

Fyzika laserů

Aproximace rychlostních rovnic

Metody generace nanosekundových impulsů. Q-spínání. Spínání ziskem

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

23. dubna 2020

1. **Kvantová teorie tlumení, řídicí rovnice**
2. **Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice**
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. Aplikace na laser – kontinuální režim
6. **Aplikace na laser – Q-spínání**
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. Spektrum laseru a režim synchronizace módů
10. **Kvantová teorie laseru, F.-P. rovnice**
11. **F.-P. rovnice pro záření a atom**
12. **F.-P. rovnice pro laser**
13. **Statistické vlastnosti laserového záření**

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

Interakce záření s **hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro \vec{E} , \vec{P} a N . Prostředí je pro rezonanční záření **disperzní** a **nelineární**

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

Interakce záření s **hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{d} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro \vec{E} , \vec{P} a N . Prostředí je pro rezonanční záření **disperzní** a **nelineární**

Signál pomalu proměnný impuls s harmonickou nosnou frekvencí $\omega \gg T_{\text{imp}}^{-1}$ v rezonanci ($\omega = \omega_{21}$) a bez fázové modulace \rightarrow tři rovnice pro obálku

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} &= \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2 \\ \frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} &= -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N \\ \frac{\partial N}{\partial t'} &= -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2\end{aligned}$$

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{d} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro \vec{E} , \vec{P} a N . Prostředí je pro rezonanční záření **disperzní** a **nelineární**

Signál pomalu proměnný impuls s harmonickou nosnou frekvencí $\omega \gg T_{\text{imp}}^{-1}$ v rezonanci ($\omega = \omega_{21}$) a bez fázové modulace \rightarrow tři rovnice pro obálku

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

$T_2 \ll T_{\text{imp}} \ll T_1$ Aproximace rychlostních rovnic

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- ▶ V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

- ▶ V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

- ▶ jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1 \right) I_s$$

- ▶ V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

- ▶ jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1 \right) I_s$$

- ▶ ... zavedeme nové bezrozměrné parametry a proměnné:

$$\begin{aligned} \mathcal{N} = \frac{N}{N_0} &\rightarrow N = N_0 \mathcal{N}; & \mathcal{I} = \frac{I}{I_0} &\rightarrow I = I_0 \mathcal{I} \\ \mathcal{W} = \frac{W}{W_0} &\rightarrow W = W_0 \mathcal{W} & \mathcal{T} = \frac{t}{\tau_c} &\rightarrow t = \tau_c \mathcal{T} \end{aligned}$$

- ▶ V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

- ▶ jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1 \right) I_s$$

- ▶ ... zavedeme nové bezrozměrné parametry a proměnné:

$$\mathcal{N} = \frac{N}{N_0} \rightarrow N = N_0 \mathcal{N}; \quad \mathcal{I} = \frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0 \mathcal{I}$$
$$\mathcal{W} = \frac{W}{W_0} \rightarrow W = W_0 \mathcal{W} \quad \mathcal{T} = \frac{t}{\tau_c} \rightarrow t = \tau_c \mathcal{T}$$

- ▶ Rychlostní rovnice mají s jejich použitím tvar ($\eta = \tau_c / \tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1) \mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1) \mathcal{I} \mathcal{N} \right]$$

- ▶ V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

- ▶ jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1 \right) I_s$$

- ▶ ... zavedeme nové bezrozměrné parametry a proměnné:

$$\mathcal{N} = \frac{N}{N_0} \rightarrow N = N_0 \mathcal{N}; \quad \mathcal{I} = \frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0 \mathcal{I}$$

$$\mathcal{W} = \frac{W}{W_0} \rightarrow W = W_0 \mathcal{W} \quad \mathcal{T} = \frac{t}{\tau_c} \rightarrow t = \tau_c \mathcal{T}$$

- ▶ Rychlostní rovnice mají s jejich použitím tvar ($\eta = \tau_c / \tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1) \mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1) \mathcal{I} \mathcal{N} \right]$$

- ▶ Rovnice popisující dynamiku laseru ve fázové rovině $\mathcal{N} - \mathcal{I}$:

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{N}} = \frac{(\mathcal{N} - 1) \mathcal{I}}{\eta [\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1) \mathcal{I} \mathcal{N}]}$$

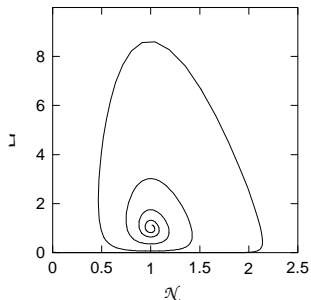
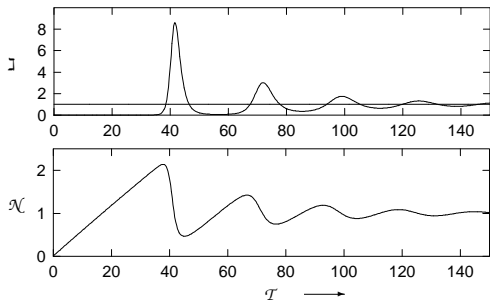
- ▶ Normované rychlostní rovnice ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

- ▶ Normované rychlostní rovnice ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

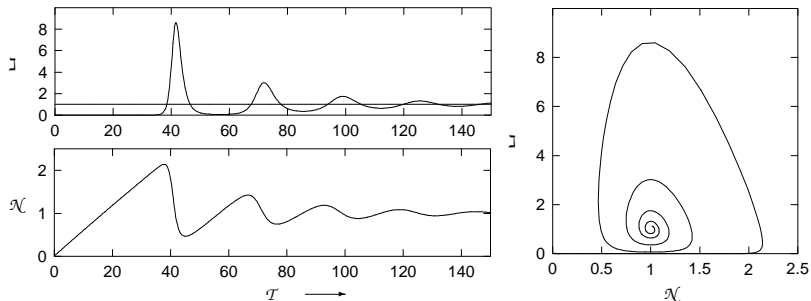
- ▶ Numerické řešení rychlostních rovnic pro $\mathcal{W} = 30$, $\eta = 2 \times 10^{-3}$



- ▶ Normované rychlostní rovnice ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

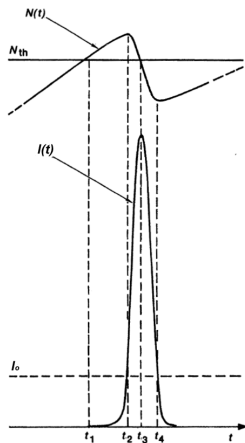
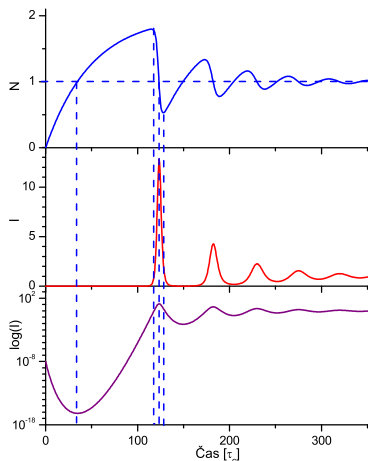
- ▶ Numerické řešení rychlostních rovnic pro $\mathcal{W} = 30$, $\eta = 2 \times 10^{-3}$



- ▶ Časový vývoj normované inverze populace hladin a intenzity laserového záření

Rychlostní rovnice v režimu volné generace

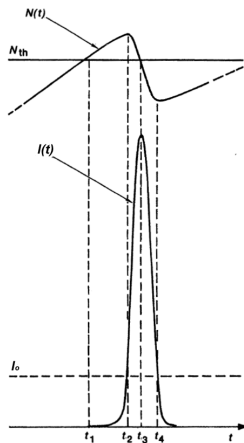
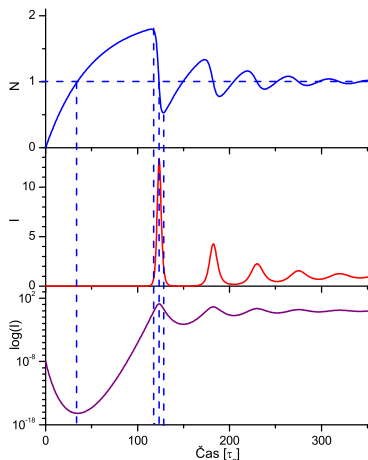
$$\frac{dI}{dT} = (\mathcal{N} - 1)I; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)IN \right]$$



t_1 \mathcal{N} překročilo práh ($\mathcal{N} > 1$),
 $\frac{dI}{dT} > 0$, světlo se zesiluje

