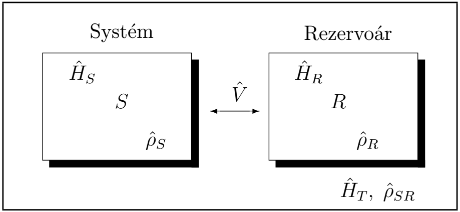
Buzení, chlazení a tlumení termodynamicky rovnovážné systémy, makroskopické vlastnosti se nemění a závisí pouze na termodynamické teplotě T

Jeden mód pole laseru jeden stupeň volnosti

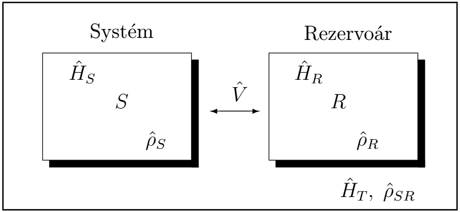
Aktivní prostředí konečný počet kvantových soustav (a tedy i stupňů volnosti)

Rezervoár nekonečně (ale spočetně) stupňů volnosti (např. záření černého tělesa)

Tlumený kvantový systém

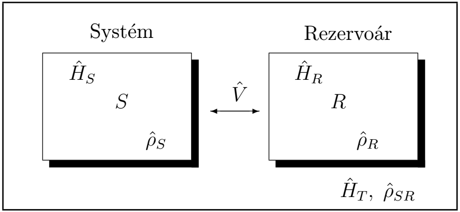


Tlumený kvantový systém

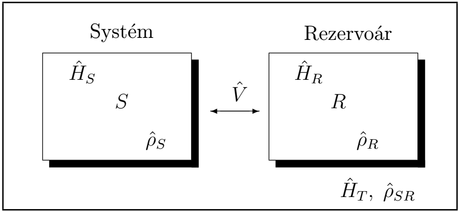


- Uzavřený složený kvantový systém: $\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{V}$

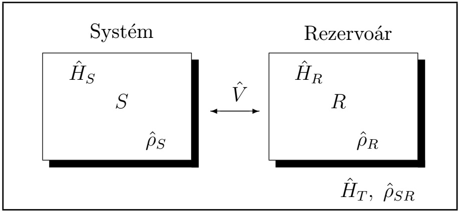
Tlumený kvantový systém



- Uzavřený složený kvantový systém: $\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{V}$
- Systém (dynamická soustava) – konečný počet stupňů volnosti



- Uzavřený složený kvantový systém: $\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{V}$
- Systém (dynamická soustava) – konečný počet stupňů volnosti
- Rezervoár (tlumící soustava) – nekonečně spočetně stupňů volnosti

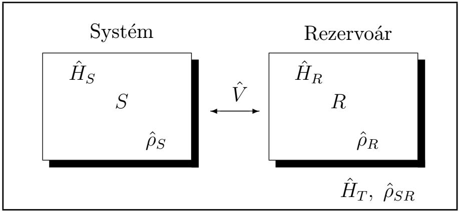


- Uzavřený složený kvantový systém: $\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{V}$
- Systém (dynamická soustava) – konečný počet stupňů volnosti
- Rezervoár (tlumící soustava) – nekonečně spočetně stupňů volnosti
- Evoluce celého uzavřeného systému – Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) = \hat{U}^\dagger_0(t, t_0)\hat{\varrho}^S_{SR}(t)\hat{U}_0(t, t_0), \quad \hat{V}^I(t - t_0) = \hat{U}^\dagger_0(t, t_0)\hat{V}^S\hat{U}_0(t, t_0)\,.$$

$$\hat{U}_0(t, t_0) = \exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{H}^S_0(t - t_0)\right)$$



- Uzavřený složený kvantový systém: $\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{V}$
- Systém (dynamická soustava) – konečný počet stupňů volnosti
- Rezervoár (tlumící soustava) – nekonečně spočetně stupňů volnosti
- Evoluce celého uzavřeného systému – Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) = \hat{U}_0^\dagger(t,t_0)\hat{\varrho}^S_{SR}(t)\hat{U}_0(t,t_0), \quad \hat{V}^I(t-t_0) = \hat{U}_0^\dagger(t,t_0)\hat{V}^S\hat{U}_0(t,t_0)\,.$$

$$\hat{U}_0(t,t_0) = \exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{H}_0^S(t-t_0)\right)$$

- Řešení nestacionární poruchovou iterační metodou + řada zjednodušujících předpokladů

Výchozí rovnice: Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

Poruchová metoda – iterace do druhého řádu

Výchozí rovnice: Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

Aproximace řešení: postupná integrace, na pravé straně je předchozí iterace $\hat{\varrho}^I_{SR}$

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]$$

Poruchová metoda – iterace do druhého řádu

Výchozí rovnice: Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

Aproximace řešení: postupná integrace, na pravé straně je předchozí iterace $\hat{\varrho}^I_{SR}$

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]$$

Výchozí rovnice: Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

Aproximace řešení: postupná integrace, na pravé straně je předchozí iterace $\hat{\varrho}^I_{SR}$

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]$$

$$\begin{aligned}\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) \quad &= \quad \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\ &+ \quad \left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \left[\hat{V}^I(t_2-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right]\end{aligned}$$

Počáteční podmínka: pro $t = t_0$ bude $\hat{V} \equiv 0$ a $\hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \hat{\varrho}^S_S\, \hat{\varrho}^S_R = \hat{\varrho}^I_S(t_0)\, \hat{\varrho}_R$

Výchozí rovnice: Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\varrho}^I_{SR}}{\partial t} = \left[\hat{V}^I(t - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}\right]$$

Aproximace řešení: postupná integrace, na pravé straně je předchozí iterace $\hat{\varrho}^I_{SR}$

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]$$

$$\begin{aligned} \hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) &= \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\ &+ \left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \left[\hat{V}^I(t_2 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right] \end{aligned}$$

