Fyzika laserů

Aproximace rychlostních rovnic
Dynamika laseru s krátkým rezonátorem. Práh laseru

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

3. května 2020

Program přednášek

1. Kvantová teorie tlumení, řídící rovnice
2. Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. **Aplikace na laser – kontinuální režim**
6. Aplikace na laser – Q-spínání
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. Spektrum laseru a režim synchronizace módů
10. Kvantová teorie laseru, F.-P. rovnice
11. F.-P. rovnice pro záření a atom
12. F.-P. rovnice pro laser
13. Statistické vlastnosti laserového záření

Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové nelineární parciální diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a N

Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové nelineární parciální diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a N

Rezonanční prostředí je disperzní susceptibilita je funkcí frekvence

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové nelineární parciální diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a N

Rezonanční prostředí je disperzní susceptibilita je funkcí frekvence

Rezonanční prostředí je nelineární v blízkosti rezonanční frekvence může v závislosti na obsazení hladin docházet k pohlcení nebo zesílení záření (susceptibilita je komplexní)

Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové nelineární parciální diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a N

Rezonanční prostředí je disperzní susceptibilita je funkcí frekvence

Rezonanční prostředí je nelineární v blízkosti rezonanční frekvence může v závislosti na obsazení hladin docházet k pohlcení nebo zesílení záření (susceptibilita je komplexní)

Signál pomalu proměnný impulz s harmonickou nosnou frekvencí $\omega \gg T_{\text{imp}}^{-1}$ v rezonanci ($\omega = \omega_{21}$) a bez fázové modulace $\rightarrow$ tři rovnice pro obálku

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

Šíření impulsů

- Charakter šíření určuje délka obálky impulzu T_{imp} v porovnání s relaxačními časy T_1 a T_2

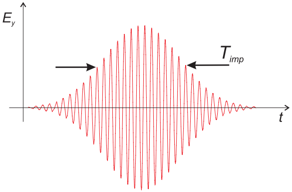
$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} &= \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2 \\
\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} &= -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N \\
\frac{\partial N}{\partial t'} &= -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2
\end{aligned}
$$

- Charakter šíření určuje délka obálky impulzu T_{imp} v porovnání s relaxačními časy T_1 a T_2

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

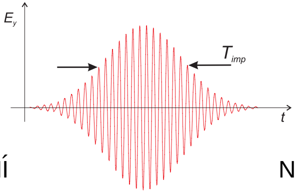
$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$



Šíření impulsů

- Charakter šíření určuje délka obálky impulzu T_{imp} v porovnání s relaxačními časy T_1 a T_2

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$
$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$
$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$



KOHERENTNÍ

$T_{\mathrm{imp}} \ll T_1,\ T_2$

NEKOHERNTNÍ

$T_{\mathrm{imp}} \gg T_1,\ T_2$

APROXIMACE
RYCHLOSTNÍCH ROVNIC

$T_2 \ll T_{\mathrm{imp}} \ll T_1$

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\text{imp}} \gg T_1, T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\mathrm{imp}} \gg T_1, T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí
- Adiabatická eliminace — v každém okamžiku „ustálený stav“

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\mathrm{imp}} \gg T_1, T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí
- Adiabatická eliminace — v každém okamžiku „ustálený stav“
- Relaxace má větší vliv než změna amplitudy $\Rightarrow$ časové derivace $\equiv 0$

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\mathrm{imp}} \gg T_1, T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí
- Adiabatická eliminace — v každém okamžiku „ustálený stav“
- Relaxace má větší vliv než změna amplitudy $\Rightarrow$ časové derivace $\equiv 0$
- Odpovídá rovnicím pro stacionární signál – odezva prostředí sleduje vstup

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\text{imp}} \gg T_1, T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí
- Adiabatická eliminace — v každém okamžiku „ustálený stav“
- Relaxace má větší vliv než změna amplitudy $\Rightarrow$ časové derivace $\equiv 0$
- Odpovídá rovnicím pro stacionární signál – odezva prostředí sleduje vstup

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\mathrm{imp}} \gg T_1, T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí
- Adiabatická eliminace — v každém okamžiku „ustálený stav“
- Relaxace má větší vliv než změna amplitudy $\Rightarrow$ časové derivace $\equiv 0$
- Odpovídá rovnicím pro stacionární signál – odezva prostředí sleduje vstup

$$\mathcal{P}_2(z,t) = -\frac{|d_{21}|^2}{\hbar} T_2 \mathcal{E}(z,t) N(z,t)$$

$$N(z,t) = \frac{N_0}{1 + \frac{|d_{21}|^2}{\hbar^2} T_1 T_2 \mathcal{E}^2(z,t)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}(z,t)}{\partial z'} = \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} T_2 N_0 \frac{\mathcal{E}(z,t)}{1 + \frac{|d_{21}|^2}{\hbar^2} T_1 T_2 \mathcal{E}^2(z,t)}$$

Nekoherentní šíření impulsů $T_{\mathrm{imp}} \gg T_1,\ T_2$

- Rychlá relaxace rezonančního prostředí
- Adiabatická eliminace — v každém okamžiku „ustálený stav"
- Relaxace má větší vliv než změna amplitudy $\Rightarrow$ časové derivace $\equiv 0$
- Odpovídá rovnicím pro stacionární signál – odezva prostředí sleduje vstup

$$\mathcal{P}_2(z,t) = -\frac{|d_{21}|^2}{\hbar} T_2 \mathcal{E}(z,t) N(z,t)$$

$$N(z,t) = \frac{N_0}{1 + \frac{|d_{21}|^2}{\hbar^2} T_1 T_2 \mathcal{E}^2(z,t)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}(z,t)}{\partial z'} = \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} T_2 N_0 \frac{\mathcal{E}(z,t)}{1 + \frac{|d_{21}|^2}{\hbar^2} T_1 T_2 \mathcal{E}^2(z,t)}$$

$$\frac{dI(z,t)}{dz} = \frac{g_0}{1 + I(z,t)/I_s} I(z,t)$$

- Částečná adiabatická eliminace

Aproximace rychlostních rovnic $T_2 \ll T_{\text{imp}} \ll T_1$

- Částečná adiabatická eliminace
- Polarizace spojená s časem T_2 relaxuje rychle – kvazistacionární stav

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar}\mathcal{E}N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar}\mathcal{E}\mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2}\mathcal{P}_2$$

Aproximace rychlostních rovnic $T_2 \ll T_{\mathrm{imp}} \ll T_1$

- Částečná adiabatická eliminace
- Polarizace spojená s časem T_2 relaxuje rychle – kvazistacionární stav

$$0 = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar}\mathcal{E}N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar}\mathcal{E}\mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2}\mathcal{P}_2$$

- Z rovnic vyloučíme polarizaci (DC)

Aproximace rychlostních rovnic $T_2 \ll T_{imp} \ll T_1$

- Částečná adiabatická eliminace
- Polarizace spojená s časem T_2 relaxuje rychle – kvazistacionární stav

$$0 = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar}\mathcal{E}N$$
$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar}\mathcal{E}\mathcal{P}_2$$
$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2}\mathcal{P}_2$$