Rychlostní rovnice v režimu volné generace

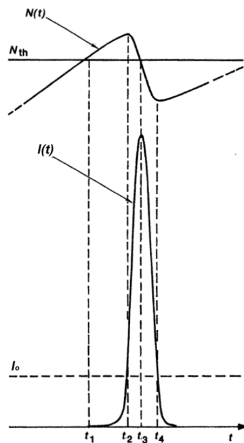
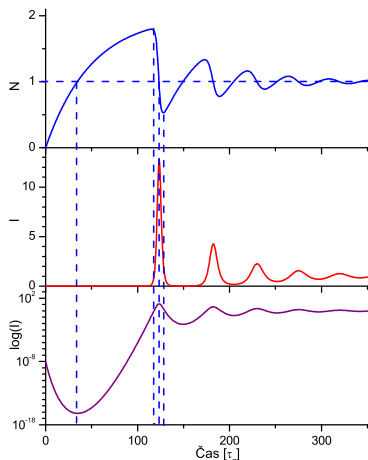
$$\frac{dI}{dT} = (\mathcal{N} - 1)I; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)IN \right]$$



- t_1 \mathcal{N} překročilo práh ($\mathcal{N} > 1$), $\frac{dI}{dT} > 0$, světlo se zesiluje
- t_2 Intenzita světla dosáhla hodnoty I_0 , při které je $\frac{d\mathcal{N}}{dT} = 0$ a \mathcal{N} přestává růst. Čím větší je hodnota $\mathcal{N}(t_2)$, tím výraznější je dynamika generace

Rychlostní rovnice v režimu volné generace

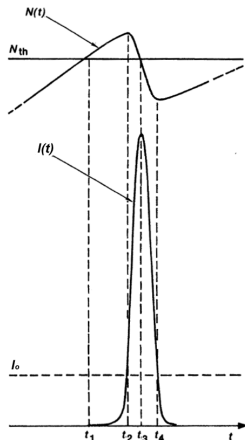
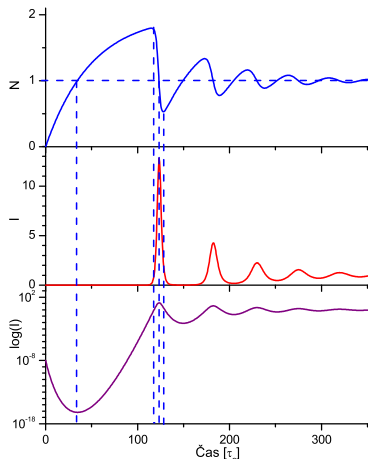
$$\frac{dI}{dT} = (\mathcal{N} - 1)I; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)IN \right]$$



- t_1 \mathcal{N} překročilo práh ($\mathcal{N} > 1$), $\frac{dI}{dT} > 0$, světlo se zesiluje
- t_2 Intenzita světla dosáhla hodnoty I_0 , při které je $\frac{d\mathcal{N}}{dT} = 0$ a \mathcal{N} přestává růst. Čím větší je hodnota $\mathcal{N}(t_2)$, tím výraznější je dynamika generace
- t_3 \mathcal{N} kleslo na práh ($\mathcal{N} = 1$), $\frac{dI}{dT} = 0$, světlo dosáhlo maxima a začíná se pohlcovat se víc, než zesilovat

Rychlostní rovnice v režimu volné generace

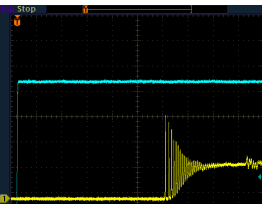
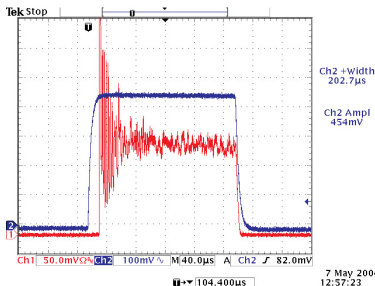
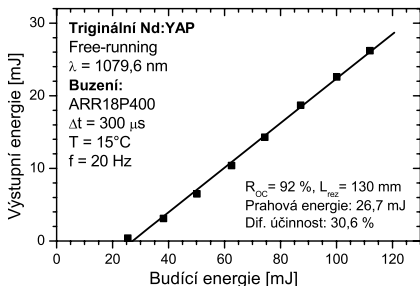
$$\frac{dI}{dT} = (\mathcal{N} - 1)I; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[W - \mathcal{N} - (W - 1)IN \right]$$



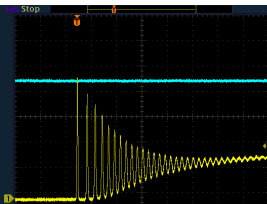
- t_1 \mathcal{N} překročilo práh ($\mathcal{N} > 1$), $\frac{dI}{dT} > 0$, světlo se zesiluje
- t_2 Intenzita světla dosáhla hodnoty I_0 , při které je $\frac{d\mathcal{N}}{dT} = 0$ a \mathcal{N} přestává růst. Čím větší je hodnota $\mathcal{N}(t_2)$, tím výraznější je dynamika generace
- t_3 \mathcal{N} kleslo na práh ($\mathcal{N} = 1$), $\frac{dI}{dT} = 0$, světlo dosáhlo maxima a začíná se pohlcovat se víc, než zesilovat
- t_4 Intenzita světla klesla na hodnotu I_0 , při které je opět $\frac{d\mathcal{N}}{dT} = 0$, čerpání kryje ztráty spot. a stim. emise a \mathcal{N} začíná zase růst

Rychlostní rovnice v režimu volné generace

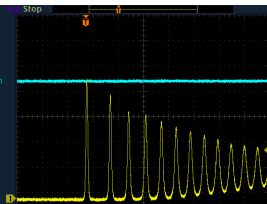
- ▶ Příklad naměřené výstupní charakteristiky laseru pro kombinaci *výstupní zrcadlo – délka rezonátoru* s maximální výstupní energií a příklad časové struktury generovaného záření.



J. Šulc (KFE)



Fyzika laserů



23. dubna 2020

- ▶ Řešení už jen málo liší od stacionárního řešení, když $\mathcal{N}, \mathcal{I} \approx 1$

$$\mathcal{N} = 1 + n, \quad n \ll 1,$$

$$\mathcal{I} = 1 + i, \quad i \ll 1.$$

- ▶ Řešení už jen málo liší od stacionárního řešení, když \mathcal{N} , $\mathcal{I} \approx 1$

$$\mathcal{N} = 1 + n, \quad n \ll 1,$$

$$\mathcal{I} = 1 + i, \quad i \ll 1.$$

- ▶ Linearizované rychlostní rovnice ve tvaru:

$$\frac{di}{dT} = n(1 + i) \approx n,$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dT} &= \eta [\mathcal{W} - 1 - n - (\mathcal{W} - 1)(1 + i)(1 + n)] = \\ &= -\eta [n + (\mathcal{W} - 1)(i + n + in)] \approx \\ &\approx -\eta [\mathcal{W}n + (\mathcal{W} - 1)i] \end{aligned}$$

- ▶ Řešení už jen málo liší od stacionárního řešení, když \mathcal{N} , $\mathcal{I} \approx 1$

$$\mathcal{N} = 1 + n, \quad n \ll 1,$$

$$\mathcal{I} = 1 + i, \quad i \ll 1.$$

- ▶ Linearizované rychlostní rovnice ve tvaru:

$$\frac{di}{dT} = n(1 + i) \approx n,$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dT} &= \eta [\mathcal{W} - 1 - n - (\mathcal{W} - 1)(1 + i)(1 + n)] = \\ &= -\eta [n + (\mathcal{W} - 1)(i + n + in)] \approx \\ &\approx -\eta [\mathcal{W}n + (\mathcal{W} - 1)i] \end{aligned}$$

- ▶ První rovnici derivujeme podle času \mathcal{T} , dosadíme za derivaci ze druhé a vyloučíme proměnnou n :

$$\frac{d^2 i}{dT^2} = \frac{dn}{dT} = -\eta \mathcal{W} \frac{di}{dT} - \eta (\mathcal{W} - 1) i$$

- ▶ Řešení už jen málo liší od stacionárního řešení, když \mathcal{N} , $\mathcal{I} \approx 1$

$$\mathcal{N} = 1 + n, \quad n \ll 1,$$

$$\mathcal{I} = 1 + i, \quad i \ll 1.$$

- ▶ Linearizované rychlostní rovnice ve tvaru:

$$\frac{di}{dT} = n(1 + i) \approx n,$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dT} &= \eta [\mathcal{W} - 1 - n - (\mathcal{W} - 1)(1 + i)(1 + n)] = \\ &= -\eta [n + (\mathcal{W} - 1)(i + n + in)] \approx \\ &\approx -\eta [\mathcal{W}n + (\mathcal{W} - 1)i] \end{aligned}$$

- ▶ První rovnici derivujeme podle času T , dosadíme za derivaci ze druhé a vyloučíme proměnnou n :

$$\frac{d^2i}{dT^2} = \frac{dn}{dT} = -\eta\mathcal{W} \frac{di}{dT} - \eta(\mathcal{W} - 1)i$$

- ▶ Odpovídá rovnici tlumených kmitů typu:

$$\ddot{y} + 2\gamma\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

- ▶ Řešení bude mít tvar tlumených harmonických kmitů:

$$y(t) = y(0)e^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

kde $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$.