Počáteční podmínka: pro $t = t_0$ bude $\hat{V} \equiv 0$ a $\hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \hat{\varrho}^S_S\,\hat{\varrho}^S_R = \hat{\varrho}^I_S(t_0)\,\hat{\varrho}_R$

Rezervoár v term. rovnováze: $\hat{\varrho}^S_R = \hat{\varrho}^I_R \equiv \hat{\varrho}_R$ se v čase nemění

$$\hat{\varrho}_R = \frac{\mathrm{e}^{-\beta \hat{H}_R}}{\mathrm{Tr}_R\left\{\mathrm{e}^{-\beta \hat{H}_R}\right\}}, \qquad \beta = \frac{1}{kT}$$

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^I_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle\hat{M}\rangle = \mathrm{Tr}_{SR}\left\{\hat{\varrho}^S_{SR}\hat{M}\right\} = \mathrm{Tr}_S\left\{\underbrace{\mathrm{Tr}_R\left(\hat{\varrho}^S_{SR}\right)}_{\hat{\varrho}^S_S}\hat{M}\right\} = \mathrm{Tr}_S\left\{\hat{\varrho}^S_S\hat{M}\right\}$$

Redukovaný statistický operátor

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^I_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}_{SR} \left\{ \hat{\varrho}^S_{SR} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_S \left\{ \underbrace{\mathrm{Tr}_R (\hat{\varrho}^S_{SR})}_{\hat{\varrho}^S_S} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_S \left\{ \hat{\varrho}^S_S \hat{M} \right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\hat{\varrho}^S_S \quad = \quad \mathrm{Tr}_R \, \hat{\varrho}^S_{SR} = \mathrm{Tr}_R \left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R + \hat{H}_S)(t - t_0)} \, \hat{\varrho}^I_{SR}(t) \, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R + \hat{H}_S)(t - t_0)} \right)$$

Redukovaný statistický operátor

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^{I}_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}_{SR} \left\{ \hat{\varrho}^{S}_{SR} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_{S} \left\{ \underbrace{\mathrm{Tr}_{R}(\hat{\varrho}^{S}_{SR})}_{\hat{\varrho}^{S}_{S}} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_{S} \left\{ \hat{\varrho}^{S}_{S} \hat{M} \right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\hat{\varrho}^{S}_{S} \quad = \quad \mathrm{Tr}_{R}\, \hat{\varrho}^{S}_{SR} = \mathrm{Tr}_{R} \left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R + \hat{H}_S)(t-t_0)}\ \hat{\varrho}^{I}_{SR}(t)\ \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R + \hat{H}_S)(t-t_0)} \right)$$

Redukovaný statistický operátor

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^I_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle\hat{M}\rangle = \mathrm{Tr}_{SR}\left\{\hat{\varrho}^S_{SR}\hat{M}\right\} = \mathrm{Tr}_S\Big\{\underbrace{\mathrm{Tr}_R(\hat{\varrho}^S_{SR})}_{\hat{\varrho}^S_S}\hat{M}\Big\} = \mathrm{Tr}_S\left\{\hat{\varrho}^S_S\hat{M}\right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\begin{aligned}
\hat{\varrho}^S_S &= \mathrm{Tr}_R\,\hat{\varrho}^S_{SR} = \mathrm{Tr}_R\left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\,\hat{\varrho}^I_{SR}(t)\,\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\right)\\
&= \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\,\underbrace{\mathrm{Tr}_R\,\hat{\varrho}^I_{SR}(t)}_{\hat{\varrho}^I_S}\,\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}
\end{aligned}$$

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^{I}_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}_{SR}\left\{\hat{\varrho}^{S}_{SR}\hat{M}\right\} = \mathrm{Tr}_{S}\Big\{\underbrace{\mathrm{Tr}_{R}(\hat{\varrho}^{S}_{SR})}_{\hat{\varrho}^{S}_{S}}\hat{M}\Big\} = \mathrm{Tr}_{S}\left\{\hat{\varrho}^{S}_{S}\hat{M}\right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\begin{aligned}
\hat{\varrho}^{S}_{S} &= \mathrm{Tr}_{R}\,\hat{\varrho}^{S}_{SR} = \mathrm{Tr}_{R}\left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\,\hat{\varrho}^{I}_{SR}(t)\,\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\right)\\
&= \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\,\underbrace{\mathrm{Tr}_{R}\,\hat{\varrho}^{I}_{SR}(t)}_{\hat{\varrho}^{I}_{S}}\,\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}
\end{aligned}$$

$$\hat{\varrho}^{I}_{S} = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\,\hat{\varrho}^{S}_{S}(t)\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}$$

Redukovaný statistický operátor

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^I_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}_{SR}\left\{ \hat{\varrho}^S_{SR} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_S \Big\{ \underbrace{\mathrm{Tr}_R(\hat{\varrho}^S_{SR})}_{\hat{\varrho}^S_S} \hat{M} \Big\} = \mathrm{Tr}_S\left\{ \hat{\varrho}^S_S \hat{M} \right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\begin{aligned} \hat{\varrho}^S_S &= \mathrm{Tr}_R\, \hat{\varrho}^S_{SR} = \mathrm{Tr}_R \left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\, \hat{\varrho}^I_{SR}(t)\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)} \right) \\ &= \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \underbrace{\mathrm{Tr}_R\, \hat{\varrho}^I_{SR}(t)}_{\hat{\varrho}^I_S}\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)} \end{aligned}$$

$$\hat{\varrho}^I_S = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \hat{\varrho}^S_S(t)\, \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}$$

- Výpočet střední hodnoty:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}^S_S \hat{M}^S \right\} = \mathrm{Tr}\left\{ \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \hat{\varrho}^I_S\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \hat{M}^S \right\}$$