- Z rovnic vyloučíme polarizaci (DC)

$$0 = -\frac{\mathcal{P}_2(z,t)}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar}\mathcal{E}(z,t)N(z,t) \Rightarrow \mathcal{P}_2(z,t) = -\frac{|d_{21}|^2}{\hbar}T_2\mathcal{E}(z,t)N(z,t)$$
$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \frac{N_0 - N}{T_1} + \frac{1}{\hbar}\mathcal{E}(z,t)\mathcal{P}_2(z,t) \Rightarrow \frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \frac{N_0}{T_1} - \frac{N(z,t)}{T_1} - \frac{2\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}}I(z,t)N(z,t)$$
$$\frac{\partial \mathcal{E}(z,t)}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2}\mathcal{P}_2(z,t) \Rightarrow \frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \sigma_{21}N(z,t)I(z,t)$$

- Amplituda intenzity elektrického pole byla nahrazena intenzitou záření

$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \underbrace{\frac{N_0}{T_1}}_{\text{buzení}} - \underbrace{\frac{N(z,t)}{T_1}}_{\text{fluorescence}} - \frac{2}{\hbar\omega_{21}} \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

- Zákon zachování energie – fotony vs inverze populace hladin

Rychlostní rovnice

$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \underbrace{\frac{N_0}{T_1}}_{\text{buzení}} - \underbrace{\frac{N(z,t)}{T_1}}_{\text{fluorescence}} - \frac{2}{\hbar\omega_{21}} \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

- Zákon zachování energie – fotony vs inverze populace hladin
- Hustota energie $u = I/c$

Rychlostní rovnice

$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \underbrace{\frac{N_0}{T_1}}_{\text{buzení}} - \underbrace{\frac{N(z,t)}{T_1}}_{\text{fluorescence}} - \frac{2}{\hbar\omega_{21}} \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

- Zákon zachování energie – fotony vs inverze populace hladin
- Hustota energie $u = I/c$
- Einstein

$$B_{21} = \frac{c\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}}$$

$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \underbrace{\frac{N_0}{T_1}}_{\text{buzení}} - \underbrace{\frac{N(z,t)}{T_1}}_{\text{fluorescence}} - \frac{2}{\hbar\omega_{21}} \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

- Zákon zachování energie – fotony vs inverze populace hladin
- Hustota energie $u = I/c$
- Einstein

$$B_{21} = \frac{c\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}}$$

- Hustota fotonů $\phi = I/(\hbar\omega_{21}c)$

$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \underbrace{\frac{N_0}{T_1}}_{\text{buzení}} - \underbrace{\frac{N(z,t)}{T_1}}_{\text{fluorescence}} - \frac{2}{\hbar\omega_{21}} \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

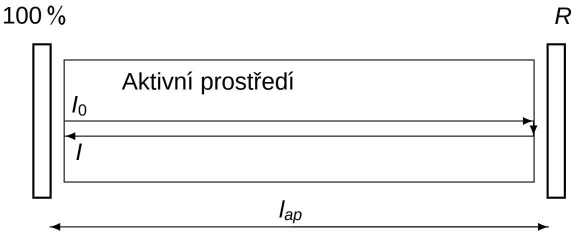
$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \underbrace{\sigma_{21} I(z,t) N(z,t)}_{\text{stimul. emise/absorbce}}$$

- Zákon zachování energie – fotony vs inverze populace hladin
- Hustota energie $u = I/c$
- Einstein

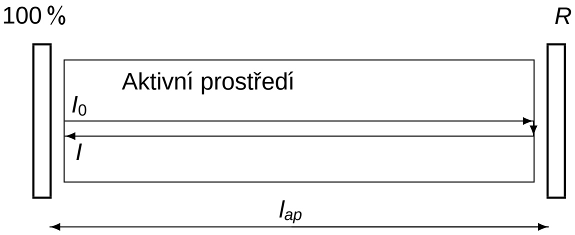
$$B_{21} = \frac{c\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}}$$

- Hustota fotonů $\phi = I/(\hbar\omega_{21}c)$
- Tok fotonů $F = I/(\hbar\omega_{21})$

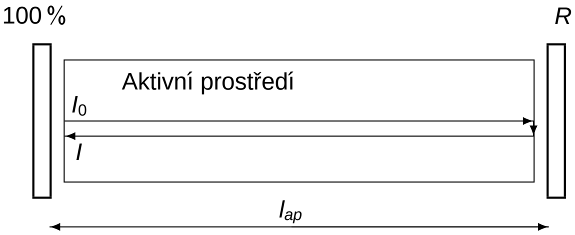
Laser s krátkým rezonátorem



Laser s krátkým rezonátorem

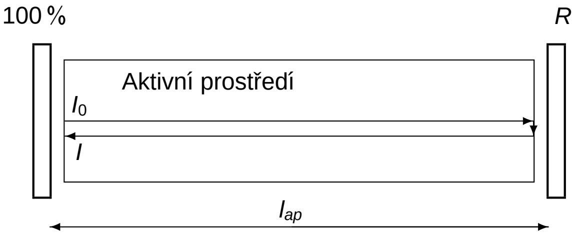


- Nechť je jeden oběh fotonu rezonátorem, doba t_R, mnohem kratší, než chrakteristické časy spojené s generací laserového záření



- Nechť je jeden oběh fotonu rezonátorem, doba t_R, mnohem kratší, než chrakteristické časy spojené s generací laserového záření
- Inverze populace hladin nechť je nezávislá na souřadnici a za dobu t_R se příliš nezmění $\Rightarrow$ zisk $g = \sigma_{21}N \approx$ konstanta po dobu t_R

Laser s krátkým rezonátorem



- Nechť je jeden oběh fotonu rezonátorem, doba t_R, mnohem kratší, než chrakteristické časy spojené s generací laserového záření
- Inverze populace hladin nechť je nezávislá na souřadnici a za dobu t_R se příliš nezmění $\Rightarrow$ zisk $g = \sigma_{21} N \approx$ konstanta po dobu t_R

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z'} = \sigma_{21} N I(z,t) \quad \Rightarrow I_{t_R} = I_0 \exp[2 g l_{ap}]$$

Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Při započtení ztrát odrazem od zrcadla s reflexivitou R:

$$I_{t_R} = I_0 R \exp[2gl_{ap}] = I_0 \exp[2gl_{ap} + \ln R]$$

- Při započtení ztrát odrazem od zrcadla s reflexivitou R:

$$I_{t_R} = I_0 R \exp[2gl_{ap}] = I_0 \exp[2gl_{ap} + \ln R]$$

- Změna intenzity na jeden průchod bude:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_{t_R} - I_0}{t_R} = \frac{1}{t_R}\left(I_0 \exp[2gl_{ap} + \ln R] - I_0\right) = \frac{I_0}{t_R}\left(\exp[2gl_{ap} + \ln R] - 1\right)$$

Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Při započtení ztrát odrazem od zrcadla s reflexivitou R:

$$I_{t_R} = I_0 R \exp[2g l_{ap}] = I_0 \exp[2g l_{ap} + \ln R]$$

- Změna intenzity na jeden průchod bude:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_{t_R} - I_0}{t_R} = \frac{1}{t_R}\left(I_0 \exp[2g l_{ap} + \ln R] - I_0\right) = \frac{I_0}{t_R}\left(\exp[2g l_{ap} + \ln R] - 1\right)$$

- V okolí prahu je exponent blízko nuly a na exponencielu lze použít Taylorův rozvoj:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} \doteq \frac{I_0}{t_R}\left(1 + 2g l_{ap} + \ln R - 1\right) = \frac{I_0}{t_R}\left(2g l_{ap} + \ln R\right)$$