- ▶ Řešení bude mít tvar tlumených harmonických kmitů:

$$y(t) = y(0)e^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

kde $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$.

- ▶ Tedy:

$$I(t) = I_0 + \tilde{I}(0)e^{-\Gamma t} \cos \Omega t,$$

$$N(t) = N_0 + \tilde{N}(0)e^{-\Gamma t} \sin \Omega t$$

- ▶ Řešení bude mít tvar tlumených harmonických kmitů:

$$y(t) = y(0)e^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

kde $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$.

- ▶ Tedy:

$$I(t) = I_0 + \tilde{I}(0)e^{-\Gamma t} \cos \Omega t,$$
$$N(t) = N_0 + \tilde{N}(0)e^{-\Gamma t} \sin \Omega t$$

- ▶ kde:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{W}}{\tau_{21}},$$
$$\Omega_0^2 = \frac{\mathcal{W} - 1}{\tau_{21}\tau_c},$$
$$\Omega^2 = \Omega_0^2 - \Gamma^2$$

- ▶ Řešení bude mít tvar tlumených harmonických kmitů:

$$y(t) = y(0)e^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

kde $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$.

- ▶ Tedy:

$$I(t) = I_0 + \tilde{I}(0)e^{-\Gamma t} \cos \Omega t,$$
$$N(t) = N_0 + \tilde{N}(0)e^{-\Gamma t} \sin \Omega t$$

- ▶ kde:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{W}}{\tau_{21}},$$
$$\Omega_0^2 = \frac{\mathcal{W} - 1}{\tau_{21}\tau_c},$$
$$\Omega^2 = \Omega_0^2 - \Gamma^2$$

- ▶ Doba dosažení stacionárního stavu je úměrná τ_{21}

- ▶ Řešení bude mít tvar tlumených harmonických kmitů:

$$y(t) = y(0)e^{-\gamma t} \cos \omega t,$$

kde $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$.

- ▶ Tedy:

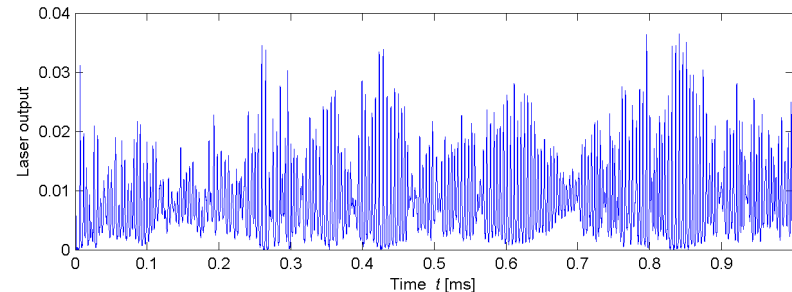
$$I(t) = I_0 + \tilde{I}(0)e^{-\Gamma t} \cos \Omega t,$$
$$N(t) = N_0 + \tilde{N}(0)e^{-\Gamma t} \sin \Omega t$$

- ▶ kde:

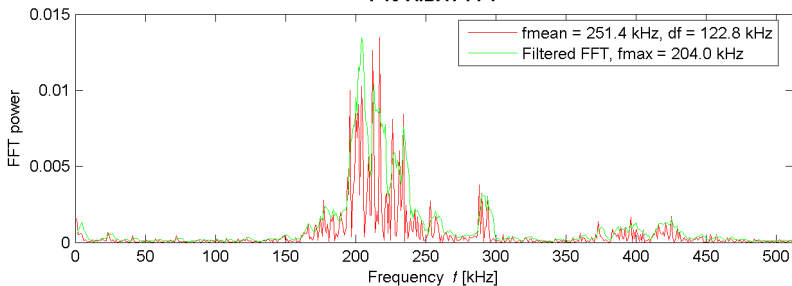
$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{W}}{\tau_{21}},$$
$$\Omega_0^2 = \frac{\mathcal{W} - 1}{\tau_{21}\tau_c},$$
$$\Omega^2 = \Omega_0^2 - \Gamma^2$$

- ▶ Doba dosažení stacionárního stavu je úměrná τ_{21}
- ▶ Výsledek lze využít k ověření znalosti \mathcal{W} , τ_c , τ_{21} ...

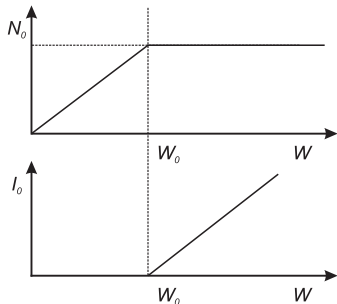
Diodově čerpaný Tm:YAP laser @ $2\ \mu\text{m}$



I-40-A.DAT FFT



Jak určím relativní čerpací rychlost a inverzi?

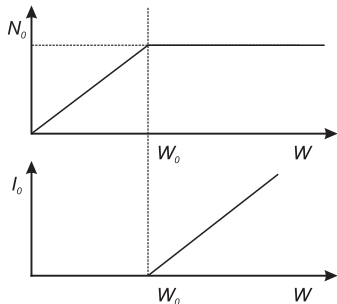


$$N_0 = \begin{cases} W\tau_{21} & \text{pro } W \leq W_0 \\ 1/\tau_c \sigma_{21} \mu C & \text{pro } W \geq W_0 \end{cases}$$

$$I_0 = \begin{cases} 0 & \text{pro } W \leq W_0 \\ I_s (W - W_0) / W_0 & \text{pro } W \geq W_0 \end{cases}$$

1. Změřím si výstupní charakteristiku (P_{out} vs P_{in}) a stanovím prahovou hodnotu čerpání, např. P_{th} .

Jak určím relativní čerpací rychlost a inverzi?

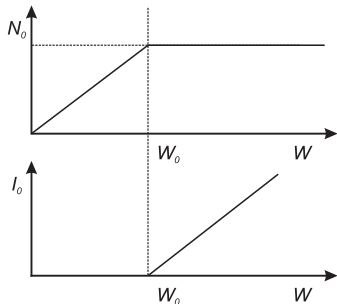


$$N_0 = \begin{cases} W\tau_{21} & \text{pro } W \leq W_0 \\ 1/\tau_c \sigma_{21} \mu C & \text{pro } W \geq W_0 \end{cases}$$

$$I_0 = \begin{cases} 0 & \text{pro } W \leq W_0 \\ I_s (W - W_0) / W_0 & \text{pro } W \geq W_0 \end{cases}$$

1. Změřím si výstupní charakteristiku (P_{out} vs P_{in}) a stanovím prahovou hodnotu čerpání, např. P_{th} .
2. Pokud mohu předpokládat, že $W \propto P_{in}$, potom $\mathcal{W} = W/W_0 = P_{in}/P_{th}$

Jak určím relativní čerpací rychlost a inverzi?



$$N_0 = \begin{cases} W\tau_{21} & \text{pro } W \leq W_0 \\ 1/\tau_c \sigma_{21} \mu C & \text{pro } W \geq W_0 \end{cases}$$

$$I_0 = \begin{cases} 0 & \text{pro } W \leq W_0 \\ I_s (W - W_0) / W_0 & \text{pro } W \geq W_0 \end{cases}$$

1. Změřím si výstupní charakteristiku (P_{out} vs P_{in}) a stanovím prahovou hodnotu čerpání, např. P_{th} .
2. Pokud mohu předpokládat, že $W \propto P_{in}$, potom $\mathcal{W} = W/W_0 = P_{in}/P_{th}$
3. Práh testuje inverzi – prahová podmínka. Pokud mohu předpokládat, že $W \propto P_{in}$, a že **pod prahem** ($I_0 = 0$) je $N_0 \propto W$, je taky $N_0 \propto P_{in}$.