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^I_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}_{SR}\left\{ \hat{\varrho}^S_{SR} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_S \left\{ \underbrace{\mathrm{Tr}_R(\hat{\varrho}^S_{SR})}_{\hat{\varrho}^S_S} \hat{M} \right\} = \mathrm{Tr}_S\left\{ \hat{\varrho}^S_S \hat{M} \right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\begin{aligned} \hat{\varrho}^S_S &= \mathrm{Tr}_R\, \hat{\varrho}^S_{SR} = \mathrm{Tr}_R \left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\, \hat{\varrho}^I_{SR}(t)\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)} \right) \\ &= \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \underbrace{\mathrm{Tr}_R\, \hat{\varrho}^I_{SR}(t)}_{\hat{\varrho}^I_S}\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)} \end{aligned}$$

$$\hat{\varrho}^I_S = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \hat{\varrho}^S_S(t)\, \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}$$

- Výpočet střední hodnoty:

$$\langle \hat{M} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{ \hat{\varrho}^S_S \hat{M}^S \right\} = \mathrm{Tr}\left\{ \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \hat{\varrho}^I_S\, \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\, \hat{M}^S \right\}$$

- Máme rovnici pro $\hat{\varrho}^I_{SR}(t)$, tedy vývoj celé složené soustavy. Nás ale zajímá především vývoj systému S, respektive jeho dynamických proměnných:

$$\langle\hat{M}\rangle = \mathrm{Tr}_{SR}\left\{\hat{\varrho}^S_{SR}\hat{M}\right\} = \mathrm{Tr}_S\left\{\underbrace{\mathrm{Tr}_R(\hat{\varrho}^S_{SR})}_{\hat{\varrho}^S_S}\hat{M}\right\} = \mathrm{Tr}_S\left\{\hat{\varrho}^S_S\hat{M}\right\}$$

- Redukovaný statistický operátor

$$\begin{aligned}\hat{\varrho}^S_S &= \mathrm{Tr}_R\,\hat{\varrho}^S_{SR} = \mathrm{Tr}_R\left(\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\;\hat{\varrho}^I_{SR}(t)\;\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)(\hat{H}_R+\hat{H}_S)(t-t_0)}\right)\\ &= \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\;\underbrace{\mathrm{Tr}_R\,\hat{\varrho}^I_{SR}(t)}_{\hat{\varrho}^I_S}\;\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\end{aligned}$$

$$\hat{\varrho}^I_S = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\,\hat{\varrho}^S_S(t)\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}$$

- Výpočet střední hodnoty:

$$\begin{aligned}\langle\hat{M}\rangle &= \mathrm{Tr}\left\{\hat{\varrho}^S_S\hat{M}^S\right\} = \mathrm{Tr}\left\{\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\;\hat{\varrho}^I_S\;\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\;\hat{M}^S\right\} =\\ &= \mathrm{Tr}\left\{\hat{\varrho}^I_S\;\underbrace{\mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}\;\hat{M}\;\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)}}_{\hat{M}^I}\right\} = \mathrm{Tr}\left\{\hat{\varrho}^I_S\hat{M}^I\right\}\end{aligned}$$

Iterace do druhého řádu pro redukovaný statistický operátor

- Ve výchozí rovnici

$$\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) &= \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\
&+ \left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \left[\hat{V}^I(t_2 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right]
\end{aligned}$$

- Ve výchozí rovnici

$$
\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) &= \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\
&+ \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \left[\hat{V}^I(t_2-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right]
\end{aligned}
$$

- vypočteme stopu na pravé a levé straně přes rezervoár R:

$$
\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_{S}(t) - \hat{\varrho}^I_{S}(t_0) = \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \mathrm{Tr}_R \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\
+ \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \mathrm{Tr}_R \left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \left[\hat{V}^I(t_2-t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right]
\end{aligned}
$$

- Ve výchozí rovnici

$$\hat{\varrho}^I_{SR}(t) - \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\ + \left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \left[\hat{V}^I(t_2 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right]$$

- vypočteme stopu na pravé a levé straně přes rezervoár R:

$$\hat{\varrho}^I_{S}(t) - \hat{\varrho}^I_{S}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \mathrm{Tr}_R \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right] + \\ + \left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \mathrm{Tr}_R \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \left[\hat{V}^I(t_2 - t_0), \hat{\varrho}^I_{SR}(t_0)\right]\right]$$

- Počáteční podmínka $\hat{\varrho}^I_{SR}(t_0) = \hat{\varrho}^I_{S}(t_0)\hat{\varrho}_R$. Tedy:

$$\hat{\varrho}^I_{S}(t) - \hat{\varrho}^I_{S}(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \mathrm{Tr}_R \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \hat{\varrho}^I_{S}(t_0)\hat{\varrho}_R\right] + \\ + \left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \mathrm{Tr}_R \left[\hat{V}^I(t_1 - t_0), \left[\hat{V}^I(t_2 - t_0), \hat{\varrho}^I_{S}(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right]$$

Interakční Hamiltonián $\hat{V}$

- Abychom mohli provést další zjednodušující úpravy, potřebujeme znát tvar interakčního Hamiltoniánu

Interakční Hamiltonián $\hat{V}$

- Abychom mohli provést další zjednodušující úpravy, potřebujeme znát tvar interakčního Hamiltoniánu
- Uvažujeme nejjednodušší tvar – první křížový člen Taylorova rozvoje celkového Hamiltoniánu soustavy $\hat{H}_T$, tedy:

$$\hat{V}(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) = \hat{H}_T(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) - \hat{H}_S(\hat{Q}_i) - \hat{H}_R(\hat{F}_i) \doteq \hbar \sum_i \hat{Q}_i \hat{F}_i ,$$