- Při započtení ztrát odrazem od zrcadla s reflexivitou R:

$$I_{t_R} = I_0 R \exp[2gl_{ap}] = I_0 \exp[2gl_{ap} + \ln R]$$

- Změna intenzity na jeden průchod bude:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_{t_R} - I_0}{t_R} = \frac{1}{t_R}\left(I_0 \exp[2gl_{ap} + \ln R] - I_0\right) = \frac{I_0}{t_R}\left(\exp[2gl_{ap} + \ln R] - 1\right)$$

- V okolí prahu je exponent blízko nuly a na exponencielu lze použít Taylorův rozvoj:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} \doteq \frac{I_0}{t_R}\left(1 + 2gl_{ap} + \ln R - 1\right) = \frac{I_0}{t_R}\left(2gl_{ap} + \ln R\right)$$

- 2. věta o střední hodnotě

$$\frac{dI}{dt} = \frac{I}{t_R}\left(2gl_{ap} + \ln R\right) = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} IN - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- . . . a máme:

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} IN - \frac{I}{\tau_c}$$

Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- . . . a máme:

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{\tau_c}$$

- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} IN - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- ... a máme:

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} IN - \frac{I}{\tau_c}$$

- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru
- Jde to i jinak...

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- . . . a máme:

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{\tau_c}$$

- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru
- Jde to i jinak. . .
- Vždy platí určitá omezení:

Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21}IN - \frac{I}{t_R}\ln\frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- ... a máme:

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21}IN - \frac{I}{\tau_c}$$

- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru
- Jde to i jinak...
- Vždy platí určitá omezení:
  - Inverze se příliš nemění podél rezonátoru

Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21}IN - \frac{I}{t_R}\ln\frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- ... a máme:

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21}IN - \frac{I}{\tau_c}$$

- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru
- Jde to i jinak...
- Vždy platí určitá omezení:
  - Inverze se příliš nemění podél rezonátoru
  - Relativně malé zesílení a ztráty – za jeden oběh se příliš nemění intenzita záření

Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Máme rychlostní rovnici pro fotony

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{t_R} \ln \frac{1}{R}$$

- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$

- . . . a máme:

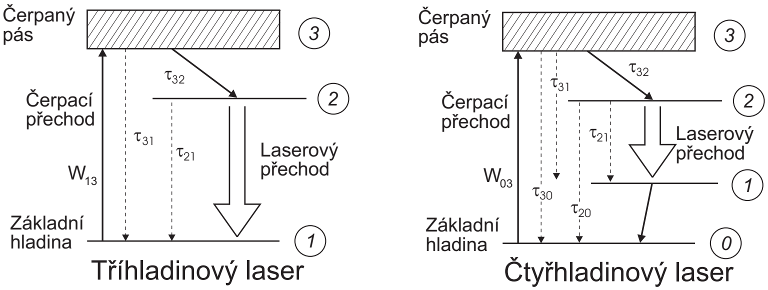
$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21} I N - \frac{I}{\tau_c}$$

- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru
- Jde to i jinak. . .
- Vždy platí určitá omezení:
  - Inverze se příliš nemění podél rezonátoru
  - Relativně malé zesílení a ztráty – za jeden oběh se příliš nemění intenzita záření
  - Charakteristická doba změny intenzity $\gg t_R$ (krátký rezonátor)

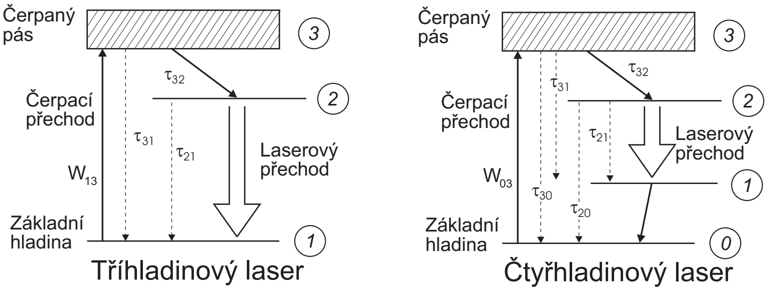
Laser s krátkým rezonátorem – rovnice pro fotony

- Máme rychlostní rovnici pro fotony
$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21}IN - \frac{I}{t_R}\ln\frac{1}{R}$$
- Ještě si vzpomeneme na definici doby života fotonu v rezonátoru
$$\tau_c = \frac{t_R}{-\ln R}$$
- ... a máme:
$$\frac{dI}{dt} = c\sigma_{21}IN - \frac{I}{\tau_c}$$
- Člen $-I/\tau_c$ reprezentuje veškeré ztráty fotonů v rezonátoru
- Jde to i jinak...
- Vždy platí určitá omezení:
  - Inverze se příliš nemění podél rezonátoru
  - Relativně malé zesílení a ztráty – za jeden oběh se příliš nemění intenzita záření
  - Charakteristická doba změny intenzity $\gg t_R$ (krátký rezonátor)
  - Rovinná vlna

- Schéma optického čerpání pevnolátkových laserů



- Schéma optického čerpání pevnolátkových laserů



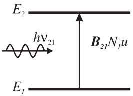
- Pro činnost laseru mají zásadní význam dvě hladiny: excitovaná horní laserová úroveň ② a spodní laserová úroveň ①.

- Einsteinovy součinitele (koeficienty) $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ – pravděpodobnost procesu

Elementární procesy absorpce a emise fotonu

- Einsteinovy součinitele (koeficienty) **A**, **B** – pravděpodobnost procesu
- Absorpce fotonu kvantovou soustavou

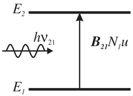
$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{abs}\, m\to n} = -\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{abs}\, m\to n} = -B_{mn}N_m u$$



Elementární procesy absorpce a emise fotonu

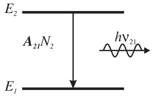
- Einsteinovy součinitele (koeficienty) **A**, **B** – pravděpodobnost procesu
- Absorpce fotonu kvantovou soustavou

$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{abs}\, m\to n} = -\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{abs}\, m\to n} = -B_{mn}N_m u$$



- Spontánní emise fotonu kvantovou soustavou

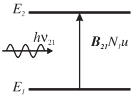
$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{spont}\, n\to m} = -\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{spont}\, n\to m} = -A_{nm}N_n$$



Elementární procesy absorpce a emise fotonu

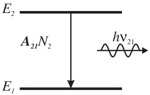
- Einsteinovy součinitele (koeficienty) **A**, **B** – pravděpodobnost procesu
- Absorpce fotonu kvantovou soustavou

$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{abs}\, m\to n} = -\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{abs}\, m\to n} = -B_{mn}N_m u$$



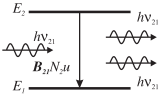
- Spontánní emise fotonu kvantovou soustavou

$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{spont}\, n\to m} = -\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{spont}\, n\to m} = -A_{nm}N_n$$



- Stimulovaná emise fotonu kvantovou soustavou

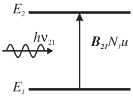
$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{stim. em.}\, n\to m} = -\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{stim. em.}\, n\to m} = -B_{nm}N_n u$$



Elementární procesy absorpce a emise fotonu

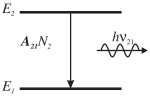
- Einsteinovy součinitele (koeficienty) **A**, **B** – pravděpodobnost procesu
- Absorpce fotonu kvantovou soustavou