- ▶ Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.

- ▶ Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- ▶ Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.

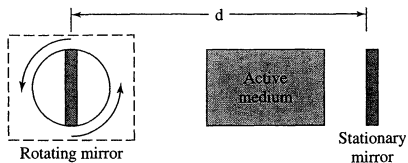
- ▶ Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- ▶ Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny \Rightarrow práh generace laseru zvýšen \Rightarrow je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)

- ▶ Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- ▶ Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny \Rightarrow práh generace laseru zvýšen \Rightarrow je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou ve vhodný okamžik prudce sníženy na běžnou hodnotu a sníží se práh generace.

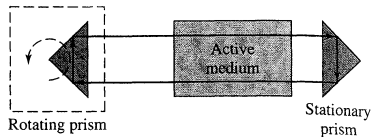
- ▶ Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- ▶ Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny \Rightarrow práh generace laseru zvýšen \Rightarrow je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou ve vhodný okamžik prudce sníženy na běžnou hodnotu a sníží se práh generace.
- ▶ V tomto okamžiku je $N > N_0$ a tedy $\mathcal{N} > 1$ a dochází k exponenciálnímu nárůstu intenzity laserového záření uvnitř rezonátoru \Rightarrow gigantický impuls.

- ▶ Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- ▶ Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny \Rightarrow práh generace laseru zvýšen \Rightarrow je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)
- ▶ Ztráty rezonátoru jsou ve vhodný okamžik prudce sníženy na běžnou hodnotu a sníží se práh generace.
- ▶ V tomto okamžiku je $N > N_0$ a tedy $\mathcal{N} > 1$ a dochází k exponenciálnímu nárůstu intenzity laserového záření uvnitř rezonátoru \Rightarrow gigantický impuls.
- ▶ Po vyčerpání energie nahromaděné v inverzi populace hladin impuls dozrívá s časovou konstantou τ_C .

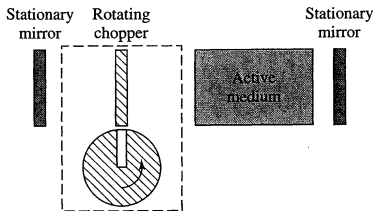
Metody Q-spínání – mechanické



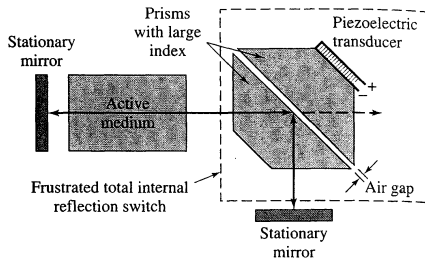
(a) A cavity with a rotating mirror



(b) A cavity with a rotating prism

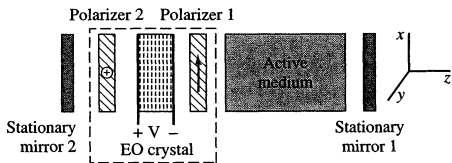


(c) A cavity with a rotating chopper

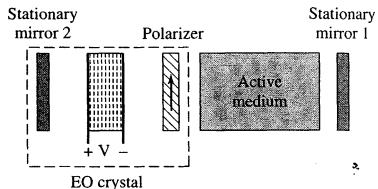


(d) A cavity with a frustrated total internal reflection switch

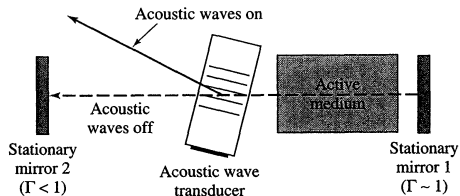
Metody Q-spínání – elektronické a pasivní



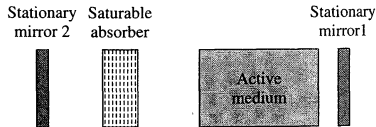
(e) An electrically controlled gate with a half-wave EO crystal and two polarizers with crossed transmission axes



(f) A polarizer, a quarter-wave EO crystal, and mirror 2 acting as an electrically controlled switch

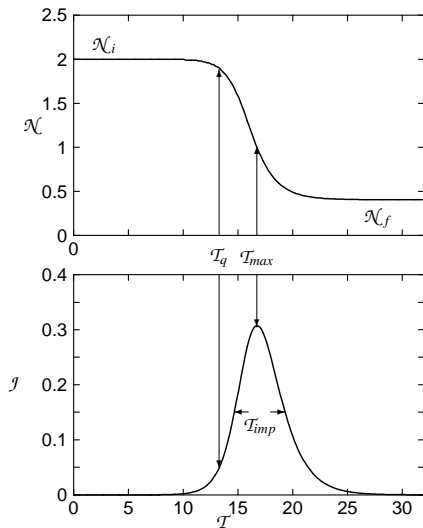
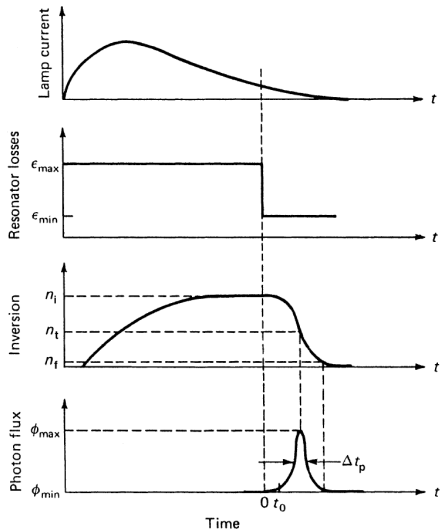


(g) Acoustooptic Q-switch

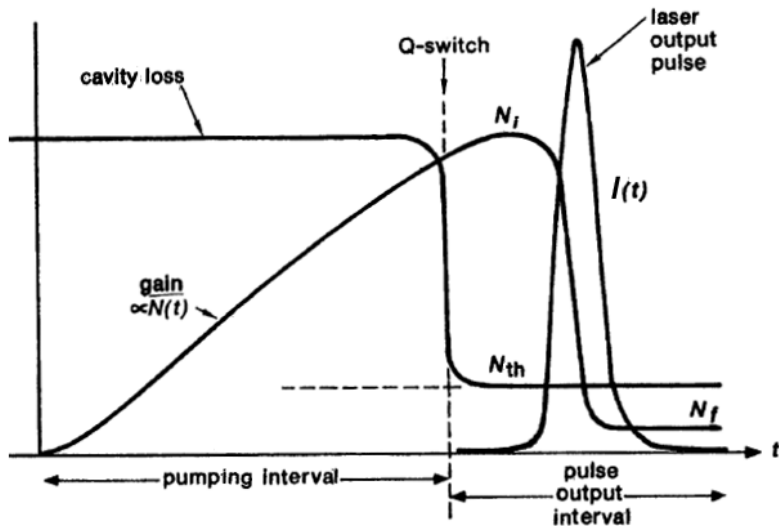


(h) A cavity with a saturable absorber

Vybudování Q-spínaného impulsu



Vybudování Q-spínaného impulsu



- ▶ Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{dT} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

- ▶ Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{dT} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

- ▶ Proces generace Q-spínaného impulsu probíhá během doby srovnatelné s dobou života fotonu v laserovém oscilátoru

- ▶ Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{dT} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

- ▶ Proces generace Q-spínaného impulsu probíhá během doby srovnatelné s dobou života fotonu v laserovém oscilátoru
- ▶ Během této doby dojde pouze k nepatrné změně inverze populace hladin v důsledku čerpání a fluorescence ve srovnání s vlivem způsobeným prudkým nárůstem intenzity a proto budou při analytickém řešení tyto změny zanedbány

$$\frac{d\mathcal{I}}{dT} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}$$

$$\frac{d\mathcal{N}}{dT} = -\xi\mathcal{I}\mathcal{N}$$

kde

$$\xi = \eta(\mathcal{W} - 1)$$

- ▶ Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{dT} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \quad \frac{d\mathcal{N}}{dT} = \eta \left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N} \right]$$