$\hat{Q}_i$ – operátory systému, $\hat{F}_i$ – operátory rezervoáru

Interakční Hamiltonián $\hat{V}$

- Abychom mohli provést další zjednodušující úpravy, potřebujeme znát tvar interakčního Hamiltoniánu
- Uvažujeme nejjednodušší tvar – první křížový člen Taylorova rozvoje celkového Hamiltoniánu soustavy $\hat{H}_T$, tedy:

$$\hat{V}(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) = \hat{H}_T(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) - \hat{H}_S(\hat{Q}_i) - \hat{H}_R(\hat{F}_i) \doteq \hbar \sum_i \hat{Q}_i \hat{F}_i \,,$$

  $\hat{Q}_i$ – operátory systému, $\hat{F}_i$ – operátory rezervoáru
- Vzhledem k nezávislosti stavových prostorů systému S a rezervoáru R dostaneme:

$$\hat{V}^I(t - t_0) = \hbar \sum_i \hat{Q}_i^I(t - t_0)\hat{F}_i^I(t - t_0)$$

Interakční Hamiltonián $\hat{V}$

- Abychom mohli provést další zjednodušující úpravy, potřebujeme znát tvar interakčního Hamiltoniánu
- Uvažujeme nejjednodušší tvar – první křížový člen Taylorova rozvoje celkového Hamiltoniánu soustavy $\hat{H}_T$, tedy:

$$\hat{V}(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) = \hat{H}_T(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) - \hat{H}_S(\hat{Q}_i) - \hat{H}_R(\hat{F}_i) \doteq \hbar \sum_i \hat{Q}_i \hat{F}_i \,,$$

  $\hat{Q}_i$ – operátory systému, $\hat{F}_i$ – operátory rezervoáru
- Vzhledem k nezávislosti stavových prostorů systému S a rezervoáru R dostaneme:

$$\hat{V}^I(t-t_0) = \hbar \sum_i \hat{Q}_i^I(t-t_0)\hat{F}_i^I(t-t_0)$$

- Zavedeme označení $\hat{Q}_i^{1,2} = \hat{Q}_i^I(t_{1,2}-t_0)$ a $\hat{F}_i^{1,2} = \hat{F}_i^I(t_{1,2}-t_0)$ a dosadíme do řídící rovnice

$$\hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 \mathrm{Tr}_R\left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right] +$$
$$+\left(\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \mathrm{Tr}_R\left[\hat{V}^I(t_1-t_0), \left[\hat{V}^I(t_2-t_0), \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right]$$

- Abychom mohli provést další zjednodušující úpravy, potřebujeme znát tvar interakčního Hamiltoniánu
- Uvažujeme nejjednodušší tvar – první křížový člen Taylorova rozvoje celkového Hamiltoniánu soustavy $\hat{H}_T$, tedy:

$$\hat{V}(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) = \hat{H}_T(\hat{Q}_i, \hat{F}_i) - \hat{H}_S(\hat{Q}_i) - \hat{H}_R(\hat{F}_i) \doteq \hbar \sum_i \hat{Q}_i \hat{F}_i \,,$$

  $\hat{Q}_i$ – operátory systému, $\hat{F}_i$ – operátory rezervoáru
- Vzhledem k nezávislosti stavových prostorů systému S a rezervoáru R dostaneme:

$$\hat{V}^I(t - t_0) = \hbar \sum_i \hat{Q}_i^I(t - t_0) \hat{F}_i^I(t - t_0)$$

- Zavedeme označení $\hat{Q}_i^{1,2} = \hat{Q}_i^I(t_{1,2} - t_0)$ a $\hat{F}_i^{1,2} = \hat{F}_i^I(t_{1,2} - t_0)$ a dosadíme do řídící rovnice

$$\begin{aligned} \hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) &= -\mathrm{i} \sum_i \int_{t_0}^{t} dt_1 \, \mathrm{Tr}_R \left[\hat{Q}_i^1 \hat{F}_i^1, \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{\varrho}_R \right] - \\ &\quad - \sum_{i,j} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \, \mathrm{Tr}_R \left[\hat{Q}_i^1 \hat{F}_i^1, \left[\hat{Q}_j^2 \hat{F}_j^2, \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{\varrho}_R \right] \right] \end{aligned}$$

Stopy $\mathrm{Tr}_R[\ldots]$, střední hodnoty a korelační funkce

- V rovnici

$$
\begin{aligned}
\hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i \int_{t_0}^{t} dt_1 \, \mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}_i^1 \hat{F}_i^1, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right] - \\
&- \sum_{i,j} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \, \mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}_i^1 \hat{F}_i^1, \left[\hat{Q}_j^2 \hat{F}_j^2, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right]
\end{aligned}
$$

Stopy $\mathrm{Tr}_R[\dots]$, střední hodnoty a korelační funkce

- V rovnici

$$\hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) = -\mathrm{i}\sum_i \int_{t_0}^{t} dt_1\, \mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}_i^1\hat{F}_i^1, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right] - \\ - \sum_{i,j}\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2\, \mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}_i^1\hat{F}_i^1, \left[\hat{Q}_j^2\hat{F}_j^2, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right]$$

- můžeme vypočítat stopy (DC 1.1):

$$\mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}_i^1\hat{F}_i^1, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right] = \left[\hat{Q}_i^1, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\right]\langle\hat{F}_i^1\rangle_R$$

$$\mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}_i^1\hat{F}_i^1, \left[\hat{Q}_j^2\hat{F}_j^2, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right] = \\ = \langle\hat{F}_i^1\hat{F}_j^2\rangle_R\left(\hat{Q}_i^1\hat{Q}_j^2\hat{\varrho}_S^I - \hat{Q}_j^2\hat{\varrho}_S^I\,\hat{Q}_i^1\right) - \langle\hat{F}_j^2\hat{F}_i^1\rangle_R\left(\hat{Q}_i^1\hat{\varrho}_S^I\hat{Q}_j^2 - \hat{\varrho}_S^I\hat{Q}_j^2\hat{Q}_i^1\right)$$