$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{abs } m\to n} = -\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{abs } m\to n} = -B_{mn}N_m u$$



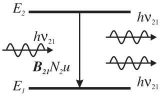
- Spontánní emise fotonu kvantovou soustavou

$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{spont } n\to m} = -\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{spont } n\to m} = -A_{nm}N_n$$



- Stimulovaná emise fotonu kvantovou soustavou

$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{stim. em. } n\to m} = -\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{stim. em. } n\to m} = -B_{nm}N_n u$$

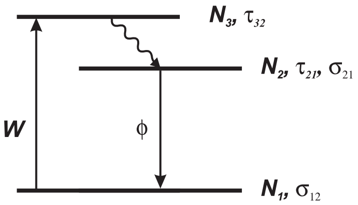


- Rychlost přechodu (změna populace hladiny za jednotku času)

$$\frac{dN}{dt} = BNu = \sigma_{21}N\frac{I}{h\nu} = c\sigma_{21}N\phi = \sigma_{21}NF$$

u – hustota energie [J/m^3], I – intenzita záření [W/m^2], ϕ – hustota fotonů [m^{-3}], F – fotonový tok [1/sm^2]

Rychlostní rovnice pro 3-hladinový systém

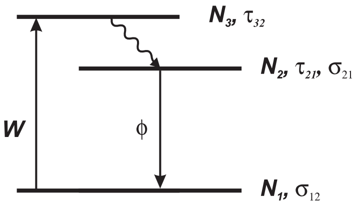


$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c \phi N_2 + \sigma_{12} c \phi N_1$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -W + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c \phi N_2 - \sigma_{12} c \phi N_1$$

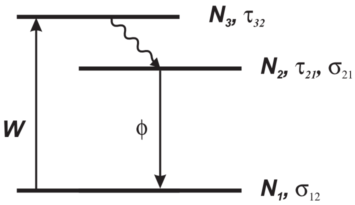
Rychlostní rovnice pro 3-hladinový systém



$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c \phi N_2 + \sigma_{12} c \phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -W + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c \phi N_2 - \sigma_{12} c \phi N_1$$

- Rychlá relaxace hladiny 3 $\Rightarrow N_3 \ll N_1,\ N_2,\ \frac{N_3}{\tau_{32}} = W$

Rychlostní rovnice pro 3-hladinový systém

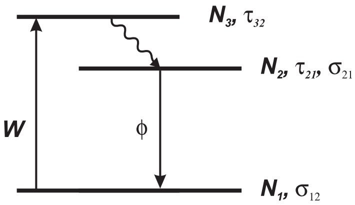


$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c\phi N_2 + \sigma_{12} c\phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -W + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c\phi N_2 - \sigma_{12} c\phi N_1$$

- Rychlá relaxace hladiny 3 $\Rightarrow N_3 \ll N_1, N_2, \frac{N_3}{\tau_{32}} = W$
- Inverze populace hladin $N = N_2 - \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{21}} N_1 = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_2}{dt} - \frac{g_2}{g_1}\frac{dN_1}{dt} = W\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) - \frac{N_2}{\tau_{21}}\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) - \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)\sigma_{21} c\phi \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)$$

Rychlostní rovnice pro 3-hladinový systém



$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c\phi N_2 + \sigma_{12} c\phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -W + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c\phi N_2 - \sigma_{12} c\phi N_1$$

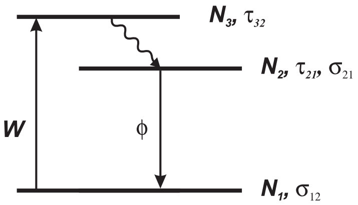
- Rychlá relaxace hladiny 3 $\Rightarrow N_3 \ll N_1, N_2, \frac{N_3}{\tau_{32}} = W$
- Inverze populace hladin $N = N_2 - \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{21}} N_1 = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_2}{dt} - \frac{g_2}{g_1}\frac{dN_1}{dt} = W\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) - \frac{N_2}{\tau_{21}}\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) - \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)\sigma_{21} c\phi\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)$$

- Celkový počet částic $N_{tot} = N_1 + N_2$

$$N_1 = \frac{N_{tot} - N}{1 + g_2/g_1}, \quad N_2 = \frac{N_{tot} g_2/g_1 + N}{1 + g_2/g_1}$$

Rychlostní rovnice pro 3-hladinový systém



$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c\phi N_2 + \sigma_{12} c\phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -W + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c\phi N_2 - \sigma_{12} c\phi N_1$$

- Rychlá relaxace hladiny 3 $\Rightarrow N_3 \ll N_1, N_2, \frac{N_3}{\tau_{32}} = W$
- Inverze populace hladin $N = N_2 - \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{21}} N_1 = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_2}{dt} - \frac{g_2}{g_1}\frac{dN_1}{dt} = W\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) - \frac{N_2}{\tau_{21}}\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) - \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)\sigma_{21} c\phi\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)$$

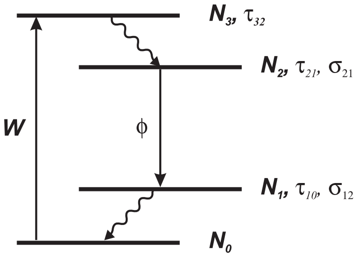
- Celkový počet částic $N_{tot} = N_1 + N_2$

$$N_1 = \frac{N_{tot} - N}{1 + g_2/g_1}, \quad N_2 = \frac{N_{tot} g_2/g_1 + N}{1 + g_2/g_1}$$

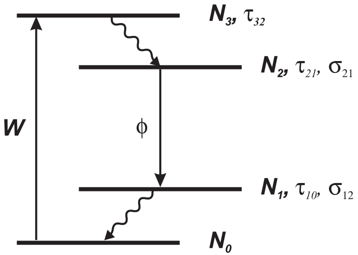
- Zavedeme $\kappa = 1 + g_2/g_1$ (pro $g_1 = g_2 \Rightarrow \kappa = 2$). Dostaneme:

$$\frac{dN}{dt} = \underbrace{\kappa W - \frac{N_{tot}}{\tau_{21}}(\kappa - 1)}_{W'} - \frac{N}{\tau_{21}} - \kappa\sigma_{21} c\phi N$$

Rychlostní rovnice pro 4-hladinový systém



$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c \phi N_2 + \sigma_{12} c \phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{N_1}{\tau_{10}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c \phi N_2 - \sigma_{12} c \phi N_1$$
$$\frac{dN_0}{dt} = -W + \frac{N_1}{\tau_{10}}$$

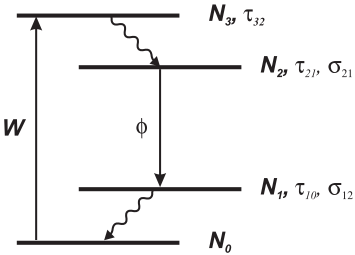


$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c \phi N_2 + \sigma_{12} c \phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{N_1}{\tau_{10}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c \phi N_2 - \sigma_{12} c \phi N_1$$
$$\frac{dN_0}{dt} = -W + \frac{N_1}{\tau_{10}}$$

- Rychlá relaxace hladiny 1 a 3 $\Rightarrow N_1, N_3 \ll N_0, N_2$

$$\frac{N_3}{\tau_{32}} = W, \qquad \frac{N_1}{\tau_{10}} = \frac{N_2}{\tau_{21}} + c\sigma_{21} N_2 \phi - c\sigma_{12} N_1 \phi$$