- ▶ Proces generace Q-spínaného impulsu probíhá během doby srovnatelné s dobou života fotonu v laserovém oscilátoru
- ▶ Během této doby dojde pouze k nepatrné změně inverze populace hladin v důsledku čerpání a fluorescence ve srovnání s vlivem způsobeným prudkým nárůstem intenzity a proto budou při analytickém řešení tyto změny zanedbány

$$\frac{d\mathcal{I}}{dT} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}$$

$$\frac{d\mathcal{N}}{dT} = -\xi\mathcal{I}\mathcal{N}$$

kde

$$\xi = \eta(\mathcal{W} - 1)$$

- ▶ Zavedeme novou funkci pro intenzitu ve tvaru

$$\mathcal{J} = \xi\mathcal{I}$$

- ▶ ... dostaneme rychlostní rovnice, jejich řešení je závislé pouze na počátečním stupni inverze:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{J}, \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N}$$

- ▶ ... dostaneme rychlostní rovnice, jejich řešení je závislé pouze na počátečním stupni inverze:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{J}, \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N}$$

- ▶ Po vyloučení normovaného času \mathcal{T} dostaneme:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{N}} = -\frac{\mathcal{N} - 1}{\mathcal{N}}$$

- ... dostaneme rychlostní rovnice, jejich řešení je závislé pouze na počátečním stupni inverze:

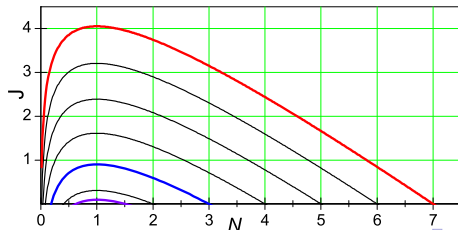
$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{J}, \quad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N}$$

- Po vyloučení normovaného času \mathcal{T} dostaneme:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{N}} = -\frac{\mathcal{N} - 1}{\mathcal{N}}$$

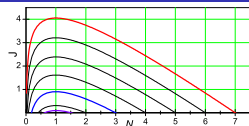
- Separujeme proměnné a řešíme za předpokladu, že na počátku je inverze populace \mathcal{N}_i a hustota fotonů $\mathcal{J} = 0$:

$$\int_0^{\mathcal{J}} d\mathcal{J} = \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}} \left(\frac{1}{\mathcal{N}} - 1 \right) d\mathcal{N} \Rightarrow \mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$



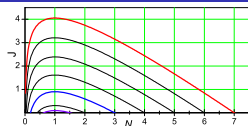
- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$



- ▶ Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

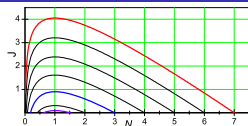


- ▶ Dosazením $\mathcal{N} = 1$, kdy $d\mathcal{J}/d\mathcal{T} = 0$, dostaneme špičkovou intenzitu \mathcal{J}_{max} Q-spínaného impulzu:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1) \mathcal{J} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J}_{max} = \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1$$

- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$



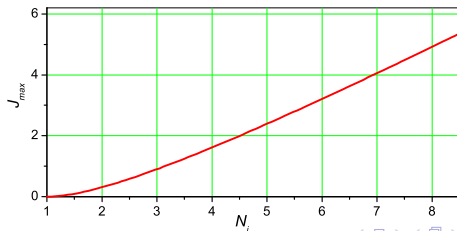
- Dosažením $\mathcal{N} = 1$, kdy $d\mathcal{J}/d\mathcal{T} = 0$, dostaneme špičkovou intenzitu \mathcal{J}_{max} Q-spínaného impulsu:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1) \mathcal{J} \Rightarrow \mathcal{J}_{max} = \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1$$

- Po odnormování dostaneme pro maximální výstupní intenzitu (pro $R \approx 1$):

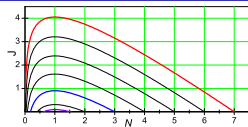
$$I_{max} \doteq \mathcal{J}_{max} \frac{1 - R E_s}{2} \frac{1}{\tau_c}$$

kde $E_s = \hbar\omega_{21}/\kappa\sigma_{21}$ je saturační hustota energie (parametr aktivního prostředí)



- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

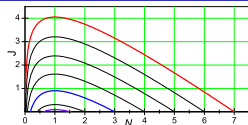


- ▶ Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

- ▶ Určíme hodnotu inverze populace hladin \mathcal{N}_f , která se ustálí po vygenerování Q-spínaného impulsu, kdy je opět $\mathcal{J} = 0$. Tehdy:

$$0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$



- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

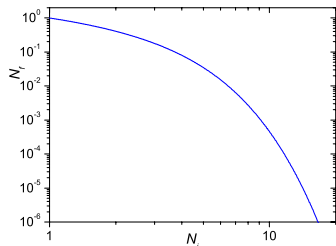
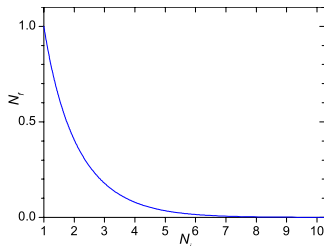
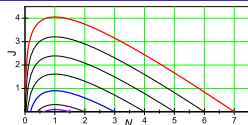
$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

- Určíme hodnotu inverze populace hladin \mathcal{N}_f , která se ustálí po vygenerování Q-spínaného impulsu, kdy je opět $\mathcal{J} = 0$. Tehdy:

$$0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

- ... a tedy:¹

$$\mathcal{N}_f = -\text{LambertW}\left(-\frac{\mathcal{N}_i}{\exp \mathcal{N}_i}\right)$$



¹Funkce $W(x) = \text{LambertW}(x)$ je definována jako řešení transcendentní rovnice $W(x) \exp[W(x)] = x$.

- ▶ Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} dT = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{dT} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = - \int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{dT} dT = - \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ▶ Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = - \int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = - \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ▶ ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- ▶ Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = - \int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = - \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ▶ ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- ▶ Odnormování (pro $R \approx 1$):

$$E = \frac{1-R}{2} SE_s(\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

- ▶ Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = - \int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = - \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ▶ ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- ▶ Odnormování (pro $R \approx 1$):

$$E = \frac{1-R}{2} S E_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

- ▶ kde S je plocha laserového svazku, E_s je saturační hustota energie:

$$E_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}}$$

- ▶ Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} dT = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{dT} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = - \int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{dT} dT = - \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ▶ ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- ▶ Odnormování (pro $R \approx 1$):

$$E = \frac{1 - R}{2} SE_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

- ▶ kde S je plocha laserového svazku, E_s je saturační hustota energie:

$$E_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}}$$

- ▶ Součin SE_s udává maximální extrahovatelnou energii, která je tím vyšší, čím je menší účinný průřez pro stimulovanou emisi.

- ▶ Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = - \int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = - \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ▶ ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- ▶ Odnormování (pro $R \approx 1$):

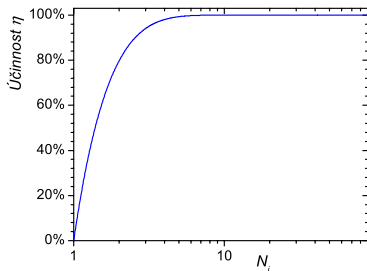
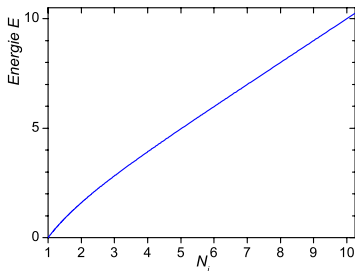
$$E = \frac{1-R}{2} SE_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

- ▶ kde S je plocha laserového svazku, E_s je saturační hustota energie:

$$E_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}}$$

- ▶ Součin SE_s udává maximální extrahovatelnou energii, která je tím vyšší, čím je menší účinný průřez pro stimulovanou emisi.
- ▶ Energie zjevně nezáleží na délce aktivního prostředí L_{ap} . Je však nutné s daným σ_{21} a \mathcal{N}_i dosáhnout prahu generace ($1 \leq R \exp[2\sigma_{21} N_i L_{ap}]$).