- V rovnici

$$\begin{aligned} \hat{\varrho}^I_S(t) - \hat{\varrho}^I_S(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i \int_{t_0}^{t} dt_1\, \mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}^1_i \hat{F}^1_i, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\hat{\varrho}_R\right] - \\ &- \sum_{i,j}\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2\, \mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}^1_i \hat{F}^1_i, \left[\hat{Q}^2_j \hat{F}^2_j, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right] \end{aligned}$$

- můžeme vypočítat stopy (DC 1.1):

$$\mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}^1_i \hat{F}^1_i, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\hat{\varrho}_R\right] = \left[\hat{Q}^1_i, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\right] \langle \hat{F}^1_i\rangle_R$$

$$\mathrm{Tr}_R\left[\hat{Q}^1_i \hat{F}^1_i, \left[\hat{Q}^2_j \hat{F}^2_j, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\hat{\varrho}_R\right]\right] =$$

$$= \langle \hat{F}^1_i \hat{F}^2_j\rangle_R \left(\hat{Q}^1_i \hat{Q}^2_j \hat{\varrho}^I_S - \hat{Q}^2_j \hat{\varrho}^I_S\, \hat{Q}^1_i\right) - \langle \hat{F}^2_j \hat{F}^1_i\rangle_R \left(\hat{Q}^1_i \hat{\varrho}^I_S \hat{Q}^2_j - \hat{\varrho}^I_S \hat{Q}^2_j \hat{Q}^1_i\right)$$

- Příslušné střední hodnoty a korelační funkce:

$$\begin{aligned} \langle \hat{F}^1_i\rangle_R &= \mathrm{Tr}_R\left(\hat{F}^I_i(t_1 - t_0)\hat{\varrho}_R\right), \\ \langle \hat{F}^1_i \hat{F}^2_j\rangle_R &= \mathrm{Tr}_R\left(\hat{F}^I_i(t_1 - t_0)\hat{F}^I_j(t_2 - t_0)\hat{\varrho}_R\right), \\ \langle \hat{F}^2_i \hat{F}^1_j\rangle_R &= \mathrm{Tr}_R\left(\hat{F}^I_i(t_2 - t_0)\hat{F}^I_j(t_1 - t_0)\hat{\varrho}_R\right) \end{aligned}$$

Stopy $\mathrm{Tr}_R[\ldots]$, střední hodnoty a korelační funkce

- Dostaneme:

$$
\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_S(t) - \hat{\varrho}^I_S(t_0) \quad &= \quad -\mathrm{i}\sum_i \int_{t_0}^{t} \left[\hat{Q}_i^1, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\right] \langle \hat{F}_i^1 \rangle_R \, dt_1 \, - \\
&- \quad \sum_{i,j} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left\{ \left(\hat{Q}_i^1 \hat{Q}_j^2 \hat{\varrho}^I_S(t_0) - \hat{Q}_j^2 \hat{\varrho}^I_S(t_0) \, \hat{Q}_i^1 \right) \langle \hat{F}_i^1 \hat{F}_j^2 \rangle_R \, - \right. \\
&\left. \qquad - \left(\hat{Q}_i^1 \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}_j^2 - \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}_j^2 \hat{Q}_i^1 \right) \langle \hat{F}_j^2 \hat{F}_i^1 \rangle_R \right\}
\end{aligned}
$$

- Dostaneme:

$$\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_S(t) - \hat{\varrho}^I_S(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i \int_{t_0}^{t} \left[\hat{Q}^1_i, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\right] \langle \hat{F}^1_i \rangle_R \, dt_1 - \\
&- \sum_{i,j} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left\{ \left(\hat{Q}^1_i \hat{Q}^2_j \hat{\varrho}^I_S(t_0) - \hat{Q}^2_j \hat{\varrho}^I_S(t_0)\, \hat{Q}^1_i \right) \langle \hat{F}^1_i \hat{F}^2_j \rangle_R - \right. \\
&\left. - \left(\hat{Q}^1_i \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}^2_j - \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}^2_j \hat{Q}^1_i \right) \langle \hat{F}^2_j \hat{F}^1_i \rangle_R \right\}
\end{aligned}$$

- Rezervoár stacionární $\Rightarrow \hat{F}_i$ stacionární $\Rightarrow \langle \hat{F}^1_i \rangle_R$ není funkcí času

- Dostaneme:

$$\begin{aligned}
\hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i \int_{t_0}^{t} \left[\hat{Q}_i^1, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\right] \langle \hat{F}_i^1 \rangle_R \, dt_1 - \\
&- \sum_{i,j} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left\{ \left(\hat{Q}_i^1 \hat{Q}_j^2 \hat{\varrho}_S^I(t_0) - \hat{Q}_j^2 \hat{\varrho}_S^I(t_0)\, \hat{Q}_i^1 \right) \langle \hat{F}_i^1 \hat{F}_j^2 \rangle_R - \right. \\
&\left. - \left(\hat{Q}_i^1 \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^2 - \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^2 \hat{Q}_i^1 \right) \langle \hat{F}_j^2 \hat{F}_i^1 \rangle_R \right\}
\end{aligned}$$

- Rezervoár stacionární $\Rightarrow$ $\hat{F}_i$ stacionární $\Rightarrow$ $\langle \hat{F}_i^1 \rangle_R$ není funkcí času
- Rezervoár stacionární $\Rightarrow$ korelační funkce nezávisí na volbě počátku t_0, pouze na rozdílu t_1 a t_2:

$$\begin{aligned}
\langle \hat{F}_i^1 \hat{F}_j^2 \rangle_R &= \langle \hat{F}_i^I(t_1 - t_2) \hat{F}_j^I(0) \rangle_R \\
\langle \hat{F}_i^2 \hat{F}_j^1 \rangle_R &= \langle \hat{F}_i^I(0) \hat{F}_j^I(t_1 - t_2) \rangle_R
\end{aligned}$$

- Dostaneme:

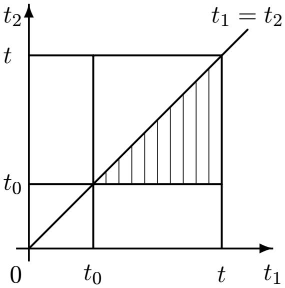
$$
\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_S(t) - \hat{\varrho}^I_S(t_0) &= -\mathrm{i} \sum_i \int_{t_0}^{t} \left[\hat{Q}_i^1, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\right] \langle \hat{F}_i^1 \rangle_R \, dt_1 - \\
&- \sum_{i,j} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left\{ \left(\hat{Q}_i^1 \hat{Q}_j^2 \hat{\varrho}^I_S(t_0) - \hat{Q}_j^2 \hat{\varrho}^I_S(t_0)\, \hat{Q}_i^1 \right) \langle \hat{F}_i^1 \hat{F}_j^2 \rangle_R - \right. \\
&\left. - \left(\hat{Q}_i^1 \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}_j^2 - \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}_j^2 \hat{Q}_i^1 \right) \langle \hat{F}_j^2 \hat{F}_i^1 \rangle_R \right\}
\end{aligned}
$$

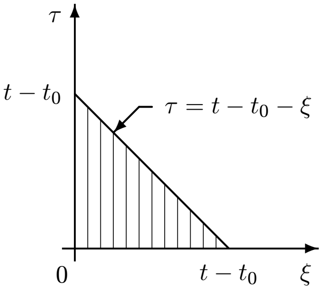
- Rezervoár stacionární $\Rightarrow \hat{F}_i$ stacionární $\Rightarrow \langle \hat{F}_i^1 \rangle_R$ není funkcí času
- Rezervoár stacionární $\Rightarrow$ korelační funkce nezávisí na volbě počátku t_0, pouze na rozdílu t_1 a t_2:

$$
\begin{aligned}
\langle \hat{F}_i^1 \hat{F}_j^2 \rangle_R &= \langle \hat{F}_i^I (t_1 - t_2) \hat{F}_j^I (0) \rangle_R \\
\langle \hat{F}_i^2 \hat{F}_j^1 \rangle_R &= \langle \hat{F}_i^I (0) \hat{F}_j^I (t_1 - t_2) \rangle_R
\end{aligned}
$$

- V dalším kroku provedeme transformaci integračních proměnných, aby integrace probíhala od 0

Nové proměnné (DC 1.2): $\xi = t_2 - t_0$, $\tau = t_1 - t_2$





$$\int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \left\{ \dots \right\} \quad \Rightarrow \quad \int_0^{t-t_0} d\xi \int_0^{t-t_0-\xi} d\tau \left\{ \dots \right\}$$

Z rovnice

$$\begin{aligned}\hat{\varrho}_S^I(t)-\hat{\varrho}_S^I(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i\int_{t_0}^{t}\left[\hat{Q}_i^1,\hat{\varrho}_S^I(t_0)\right]\langle\hat{F}_i^1\rangle_R\,dt_1 - \\ &- \sum_{i,j}\int_{t_0}^{t}dt_1\int_{t_0}^{t_1}dt_2\left\{\left(\hat{Q}_i^1\hat{Q}_j^2\hat{\varrho}_S^I(t_0)-\hat{Q}_j^2\hat{\varrho}_S^I(t_0)\,\hat{Q}_i^1\right)\langle\hat{F}_i^1\hat{F}_j^2\rangle_R\, - \right.\\ &\left. -\left(\hat{Q}_i^1\hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_j^2-\hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_j^2\hat{Q}_i^1\right)\langle\hat{F}_j^2\hat{F}_i^1\rangle_R\right\}\end{aligned}$$

po provedení transformace a s využitím stacionarity rezervoáru R dostaneme

$$\begin{aligned}\hat{\varrho}_S^I(t)-\hat{\varrho}_S^I(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i\langle\hat{F}_i\rangle_R\int_{t_0}^{t}dt_1\left[\hat{Q}_i^I(t_1-t_0),\hat{\varrho}_S^I(t_0)\right]-\sum_{i,j}\int_0^{t-t_0}d\xi\int_0^{t-t_0-\xi}d\tau\,\times \\ &\times\left\{\left(\hat{Q}_i^I(\tau+\xi)\hat{Q}_j^I(\xi)\hat{\varrho}_S^I(t_0)-\hat{Q}_j^I(\xi)\hat{\varrho}_S^I(t_0)\,\hat{Q}_i^I(\tau+\xi)\right)\langle\hat{F}_i(\tau)\hat{F}_j\rangle_R\, - \right.\\ &\left. -\left(\hat{Q}_i^I(\tau+\xi)\hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_j^I(\xi)-\hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_j^I(\xi)\hat{Q}_i^I(\xi+\tau)\right)\langle\hat{F}_j\hat{F}_i(\tau)\rangle_R\right\}\end{aligned}$$

vyjádření časového vývoje redukovaného statistického operátoru v interakční reprezentaci – vývoj systému S do druhého řádu poruchové teorie.

Vlastní frekvence dynamických proměnných systému

- Definitoricky zavedeme „vlastní frekvence operátoru systému $\hat{Q}_i^I$“

$$\hat{Q}_i^I(\lambda) = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda}\,\hat{Q}_i^S\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\lambda}\,\hat{Q}_i^S$$

Vlastní frekvence dynamických proměnných systému

- Definitoricky zavedeme „vlastní frekvence operátoru systému $\hat{Q}_i^I$“

$$\hat{Q}_i^I(\lambda) = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda}\,\hat{Q}_i^S\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\lambda}\,\hat{Q}_i^S$$

- $\hat{Q}_i^I$ – předpokládáme harmonický průběh v čase s vlastní frekvencí ω_i

Vlastní frekvence dynamických proměnných systému

- Definitoricky zavedeme „vlastní frekvence operátoru systému $\hat{Q}_i^I$“

$$\hat{Q}_i^I(\lambda) = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda}\,\hat{Q}_i^S\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\lambda}\,\hat{Q}_i^S$$