Rychlostní rovnice pro 4-hladinový systém



$$\frac{dN_3}{dt} = W - \frac{N_3}{\tau_{32}}$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21}c\phi N_2 + \sigma_{12}c\phi N_1$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{N_1}{\tau_{10}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21}c\phi N_2 - \sigma_{12}c\phi N_1$$
$$\frac{dN_0}{dt} = -W + \frac{N_1}{\tau_{10}}$$

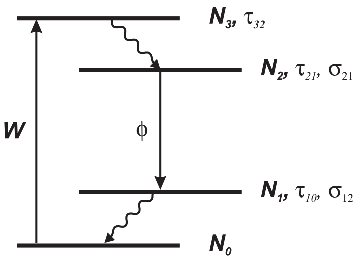
- Rychlá relaxace hladiny 1 a 3 $\Rightarrow N_1, N_3 \ll N_0, N_2$

$$\frac{N_3}{\tau_{32}} = W, \qquad \frac{N_1}{\tau_{10}} = \frac{N_2}{\tau_{21}} + c\sigma_{21}N_2\phi - c\sigma_{12}N_1\phi$$

- Inverze populace hladin $N \doteq N_2$, celkový počet částic $N_{tot} = N_0 + N_2 = N_0 + N$

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - c\sigma_{21}N\phi$$
$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{\partial N}{\partial t} = -W + \frac{N}{\tau_{21}} + c\sigma_{21}N\phi$$

Rychlostní rovnice pro 4-hladinový systém



$$
\begin{aligned}
\frac{dN_3}{dt} &= W - \frac{N_3}{\tau_{32}} \\
\frac{dN_2}{dt} &= \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \sigma_{21} c\phi N_2 + \sigma_{12} c\phi N_1 \\
\frac{dN_1}{dt} &= -\frac{N_1}{\tau_{10}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + \sigma_{21} c\phi N_2 - \sigma_{12} c\phi N_1 \\
\frac{dN_0}{dt} &= -W + \frac{N_1}{\tau_{10}}
\end{aligned}
$$

- Rychlá relaxace hladiny 1 a 3 $\Rightarrow N_1, N_3 \ll N_0, N_2$

$$\frac{N_3}{\tau_{32}} = W, \qquad \frac{N_1}{\tau_{10}} = \frac{N_2}{\tau_{21}} + c\sigma_{21} N_2 \phi - c\sigma_{12} N_1 \phi$$

- Inverze populace hladin $N \doteq N_2$, celkový počet částic $N_{tot} = N_0 + N_2 = N_0 + N$

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - c\sigma_{21} N\phi$$

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{\partial N}{\partial t} = -W + \frac{N}{\tau_{21}} + c\sigma_{21} N\phi$$

- Pro 4-hladinový systém položíme $\kappa = 1$:

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \kappa c\sigma_{21} N\phi$$

Rovnice pro fotony v rezonátoru

- Uvažujeme rezonátor zcela zaplněný aktivním prostředím

Rovnice pro fotony v rezonátoru

- Uvažujeme rezonátor zcela zaplněný aktivním prostředím
- Změna počtu (hustoty) fotonů v rezonátoru způsobená absorpcí a stimulovanou emisí odpovídá (až na znaménko) změně populace (hustoty populace) hladiny N_2

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{abs., stim. e.}} = c\sigma_{21}N_2\phi - c\sigma_{12}N_1\phi = c\sigma_{21}N\phi$$

Rovnice pro fotony v rezonátoru

- Uvažujeme rezonátor zcela zaplněný aktivním prostředím
- Změna počtu (hustoty) fotonů v rezonátoru způsobená absorpcí a stimulovanou emisí odpovídá (až na znaménko) změně populace (hustoty populace) hladiny N_2

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{abs., stim. e.}} = c\sigma_{21}N_2\phi - c\sigma_{12}N_1\phi = c\sigma_{21}N\phi$$

- Částečně může přispívat k fotonům v rezonátoru i spontánní emise ($k \sim 0$)

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{spont. e.}} = k\frac{N_2}{\tau_{21}}$$

Rovnice pro fotony v rezonátoru

- Uvažujeme rezonátor zcela zaplněný aktivním prostředím
- Změna počtu (hustoty) fotonů v rezonátoru způsobená absorpcí a stimulovanou emisí odpovídá (až na znaménko) změně populace (hustoty populace) hladiny N_2

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{abs., stim. e.}} = c\sigma_{21}N_2\phi - c\sigma_{12}N_1\phi = c\sigma_{21}N\phi$$

- Částečně může přispívat k fotonům v rezonátoru i spontánní emise ($k \sim 0$)

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{spont. e.}} = k\frac{N_2}{\tau_{21}}$$

- Část fotonů unikne – doba života fotonů v rezonátoru τ_c je konečná (fotony unikají výstupním zrcadlem, v důsledku ztrát. . .)

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{rezonátor}} = -\frac{\phi}{\tau_c}$$

Rovnice pro fotony v rezonátoru

- Uvažujeme rezonátor zcela zaplněný aktivním prostředím
- Změna počtu (hustoty) fotonů v rezonátoru způsobená absorpcí a stimulovanou emisí odpovídá (až na znaménko) změně populace (hustoty populace) hladiny N_2

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{abs., stim. e.}} = c\sigma_{21}N_2\phi - c\sigma_{12}N_1\phi = c\sigma_{21}N\phi$$

- Částečně může přispívat k fotonům v rezonátoru i spontánní emise ($k \sim 0$)

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{spont. e.}} = k\frac{N_2}{\tau_{21}}$$

- Část fotonů unikne – doba života fotonů v rezonátoru τ_c je konečná (fotony unikají výstupním zrcadlem, v důsledku ztrát. . .)

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{rezonátor}} = -\frac{\phi}{\tau_c}$$

- Dohromady dostaneme:

$$\frac{d\phi}{dt} = c\sigma_{21}N\phi - \frac{\phi}{\tau_c} + k\frac{N_2}{\tau_{21}}$$

Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$

$$\frac{dI}{dt} = \mu c \sigma_{21} NI - \frac{I}{\tau_c}$$

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$

$$\frac{dI}{dt} = \mu c \sigma_{21} NI - \frac{I}{\tau_c}$$

N	hustota inverze populace hladin v aktivním prostředí
I	intenzita záření v rezonátoru
W	čerpací rychlost (rychlost excitace horní laserové hladiny vlivem čerpání)
σ_{21}	účinný průřez pro stimulovanou emisi
κ	faktor redukce inverze populace hladin
τ_{21}	doba života kvantové soustavy na horní laserové hladině
τ_c	doba života fotonu v rezonátoru
μ	koeficient zaplnění rezonátoru aktivním prostředím
c	rychlost světla v aktivním prostředí
ω_{21}	úhlová frekvence laserového záření

$$\sigma_{21} = \frac{\omega_{21} \left|\vec{d}_{21}\right|^2 T_2}{\hbar c \varepsilon_0}, \quad \tau_{21} \approx T_1$$

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$

$$\frac{dI}{dt} = \mu c \sigma_{21} NI - \frac{I}{\tau_c}$$

$$\kappa = \begin{cases} 1 + \dfrac{g_2}{g_1}, & 3 - \text{hladinový systém},\ g_i \text{ je degenerace i} - \text{té hladiny} \\ 1, & 4 - \text{hladinový systém} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{\text{optická délka aktivního prostředí}}{\text{optická délka rezonátoru}} = \frac{L_{ap} n_{ap}}{L_r + L_{ap}(n_{ap} - 1)}$$

$$\tau_c = \frac{\tau_R}{L - \ln R}$$

L_r a L_{ap}	délka rezonátoru a aktivního prostředí
n_{ap}	index lomu aktivního prostředí
τ_R	doba oběhu rezonátoru
R	reflexivita výstupního zrcadla rezonátoru
L	další ztráty rezonátoru (absorpce optických prvků, difrakční ztráty,. . .)

Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

- V rovnici pro inverzi

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$

Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

- V rovnici pro inverzi

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$

- využijeme obecný vztah pro saturační intenzitu záření v daném aktivním prostředí

$$I_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}}$$

Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

- V rovnici pro inverzi
$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$
- využijeme obecný vztah pro saturační intenzitu záření v daném aktivním prostředí
$$I_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}}$$
- . . . dostaneme
$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

- V rovnici pro inverzi
$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{\kappa\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} NI$$
- využijeme obecný vztah pro saturační intenzitu záření v daném aktivním prostředí
$$I_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}}$$
- . . . dostaneme
$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$
- Pozor na čerpací rychlost $W = W(N)$!

Čerpací rychlost

- Čerpací rychlost W udává počet přechodů kvantových soustav aktivního prostředí na horní laserovou hladinu v důsledku čerpání za jednotku času v jednotce objemu

Čerpací rychlost

- Čerpací rychlost W udává počet přechodů kvantových soustav aktivního prostředí na horní laserovou hladinu v důsledku čerpání za jednotku času v jednotce objemu
- Čerpací rychlost obecně závisí na populaci absorbující hladiny, tedy i inverzi populace hladin a tedy i na čase

Čerpací rychlost

- Čerpací rychlost W udává počet přechodů kvantových soustav aktivního prostředí na horní laserovou hladinu v důsledku čerpání za jednotku času v jednotce objemu
- Čerpací rychlost obecně závisí na populaci absorbující hladiny, tedy i inverzi populace hladin a tedy i na čase
- Za předpokladu, že se populace absorbující hladiny příliš nemění (čtyř hladinové schéma čerpání), můžeme předpokládat nezávislost W na N

Čerpací rychlost

- Čerpací rychlost W udává počet přechodů kvantových soustav aktivního prostředí na horní laserovou hladinu v důsledku čerpání za jednotku času v jednotce objemu
- Čerpací rychlost obecně závisí na populaci absorbující hladiny, tedy i inverzi populace hladin a tedy i na čase
- Za předpokladu, že se populace absorbující hladiny příliš nemění (čtyř hladinové schéma čerpání), můžeme předpokládat nezávislost W na N
- Uvažujeme optické čerpání

$$W(t) = \eta \frac{P_{abs}(t)}{\hbar \omega_p V_{ap}},$$

kde P_{abs} je absorbovaný výkon čerpacího záření, V_{ap} je objem aktivního prostředí, ω_p je frekvence čerpacího záření a η zahrnuje všechny možné ztrátové procesy čerpání (kvantovou účinnost čerpání, překrytí čerpacího a laserového svazku a pod.).

Čerpací rychlost

- Čerpací rychlost W udává počet přechodů kvantových soustav aktivního prostředí na horní laserovou hladinu v důsledku čerpání za jednotku času v jednotce objemu
- Čerpací rychlost obecně závisí na populaci absorbující hladiny, tedy i inverzi populace hladin a tedy i na čase
- Za předpokladu, že se populace absorbující hladiny příliš nemění (čtyř hladinové schéma čerpání), můžeme předpokládat nezávislost W na N
- Uvažujeme optické čerpání

$$W(t) = \eta \frac{P_{abs}(t)}{\hbar \omega_p V_{ap}},$$

kde P_{abs} je absorbovaný výkon čerpacího záření, V_{ap} je objem aktivního prostředí, ω_p je frekvence čerpacího záření a η zahrnuje všechny možné ztrátové procesy čerpání (kvantovou účinnost čerpání, překrytí čerpacího a laserového svazku a pod.).

- V takovém případě je čerpací rychlost přímo úměrná čerpacímu výkonu

- V rovnovážném stavu při konstantním buzení W bude

$$\frac{dN_0}{dt} = 0 = W - \frac{N_0}{\tau_{21}} - \frac{I_0}{I_s}\frac{N_0}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI_0}{dt} = 0 = \mu c \sigma_{21} N_0 I_0 - \frac{I_0}{\tau_c}$$

[1] Pokud $(W/W_0 - 1) = 1$, tj. pro $W = 2W_0$, bude střední intenzita uvnitř rezonátoru $I_0 = I_s$.

Stacionární řešení rychlostních rovnic

- V rovnovážném stavu při konstantním buzení W bude

$$\frac{dN_0}{dt} = 0 = W - \frac{N_0}{\tau_{21}} - \frac{I_0}{I_s}\frac{N_0}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI_0}{dt} = 0 = \mu c \sigma_{21} N_0 I_0 - \frac{I_0}{\tau_c}$$

- Z rovnice pro inverzi dostaneme:

$$I_0 = \left(\frac{W\tau_{21}}{N_0} - 1\right) I_s$$

[1] Pokud $(W/W_0 - 1) = 1$, tj. pro $W = 2W_0$, bude střední intenzita uvnitř rezonátoru $I_0 = I_s$.

Stacionární řešení rychlostních rovnic

- V rovnovážném stavu při konstantním buzení W bude

$$\frac{dN_0}{dt} = 0 = W - \frac{N_0}{\tau_{21}} - \frac{I_0}{I_s}\frac{N_0}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI_0}{dt} = 0 = \mu c \sigma_{21} N_0 I_0 - \frac{I_0}{\tau_c}$$

- Z rovnice pro inverzi dostaneme:

$$I_0 = \left(\frac{W\tau_{21}}{N_0} - 1\right) I_s$$

- Aby byla ustálená hodnota $I_0 > 0$, musí čerpací rychlost přesahovat určité minimum – práh:

$$W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad \text{přitom z rovnice pro intenzitu} \Rightarrow N_0 = \text{const.} = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}$$

[1] Pokud $(W/W_0 - 1) = 1$, tj. pro $W = 2W_0$, bude střední intenzita uvnitř rezonátoru $I_0 = I_s$.

Stacionární řešení rychlostních rovnic

- V rovnovážném stavu při konstantním buzení W bude

$$\frac{dN_0}{dt} = 0 = W - \frac{N_0}{\tau_{21}} - \frac{I_0}{I_s}\frac{N_0}{\tau_{21}}$$
$$\frac{dI_0}{dt} = 0 = \mu c \sigma_{21} N_0 I_0 - \frac{I_0}{\tau_c}$$

- Z rovnice pro inverzi dostaneme:

$$I_0 = \left(\frac{W\tau_{21}}{N_0} - 1\right) I_s$$

- Aby byla ustálená hodnota $I_0 > 0$, musí čerpací rychlost přesahovat určité minimum – práh:

$$W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad \text{přitom z rovnice pro intenzitu} \Rightarrow N_0 = \text{const.} = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}$$

- Potom nad prahem generace ($I_0 > 0$, $W > W_0$):[1]

$$I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1\right) I_s = (W - W_0)\frac{I_s}{W_0} \quad \text{a} \quad W_0 = \frac{1}{\tau_{21}\tau_c \mu c \sigma_{21}}$$

[1] Pokud $(W/W_0 - 1) = 1$, tj. pro $W = 2W_0$, bude střední intenzita uvnitř rezonátoru $I_0 = I_s$.