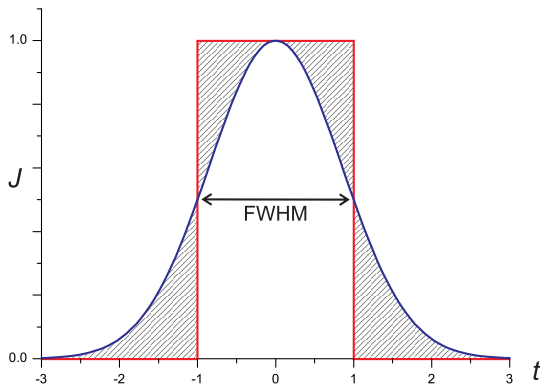
Energie Q-spínaného impulsu a účinnost konverze energie



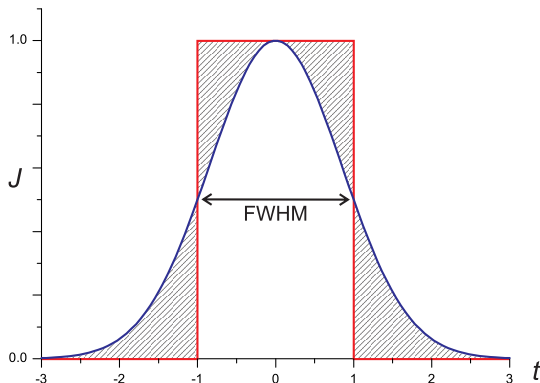
$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f, \quad \eta = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{N}_i} = 1 - \frac{\mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i}$$

- ▶ Účinnost konverze energie uložené v aktivním prostředí v podobě inverze populace hladin do energie laserového impulsu roste s rostoucím \mathcal{N}_i
- ▶ Pro $\mathcal{N}_i > 5$ je $\eta > 95\%$

- ▶ Gauss vs obdélník – rozdíl ploch při stejné šířce a amplitudě asi 3%



- ▶ Gauss vs obdélník – rozdíl ploch při stejné šířce a amplitudě asi 3%



- ▶ Odhad doby trvání impulsu:

$$\mathcal{T}_{imp}(\text{FWHM}) = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{I}_{max}}$$

- ▶ Odhad doby trvání impulsu:

$$T_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \rightarrow 1 \quad \text{pro } \mathcal{N}_i \rightarrow \infty$$

- ▶ Odhad doby trvání impulsu:

$$\mathcal{T}_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \rightarrow 1 \quad \text{pro } \mathcal{N}_i \rightarrow \infty$$

- ▶ Oddnormování:

$$\mathcal{T}_{imp} = \tau_c \mathcal{T}_{imp}$$

- ▶ Odhad doby trvání impulsu:

$$T_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \rightarrow 1 \quad \text{pro } \mathcal{N}_i \rightarrow \infty$$

- ▶ Oddnormování:

$$T_{imp} = \tau_c \mathcal{T}_{imp}$$

- ▶ Nejkratší impulz bude mít dobu trvání τ_c .

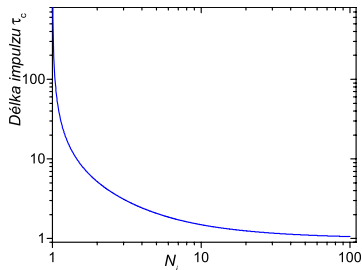
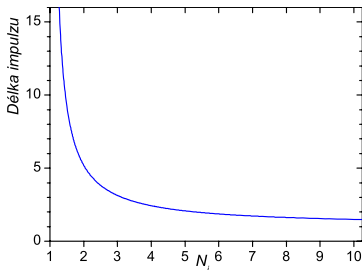
- ▶ Odhad doby trvání impulsu:

$$T_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \rightarrow 1 \quad \text{pro } \mathcal{N}_i \rightarrow \infty$$

- ▶ Oddnormování:

$$T_{imp} = \tau_c \mathcal{T}_{imp}$$

- ▶ Nejkratší impuls bude mít dobu trvání τ_c .
- ▶ Délka impulsu v tomto přiblížení nezávisí na vlastnostech aktivního prostředí (kromě jeho vlivu na τ_c), jen na parametrech rezonátoru a dosažitelné relativní inverzi populace hladin.



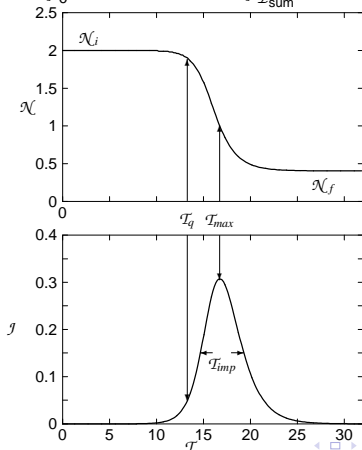
- ▶ Doba τ_q vybudování gigantického impulsu ze šumu $\mathcal{I}_{\text{šum}}$ lze spočítat za předpokladu, že se inverze populace hladin \mathcal{N} až do okamžiku, kdy je dosaženo $\mathcal{I} = 1$, prakticky nemění. Potom:

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N}_i - 1)\mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad \int_0^{\mathcal{T}_q} d\mathcal{T} = \frac{1}{\mathcal{N}_i - 1} \int_{\mathcal{I}_{\text{šum}}}^1 \frac{1}{\mathcal{I}} d\mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{T}_q = -\frac{\ln(\mathcal{I}_{\text{šum}})}{\mathcal{N}_i - 1}$$

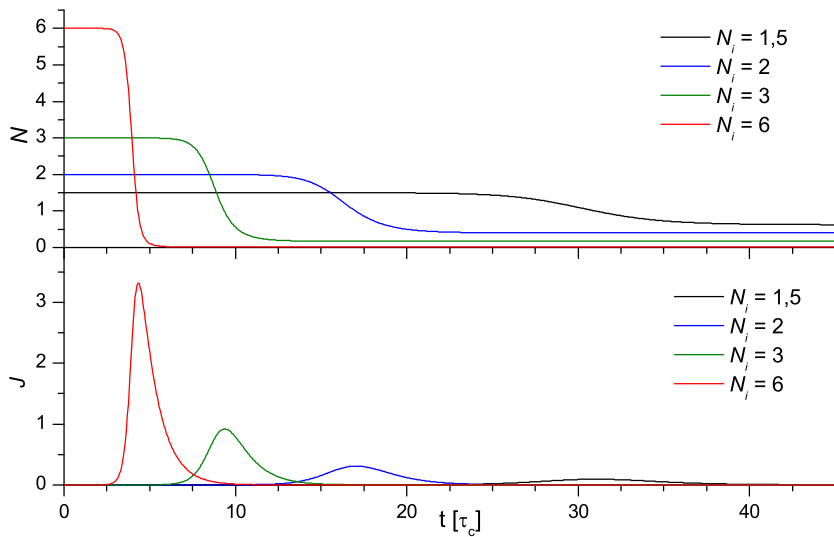
Doba vybudování Q-spínaného impulsu

- Doba τ_q vybudování gigantického impulsu ze šumu $\mathcal{I}_{\text{šum}}$ lze spočítat za předpokladu, že se inverze populace hladin \mathcal{N} až do okamžiku, kdy je dosaženo $\mathcal{I} = 1$, prakticky nemění. Potom:

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N}_i - 1)\mathcal{I} \Rightarrow \int_0^{\mathcal{T}_q} d\mathcal{T} = \frac{1}{\mathcal{N}_i - 1} \int_{\mathcal{I}_{\text{šum}}}^1 \frac{1}{\mathcal{I}} d\mathcal{I} \Rightarrow \tau_q = -\frac{\ln(\mathcal{I}_{\text{šum}})}{\mathcal{N}_i - 1}$$



Vybudování Q-spínaného impulsu



- ▶ Pro zvýšení účinnosti Q-spínání (maximalizace \mathcal{E} , minimalizace \mathcal{N}_i) je třeba mít na počátku co nejvyšší hodnotu \mathcal{N}_i , tedy poměr N/N_0 . \mathcal{N}_i pak určuje všechny parametry generovaného impulsu.

- ▶ Pro zvýšení účinnosti Q-spínání (maximalizace \mathcal{E} , minimalizace \mathcal{N}_i) je třeba mít na počátku co nejvyšší hodnotu \mathcal{N}_i , tedy poměr N/N_0 . \mathcal{N}_i pak určuje všechny parametry generovaného impulsu.
- ▶ S rostoucí hodnotou \mathcal{N}_i se délka impulsu zkracuje, ale nelze generovat impulsy kratší než je doba života fotonu v rezonátoru. S ohledem na přijatou aproximaci však současně musí být $T_{imp} > \tau_R$.