- $\hat{Q}_i^I$ – předpokládáme harmonický průběh v čase s vlastní frekvencí ω_i
- Př.: elmag. pole, $\hat{H} = \hbar\omega_i\hat{n}$

- Definitoricky zavedeme „vlastní frekvence operátoru systému $\hat{Q}_i^I$“

$$\hat{Q}_i^I(\lambda) = \mathrm{e}^{(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda}\,\hat{Q}_i^S\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\hat{H}_S\lambda} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\lambda}\,\hat{Q}_i^S$$

- $\hat{Q}_i^I$ – předpokládáme harmonický průběh v čase s vlastní frekvencí ω_i
- Př.: elmag. pole, $\hat{H} = \hbar\omega_i\hat{n}$
- Dostaneme:

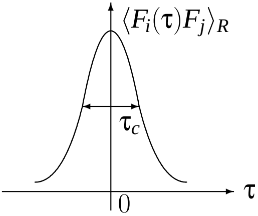
$$\hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) = -\mathrm{i}\sum_i \langle\hat{F}_i\rangle_R \left[\hat{Q}_i^S, \hat{\varrho}_S^I(t_0)\right] \int_0^{t-t_0} d\xi\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\xi} -$$

$$-\sum_{i,j}\left(\hat{Q}_i^S\hat{Q}_j^S\hat{\varrho}_S^I(t_0) - \hat{Q}_j^S\hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_i^S\right)\int_0^{t-t_0} d\xi\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_i+\omega_j)\xi}\int_0^{t-t_0-\xi} d\tau\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\tau}\langle\hat{F}_i(\tau)\hat{F}_j\rangle_R -$$

$$-\sum_{i,j}\left(\hat{Q}_i^S\hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^I(t_0)\hat{Q}_j^S\hat{Q}_i^S\right)\int_0^{t-t_0} d\xi\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_i+\omega_j)\xi}\int_0^{t-t_0-\xi} d\tau\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i\tau}\langle\hat{F}_j\hat{F}_i(\tau)\rangle_R$$

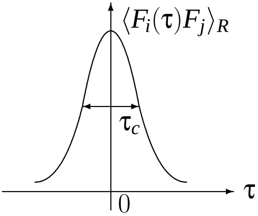
Markovovská aproximace

- Interakcí Systému s Rezervoárem mohou vzniknout fluktuace v rezervoáru – relaxační doba τ_c



Markovovská aproximace

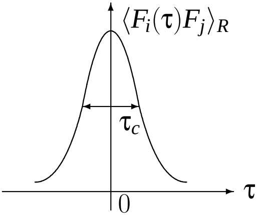
- Interakcí Systému s Rezervoárem mohou vzniknout fluktuace v rezervoáru – relaxační doba τ_c



- Pokud zanedbáme zpětný vliv těchto fluktuací na Systém a budeme studovat soustavu jen pro $t - t_0 \gg \tau_c$, můžeme při výpočtu integrálů z korelačních funkcí rezervoáru R posunout mez integrace přes τ a ξ do nekonečna.

Markovovská aproximace

- Interakcí Systému s Rezervoárem mohou vzniknout fluktuace v rezervoáru – relaxační doba τ_c



- Pokud zanedbáme zpětný vliv těchto fluktuací na Systém a budeme studovat soustavu jen pro $t - t_0 \gg \tau_c$, můžeme při výpočtu integrálů z korelačních funkcí rezervoáru R posunout mez integrace přes τ a ξ do nekonečna.
- Statistická budoucnost Systému bude závislá pouze na stavu systému v daném okamžiku – systém „nemá paměť."

Markovovská aproximace

$$
\begin{aligned}
\hat{\varrho}^I_S(t) - \hat{\varrho}^I_S(t_0) &= -\mathrm{i}\sum_i \langle \hat{F}_i \rangle_R \left[\hat{Q}^S_i, \hat{\varrho}^I_S(t_0)\right] I(\omega_i) - \\
&- \sum_{i,j} \left(\hat{Q}^S_i \hat{Q}^S_j \hat{\varrho}^I_S(t_0) - \hat{Q}^S_j \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}^S_i \right) I(\omega_i + \omega_j) w^+_{ij} - \\
&- \sum_{i,j} \left(\hat{Q}^S_i \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}^S_j - \hat{\varrho}^I_S(t_0) \hat{Q}^S_j \hat{Q}^S_i \right) I(\omega_i + \omega_j) w^-_{ji}
\end{aligned}
$$

Spektrální hustoty korelačních funkcí:

$$
\begin{aligned}
w^+_{ij} &= \int_0^\infty \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i \tau} \langle \hat{F}_i(\tau) \hat{F}_j \rangle_R \, d\tau \\
w^-_{ji} &= \int_0^\infty \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i \tau} \langle \hat{F}_j \hat{F}_i(\tau) \rangle_R \, d\tau
\end{aligned}
$$

$$
I(\omega_i) = \int_0^{t-t_0} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_i \xi} \, d\xi \quad \text{pro} \quad t - t_0 \gg \omega_i^{-1} \quad \Rightarrow \quad I(\omega_i) = (t - t_0)\,\delta(\omega_i) \quad \text{(DC 1.3)}
$$

Markovovská aproximace – řídící rovnice

$$\frac{\Delta \hat{\varrho}_S^I}{\Delta t} = -\sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \right.$$
$$\left. - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

$$\Delta \hat{\varrho}_S^I = \hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0)$$
$$\Delta t = t - t_0,$$

- Aby bylo možno přejít od diferencí k diferenciálům, musí být na intervalu Δt změna Systému v důsledku tlumení (charakteristická doba γ^{-1}) „malá“, tj. $t - t_0 \ll \gamma^{-1}$. Potom:
$$\Delta \hat{\varrho}_S^I \doteq \Delta t \frac{d\, \hat{\varrho}_S^I}{dt}$$