- V rovnovážném stavu při konstantním buzení W bude

$$\frac{dN_0}{dt} = 0 = W - \frac{N_0}{\tau_{21}} - \frac{I_0}{I_s}\frac{N_0}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI_0}{dt} = 0 = \mu c \sigma_{21} N_0 I_0 - \frac{I_0}{\tau_c}$$

- Z rovnice pro inverzi dostaneme:

$$I_0 = \left(\frac{W\tau_{21}}{N_0} - 1\right) I_s$$

- Aby byla ustálená hodnota $I_0 > 0$, musí čerpací rychlost přesahovat určité minimum – práh:

$$W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad \text{přitom z rovnice pro intenzitu} \Rightarrow N_0 = \text{const.} = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}$$

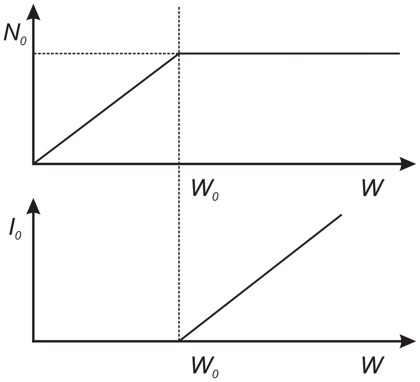
- Potom nad prahem generace ($I_0 > 0$, $W > W_0$):[1]

$$I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1\right) I_s = (W - W_0)\frac{I_s}{W_0} \quad \text{a} \quad W_0 = \frac{1}{\tau_{21}\tau_c \mu c \sigma_{21}}$$

- Pod prahem generace ($I_0 = 0$, $W < W_0$) roste N_0 s čerpáním:

$$N_0 = W\tau_{21}$$

[1] Pokud $(W/W_0 - 1) = 1$, tj. pro $W = 2W_0$, bude střední intenzita uvnitř rezonátoru $I_0 = I_s$.



$$N_0 = \begin{cases} W\tau_{21} & \text{pro} \quad W \le W_0 \\ 1/\tau_c \sigma_{21} \mu c & \text{pro} \quad W \ge W_0 \end{cases}$$

$$I_0 = \begin{cases} 0 & \text{pro} \quad W \le W_0 \\ I_s \left(W - W_0\right)/W_0 & \text{pro} \quad W \ge W_0 \end{cases}$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Stacionární intenzita uvnitř rezonátoru

$$I_0 = \frac{I_s}{W_0}(W - W_0)$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Stacionární intenzita uvnitř rezonátoru

$$I_0 = \frac{I_s}{W_0}(W - W_0)$$

- V případě, že je zrcadlo málo propustné (R se blíží k 1), pak pro intenzitu generovaného laserového záření I_{out} platí (DC 4.1):

$$I_{out} \doteq \frac{1-R}{2} I_0 .$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Stacionární intenzita uvnitř rezonátoru

$$I_0 = \frac{I_s}{W_0}(W - W_0)$$

- V případě, že je zrcadlo málo propustné (R se blíží k 1), pak pro intenzitu generovaného laserového záření I_{out} platí (DC 4.1):

$$I_{out} \doteq \frac{1-R}{2} I_0 .$$

- Pro nízké hodnoty populace excitovaných hladin, kdy je rychlost buzení jen nepatrně závislá na jejich obsazení, bude čerpací rychlost přímo úměrná výkonu čerpacího záření. Např.:

$$W(t) = \eta_{pmp} \frac{P_{in}(t)}{V_{ap} \hbar \omega_p}$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Stacionární intenzita uvnitř rezonátoru

$$I_0 = \frac{I_s}{W_0}(W - W_0)$$

- V případě, že je zrcadlo málo propustné (R se blíží k 1), pak pro intenzitu generovaného laserového záření I_{out} platí (DC 4.1):

$$I_{out} \doteq \frac{1-R}{2} I_0 .$$

- Pro nízké hodnoty populace excitovaných hladin, kdy je rychlost buzení jen nepatrně závislá na jejich obsazení, bude čerpací rychlost přímo úměrná výkonu čerpacího záření. Např.:

$$W(t) = \eta_{pmp} \frac{P_{in}(t)}{V_{ap} \hbar \omega_p}$$

- Dostaneme lineární výstupní výkonovou charakteristiku laseru (DC 4.2):

$$P_{out} \doteq \sigma_s (P_{in} - P_{th}),$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Stacionární intenzita uvnitř rezonátoru

$$I_0 = \frac{I_s}{W_0}(W - W_0)$$

- V případě, že je zrcadlo málo propustné (R se blíží k 1), pak pro intenzitu generovaného laserového záření I_{out} platí (DC 4.1):

$$I_{out} \doteq \frac{1-R}{2} I_0 .$$

- Pro nízké hodnoty populace excitovaných hladin, kdy je rychlost buzení jen nepatrně závislá na jejich obsazení, bude čerpací rychlost přímo úměrná výkonu čerpacího záření. Např.:

$$W(t) = \eta_{pmp} \frac{P_{in}(t)}{V_{ap} \hbar \omega_p}$$

- Dostaneme lineární výstupní výkonovou charakteristiku laseru (DC 4.2):

$$P_{out} \doteq \sigma_s (P_{in} - P_{th}),$$

- P_{out}, P_{in} a P_{th} je postupně výstupní výkon generovaného záření, výkon buzení a prahový výkon buzení a σ_s je tzv. diferenciální účinnost laseru, nebo také strmost výstupní charakteristiky.

- Výstupní intenzita:

$$I_{out} = \frac{1-R}{2}\frac{I_s}{W_0}\left(\eta_{pmp}\frac{P_{in}}{V_{ap}\hbar\omega_p} - W_0\right)$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Výstupní intenzita:

$$I_{out} = \frac{1-R}{2}\frac{I_s}{W_0}\left(\eta_{pmp}\frac{P_{in}}{V_{ap}\hbar\omega_p} - W_0\right)$$

- Tj. (S_l – příčný průřez laserového svazku):

$$P_{out} = I_{out}S_l = \underbrace{\eta_{pmp}\frac{1-R}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0}}_{\sigma_s}\left(P_{in} - \underbrace{\frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}}}_{P_{th}}\right)$$

- Výstupní intenzita:

$$I_{out} = \frac{1-R}{2}\frac{I_s}{W_0}\left(\eta_{pmp}\frac{P_{in}}{V_{ap}\hbar\omega_p} - W_0\right)$$

- Tj. (S_l – příčný průřez laserového svazku):

$$P_{out} = I_{out}S_l = \underbrace{\eta_{pmp}\frac{1-R}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0}}_{\sigma_S}\left(P_{in} - \underbrace{\frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}}}_{P_{th}}\right)$$

- Strmost ($V_{ap} = S_{ap}L_{ap}$, $t_R = 2L_{ap}/c\mu$, $1-R \approx -\ln R$):

$$\sigma_S = \frac{\eta_{pmp}(1-R)}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0} = \eta_{pmp}\frac{(1-R)\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}} = \frac{\eta_{pmp}}{\kappa}\frac{S_l}{S_{ap}}\frac{-\ln R}{L-\ln R}\frac{\omega_{21}}{\omega_p}$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Výstupní intenzita:

$$I_{out} = \frac{1-R}{2}\frac{I_s}{W_0}\left(\eta_{pmp}\frac{P_{in}}{V_{ap}\hbar\omega_p} - W_0\right)$$