- ▶ Pro zvýšení účinnosti Q-spínání (maximalizace \mathcal{E} , minimalizace \mathcal{N}_i) je třeba mít na počátku co nejvyšší hodnotu \mathcal{N}_i , tedy poměr N/N_0 . \mathcal{N}_i pak určuje všechny parametry generovaného impulsu.
- ▶ S rostoucí hodnotou \mathcal{N}_i se délka impulsu zkracuje, ale nelze generovat impulsy kratší než je doba života fotonu v rezonátoru. S ohledem na přijatou aproximaci však současně musí být $T_{imp} > \tau_R$.
- ▶ V praxi je možné předpokládat (v případě, kdy čerpací rychlost není závislá na inverzi populace hladin), že \mathcal{N}_i je poměr čerpací energie (výkonu) použité při Q-spínání ku prahové energii (prahovém výkonu) laseru v režimu volné generace s otevřeným Q-spínačem.

- ▶ Pro zvýšení účinnosti Q-spínání (maximalizace \mathcal{E} , minimalizace \mathcal{N}_i) je třeba mít na počátku co nejvyšší hodnotu \mathcal{N}_i , tedy poměr N/N_0 . \mathcal{N}_i pak určuje všechny parametry generovaného impulsu.
- ▶ S rostoucí hodnotou \mathcal{N}_i se délka impulsu zkracuje, ale nelze generovat impulsy kratší než je doba života fotonu v rezonátoru. S ohledem na přijatou aproximaci však současně musí být $T_{imp} > \tau_R$.
- ▶ V praxi je možné předpokládat (v případě, kdy čerpací rychlost není závislá na inverzi populace hladin), že \mathcal{N}_i je poměr čerpací energie (výkonu) použité při Q-spínání ku prahové energii (prahovém výkonu) laseru v režimu volné generace s otevřeným Q-spínačem.
- ▶ Pro nalezení tvaru impulsu je třeba řešit rychlostní rovnice numericky.

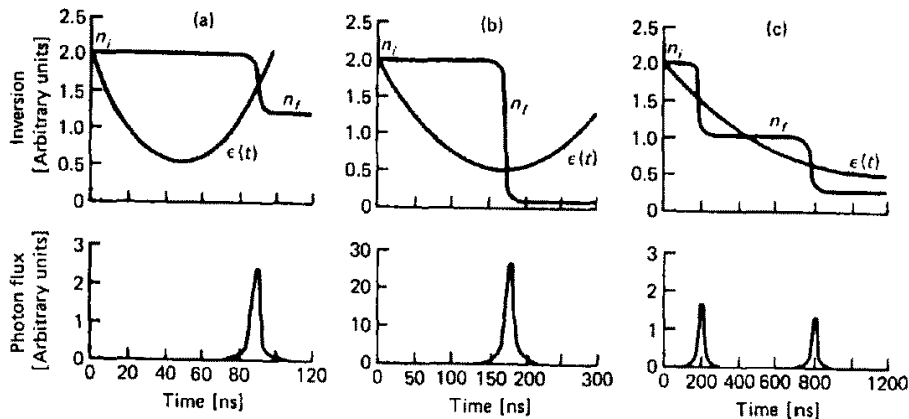


Fig. 8.3. Inversion, cavity losses, and pulse development as a function of time in a slow Q-switched system [8.6]

- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhadinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S^a}$$

- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S^a}.$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorbéru tloušťky l_a je dána vztahem:

$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$

- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S^a}$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorbéru tloušťky l_a je dána vztahem:

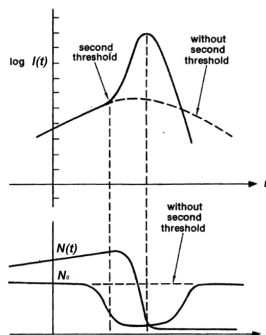
$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$

- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S^a}$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorbérů tloušťky l_a je dána vztahem:

$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$

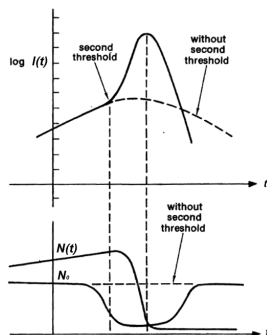


- ▶ Saturevatelný absorpér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S^a}$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorpéru tloušťky l_a je dána vztahem:

$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$

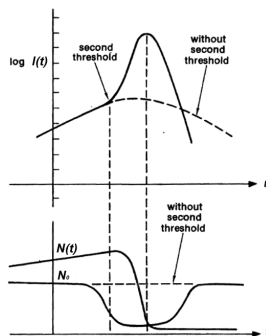


- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S^a}$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorbérů tloušťky l_a je dána vztahem:

$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$



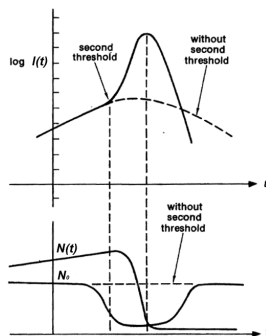
- ▶ V okamžiku, kdy by při daných ztrátách způsobených nesaturevaným absorbérem a výstupním zrcadle začal laser generovat v režimu volné generace začne toto záření otvírat absorbér – tzv. „druhý práh“.

- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S}$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorbérů tloušťky l_a je dána vztahem:

$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$



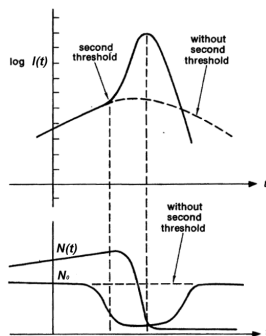
- ▶ V okamžiku, kdy by při daných ztrátách způsobených nesaturevaným absorbérem a výstupním zrcadlem začal laser generovat v režimu volné generace začne toto záření otvírat absorbér – tzv. „druhý práh“.
- ▶ Během krátké doby může dojít k úplné saturaci absorbérů, takže se prahová hodnota inverze populace hladin sníží tak, jako by absorbér v rezonátoru nebyl přítomen.

- ▶ Saturevatelný absorbér je dvouhladinové médium se širokým absorpčním spektrem, jehož absorpční koeficient β závisí na intenzitě dopadajícího záření obdobně jako zisk zesilujícího prostředí

$$\beta(I) = \frac{\beta_0}{1 + I/I_S}$$

- ▶ Transmittance saturevatelného absorbéro tloušťky l_a je dána vztahem:

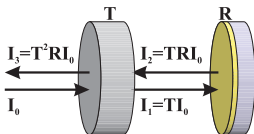
$$T(I) = \exp[-\beta(I)l_a], \quad T_0 \equiv T(0) = \exp[-\beta_0 l_a].$$



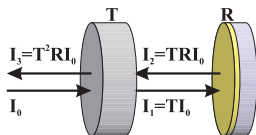
- ▶ V okamžiku, kdy by při daných ztrátách způsobených nesaturevaným absorbérem a výstupním zrcadlem začal laser generovat v režimu volné generace začne toto záření otvírat absorbér – tzv. „druhý práh“.
- ▶ Během krátké doby může dojít k úplné saturaci absorbéro, takže se prahová hodnota inverze populace hladin sníží tak, jako by absorbér v rezonátoru nebyl přítomen.
- ▶ Rychlost změny transmittance absorbéro závisí na hodnotě saturační intenzity saturevatelného absorbéro.