Markovovská aproximace – řídící rovnice

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta \hat{\varrho}_S^I}{\Delta t} &= -\sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \right. \\
&\quad \left. - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta \hat{\varrho}_S^I &= \hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) \\
\Delta t &= t - t_0 ,
\end{aligned}
$$

- Aby bylo možno přejít od diferencí k diferenciálům, musí být na intervalu Δt změna Systému v důsledku tlumení (charakteristická doba γ^{-1}) „malá“, tj. $t - t_0 \ll \gamma^{-1}$. Potom:
$$\Delta \hat{\varrho}_S^I \doteq \Delta t \frac{d\,\hat{\varrho}_S^I}{dt}$$
- Zároveň musí být na intervalu Δt splněn předpoklad markovovské aproximace. Dohromady $\tau_c \ll t - t_0 \ll \gamma^{-1}$

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta \hat{\varrho}_S^I}{\Delta t} &= -\sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \right. \\
& \left. - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta \hat{\varrho}_S^I &= \hat{\varrho}_S^I(t) - \hat{\varrho}_S^I(t_0) \\
\Delta t &= t - t_0,
\end{aligned}
$$

- Aby bylo možno přejít od diferencí k diferenciálům, musí být na intervalu Δt změna Systému v důsledku tlumení (charakteristická doba γ^{-1}) „malá“, tj. $t - t_0 \ll \gamma^{-1}$. Potom:
$$\Delta \hat{\varrho}_S^I \doteq \Delta t \frac{d\, \hat{\varrho}_S^I}{dt}$$
- Zároveň musí být na intervalu Δt splněn předpoklad markovovské aproximace. Dohromady $\tau_c \ll t - t_0 \ll \gamma^{-1}$
- Přechod ke Schrödingerově reprezentaci (DC 1.5)

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} \doteq \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

- MASTER EQUATION – obdoba Liouvillova teorému.

Řídící rovnice ve Schrödingerově reprezentaci

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} \doteq \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

- MASTER EQUATION – obdoba Liouvillova teorému.
- Platí do druhého řádu poruchové teorie.

Řídící rovnice ve Schrödingerově reprezentaci

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} \doteq \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

- MASTER EQUATION – obdoba Liouvillova teorému.
- Platí do druhého řádu poruchové teorie.
- Při volbě kroku výpočtu musí být splněny požadavky Markovovské aproximace $\tau_c \ll t - t_0 \ll \gamma^{-1}$ a musí být zohledněna perioda vlastních kmitů systému $t - t_0 \gg \omega_i^{-1}$.

Řídící rovnice ve Schrödingerově reprezentaci

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} \doteq \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^{+} - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^{-} \right\}$$

- MASTER EQUATION – obdoba Liouvillova teorému.
- Platí do druhého řádu poruchové teorie.
- Při volbě kroku výpočtu musí být splněny požadavky Markovovské aproximace $\tau_c \ll t - t_0 \ll \gamma^{-1}$ a musí být zohledněna perioda vlastních kmitů systému $t - t_0 \gg \omega_i^{-1}$.
- Vliv Rezervoáru započítán pouze prostřednictvím spektrálních hustot $w^{\pm}$ korelačních funkcí $\langle \hat{F}(\tau)\hat{F} \rangle_R$ Rezervoáru odpovídajících vlastní frekvenci ω_i Systému.

Řídící rovnice ve Schrödingerově reprezentaci

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} \doteq \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

- MASTER EQUATION – obdoba Liouvillova teorému.
- Platí do druhého řádu poruchové teorie.
- Při volbě kroku výpočtu musí být splněny požadavky Markovovské aproximace $\tau_c \ll t - t_0 \ll \gamma^{-1}$ a musí být zohledněna perioda vlastních kmitů systému $t - t_0 \gg \omega_i^{-1}$.
- Vliv Rezervoáru započítán pouze prostřednictvím spektrálních hustot $w^{\pm}$ korelačních funkcí $\langle \hat{F}(\tau)\hat{F} \rangle_R$ Rezervoáru odpovídajících vlastní frekvenci ω_i Systému.
- Statistická budoucnost Systému vychází ze znalosti stavu Systému v jednom okamžiku.

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
  1. 2. řád poruchové teorie

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
    1. 2. řád poruchové teorie
    2. Redukovaný statistický operátor

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
  1. 2. řád poruchové teorie
  2. Redukovaný statistický operátor
  3. Speciální tvar interakčního Hamiltoniánu

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
  1. 2. řád poruchové teorie
  2. Redukovaný statistický operátor
  3. Speciální tvar interakčního Hamiltoniánu
  4. Harmonický průběh operátorů Systému

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
  1. 2. řád poruchové teorie
  2. Redukovaný statistický operátor
  3. Speciální tvar interakčního Hamiltoniánu
  4. Harmonický průběh operátorů Systému
  5. Posun horní meze integrace do nekonečna – Markovovská aproximace

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
  1. 2. řád poruchové teorie
  2. Redukovaný statistický operátor
  3. Speciální tvar interakčního Hamiltoniánu
  4. Harmonický průběh operátorů Systému
  5. Posun horní meze integrace do nekonečna – Markovovská aproximace
- Řídící rovnice

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

Shrnutí

- Laser jako uzavřená soustava
- Kvantový Liouvilleův teorém
- Řešení pro tlumení kvantové soustavy „černým tělesem“
  1. 2. řád poruchové teorie
  2. Redukovaný statistický operátor
  3. Speciální tvar interakčního Hamiltoniánu
  4. Harmonický průběh operátorů Systému
  5. Posun horní meze integrace do nekonečna – Markovovská aproximace
- Řídící rovnice

$$\frac{\partial \hat{\varrho}_S^S(t)}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\varrho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times$$
$$\times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\varrho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

- Příště „cvičení“: konkrétní aplikace na kvantový harmonický oscilátor