- Tj. (S_l – příčný průřez laserového svazku):

$$P_{out} = I_{out}S_l = \underbrace{\eta_{pmp}\frac{1-R}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0}}_{\sigma_S}\left(P_{in} - \underbrace{\frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}}}_{P_{th}}\right)$$

- Strmost ($V_{ap} = S_{ap}L_{ap}$, $t_R = 2L_{ap}/c\mu$, $1-R \approx -\ln R$):

$$\sigma_S = \frac{\eta_{pmp}(1-R)}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0} = \eta_{pmp}\frac{(1-R)\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}} = \frac{\eta_{pmp}}{\kappa}\frac{S_l}{S_{ap}}\frac{-\ln R}{L-\ln R}\frac{\omega_{21}}{\omega_p}$$

- Práh:

$$P_{th} = \frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}} = \frac{V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}} = S_{ap}\frac{L-\ln R}{\eta_{pmp}}\frac{\hbar\omega_p}{2\tau_{21}\sigma_{21}}$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Výstupní intenzita:

$$I_{out} = \frac{1-R}{2}\frac{I_s}{W_0}\left(\eta_{pmp}\frac{P_{in}}{V_{ap}\hbar\omega_p} - W_0\right)$$

- Tj. (S_l – příčný průřez laserového svazku):

$$P_{out} = I_{out}S_l = \underbrace{\eta_{pmp}\frac{1-R}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0}}_{\sigma_S}\left(P_{in} - \underbrace{\frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}}}_{P_{th}}\right)$$

- Strmost ($V_{ap} = S_{ap}L_{ap}$, $t_R = 2L_{ap}/c\mu$, $1-R \approx -\ln R$):

$$\sigma_S = \frac{\eta_{pmp}(1-R)}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0} = \eta_{pmp}\frac{(1-R)\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}} = \frac{\eta_{pmp}}{\kappa}\frac{S_l}{S_{ap}}\frac{-\ln R}{L-\ln R}\frac{\omega_{21}}{\omega_p}$$

- Práh:

$$P_{th} = \frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}} = \frac{V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}} = S_{ap}\frac{L-\ln R}{\eta_{pmp}}\frac{\hbar\omega_p}{2\tau_{21}\sigma_{21}}$$

- Vztah mezi Einsteinovými koeficienty:

$$A_{21} = \frac{2\hbar\omega_{21}^3}{\pi c^3}B_{21}, \quad A_{21} = 1/\tau_{21}, \quad B_{21} = \frac{c\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\tau_{21}\sigma_{21}} = \frac{2}{\pi c_0^2}n_{ref}^2\omega_{21}^2$$

Výstupní charakteristika laseru v kontinuálním režimu

- Výstupní intenzita:

$$I_{out} = \frac{1-R}{2}\frac{I_s}{W_0}\left(\eta_{pmp}\frac{P_{in}}{V_{ap}\hbar\omega_p} - W_0\right)$$

- Tj. (S_l – příčný průřez laserového svazku):

$$P_{out} = I_{out}S_l = \underbrace{\eta_{pmp}\frac{1-R}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0}}_{\sigma_s}\left(P_{in} - \underbrace{\frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}}}_{P_{th}}\right)$$

- Strmost ($V_{ap} = S_{ap}L_{ap}$, $t_R = 2L_{ap}/c\mu$, $1-R \approx -\ln R$):

$$\sigma_s = \frac{\eta_{pmp}(1-R)}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l I_s}{W_0} = \eta_{pmp}\frac{(1-R)\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}}{2V_{ap}\hbar\omega_p}\frac{S_l\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}\tau_{21}} = \frac{\eta_{pmp}}{\kappa}\frac{S_l}{S_{ap}}\frac{-\ln R}{L-\ln R}\frac{\omega_{21}}{\omega_p}$$

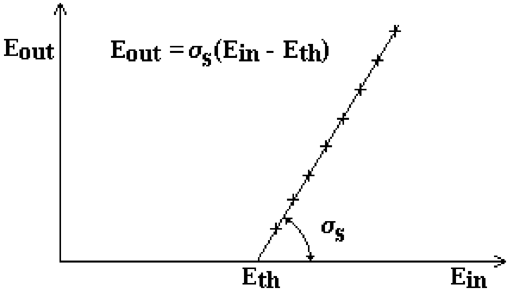
- Práh:

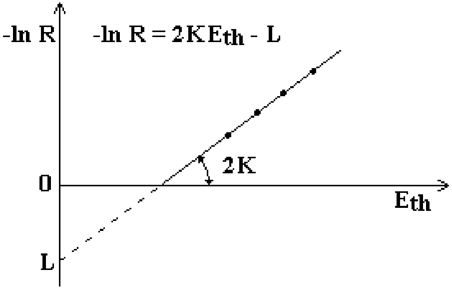
$$P_{th} = \frac{W_0 V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}} = \frac{V_{ap}\hbar\omega_p}{\eta_{pmp}\tau_{21}\tau_c\mu c\sigma_{21}} = S_{ap}\frac{L-\ln R}{\eta_{pmp}}\frac{\hbar\omega_p}{2\tau_{21}\sigma_{21}}$$

- Vztah mezi Einsteinovými koeficienty:

$$A_{21} = \frac{2\hbar\omega_{21}^3}{\pi c^3}B_{21}, \quad A_{21} = 1/\tau_{21}, \quad B_{21} = \frac{c\sigma_{21}}{\hbar\omega_{21}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\tau_{21}\sigma_{21}} = \frac{2}{\pi c_0^2}n_{ref}^2\omega_{21}^2$$

- Určení pasivních ztrát (Metoda Findlay-Clay): $-\ln R = 2KP_{th} - L$


Eout
Eout = σs(Ein - Eth)
σs
Eth
Ein


-ln R
-ln R = 2KEth - L
2K
0
Eth
L

- Šíření impulzů rezonančním prostředím v poloklasické aproximaci

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

Shrnutí

- Šíření impulzů rezonančním prostředím v poloklasické aproximaci

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

- Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \mu c \sigma_{21} N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Šíření impulzů rezonančním prostředím v poloklasické aproximaci

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

- Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \mu c \sigma_{21} N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Stacionární řešení. Prahová podmínka. Výstupní výkonová charakteristika laseru.

$$P_{out} \doteq \sigma_s (P_{in} - P_{th}),$$

Shrnutí

- Šíření impulzů rezonančním prostředím v poloklasické aproximaci

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$
$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$
$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

- Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \mu c \sigma_{21} N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Stacionární řešení. Prahová podmínka. Výstupní výkonová charakteristika laseru.

$$P_{out} \doteq \sigma_s (P_{in} - P_{th}),$$

- Příště: Přechodové jevy v režimu volné generace. Metody generace nanosekundových impulsů. Q-spínání. Spínání ziskem

Literatura

- SALEH, B. E. A.– TEICH, M. C.: *Základy fotoniky - 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995 (http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/fotonika/Fotonika-3-text.pdf)
- VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
- LOUISELL, W. H.: *Quantum statistical properties of radiation*, John Wiley & Sons, New York, 1973
- VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
- VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ulat/
- LONČAR, G.: *Elektrodynamika I*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1990
- Přednášky: http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/