- ▶ Ideální saturevatelný absorbér (SA) mění svoji transmitanci T od T_0 (nesaturevaný) po 100 % (plně saturevaný)

- ▶ Ideální saturovatelný absorbér (SA) mění svoji transmitanci T od T_0 (nesaturovaný) po 100 % (plně saturovaný)
- ▶ Přítomnost SA v rezonátoru efektivně modifikuje odrazivost výstupního zrcadla a tím i ztráty $\Rightarrow \tau_c \Rightarrow$ práh



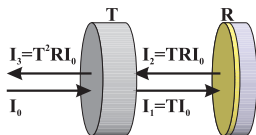
- ▶ Ideální saturevatelný absorbér (SA) mění svoji transmitanci T od T_0 (nesaturevaný) po 100 % (plně saturevaný)
- ▶ Přítomnost SA v rezonátoru efektivně modifikuje odrazivost výstupního zrcadla a tím i ztráty $\Rightarrow \tau_c \Rightarrow$ práh



- ▶ Pokud zanedbáme přechodový jev spojený se změnou ztrát absorbéru, můžeme snadno odhadnout hodnotu \mathcal{N}_i :

$$\mathcal{N}_i = \frac{N_0(T = T_0)}{N_0(T = 1)} = \frac{\tau_c(T = 1)}{\tau_c(T = T_0)} = \frac{\ln(T_0^2 R)}{\ln(R)} = 1 + \frac{2 \ln T_0}{\ln R}.$$

- ▶ Ideální saturevatelný absorbér (SA) mění svoji transmitanci T od T_0 (nesaturevaný) po 100 % (plně saturevaný)
- ▶ Přítomnost SA v rezonátoru efektivně modifikuje odrazivost výstupního zrcadla a tím i ztráty $\Rightarrow \tau_c \Rightarrow$ práh

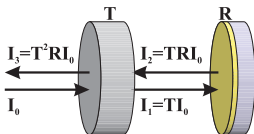


- ▶ Pokud zanedbáme přechodový jev spojený se změnou ztrát absorbéru, můžeme snadno odhadnout hodnotu \mathcal{N}_i :

$$\mathcal{N}_i = \frac{N_0(T = T_0)}{N_0(T = 1)} = \frac{\tau_c(T = 1)}{\tau_c(T = T_0)} = \frac{\ln(T_0^2 R)}{\ln(R)} = 1 + \frac{2 \ln T_0}{\ln R}.$$

- ▶ Lze odhadnout délku generovaného impulsu a účinnost extrakce energie

- ▶ Ideální saturevatelný absorbér (SA) mění svoji transmitanci T od T_0 (nesaturevaný) po 100 % (plně saturevaný)
- ▶ Přítomnost SA v rezonátoru efektivně modifikuje odrazivost výstupního zrcadla a tím i ztráty $\Rightarrow \tau_c \Rightarrow$ práh

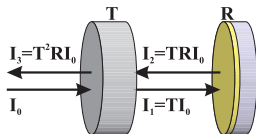


- ▶ Pokud zanedbáme přechodový jev spojený se změnou ztrát absorbéru, můžeme snadno odhadnout hodnotu \mathcal{N}_i :

$$\mathcal{N}_i = \frac{N_0(T = T_0)}{N_0(T = 1)} = \frac{\tau_c(T = 1)}{\tau_c(T = T_0)} = \frac{\ln(T_0^2 R)}{\ln(R)} = 1 + \frac{2 \ln T_0}{\ln R}.$$

- ▶ Lze odhadnout délku generovaného impulsu a účinnost extrakce energie
- ▶ V prvním přiblížení nebudou tyto parametry závislé na budící energii ani na použitém typu aktivního prostředí, ale pouze na hodnotě parametrů T_0 a R .

- ▶ Ideální saturevatelný absorbér (SA) mění svoji transmitanci T od T_0 (nesaturevaný) po 100 % (plně saturevaný)
- ▶ Přítomnost SA v rezonátoru efektivně modifikuje odrazivost výstupního zrcadla a tím i ztráty $\Rightarrow \tau_c \Rightarrow$ práh



- ▶ Pokud zanedbáme přechodový jev spojený se změnou ztrát absorbéru, můžeme snadno odhadnout hodnotu \mathcal{N}_i :

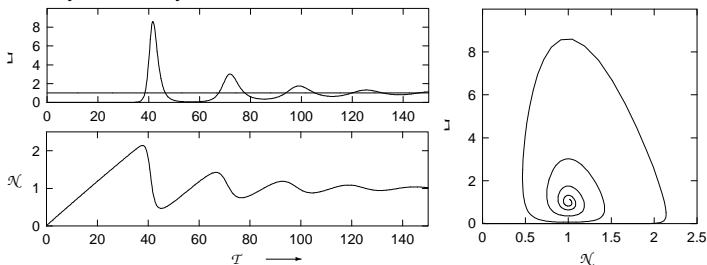
$$\mathcal{N}_i = \frac{N_0(T = T_0)}{N_0(T = 1)} = \frac{\tau_c(T = 1)}{\tau_c(T = T_0)} = \frac{\ln(T_0^2 R)}{\ln(R)} = 1 + \frac{2 \ln T_0}{\ln R}.$$

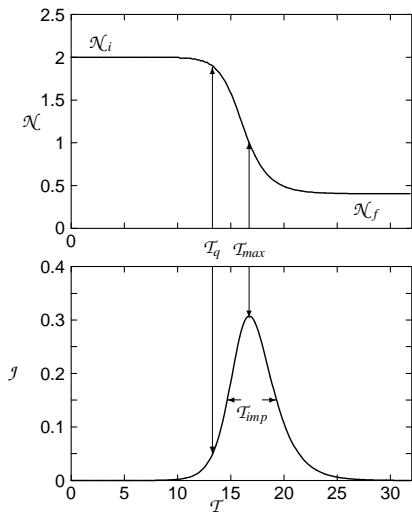
- ▶ Lze odhadnout délku generovaného impulsu a účinnost extrakce energie
- ▶ V prvním přiblížení nebudou tyto parametry závislé na budící energii ani na použitém typu aktivního prostředí, ale pouze na hodnotě parametrů T_0 a R .
- ▶ Reálný absorbér má ve stavu otevřeno $T < 100\%$.

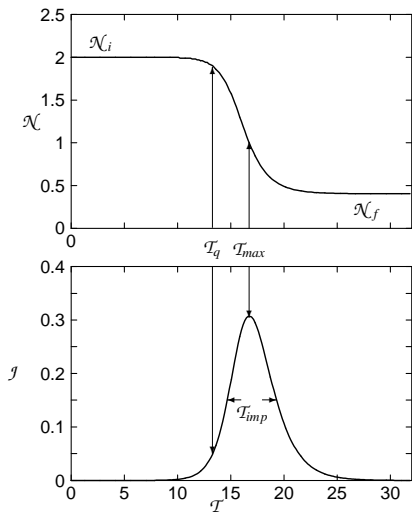
- ▶ S pomocí intenzivního buzení je možné připravit na počátku laserové akce vysokou hodnotu \mathcal{N}_i za dobu kratší, než je doba nutná k vygenerování gigantického impulzu \mathcal{T}_q .

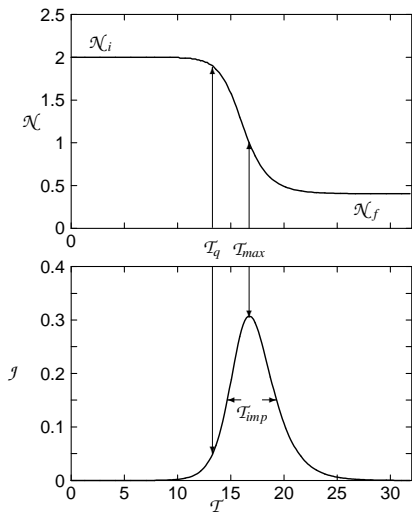
- ▶ S pomocí intenzivního buzení je možné připravit na počátku laserové akce vysokou hodnotu \mathcal{N}_i za dobu kratší, než je doba nutná k vygenerování gigantického impulzu \mathcal{T}_q .
- ▶ Pokud bude buzení trvat po dobu několikanásobně delší, než je doba \mathcal{T}_q , bude na výstupu laseru generován sled impulzů podobný přechodovému jevu v režimu volné generace, s tím rozdílem, že intenzita generovaného záření bude podstatně vyšší, neboť se silně uplatňuje buzení mezi impulzy. Doba trvání prvního impulzu ve sledu je tím kratší, čím je rychlost buzení větší.

- ▶ S pomocí intenzivního buzení je možné připravit na počátku laserové akce vysokou hodnotu \mathcal{N}_i za dobu kratší, než je doba nutná k vygenerování gigantického impulsu \mathcal{T}_q .
- ▶ Pokud bude buzení trvat po dobu několikanásobně delší, než je doba \mathcal{T}_q , bude na výstupu laseru generován sled impulsů podobný přechodovému jevu v režimu volné generace, s tím rozdílem, že intenzita generovaného záření bude podstatně vyšší, neboť se silně uplatňuje buzení mezi impulsy. Doba trvání prvního impulsu ve sledu je tím kratší, čím je rychlost buzení větší.
- ▶ Pokud vlastní budící impuls bude podstatně kratší než je doba \mathcal{T}_q , budou po jeho ukončení podmínky stejné jako po otevření Q-spínače a generace se bude řídit obdobnými zákony.

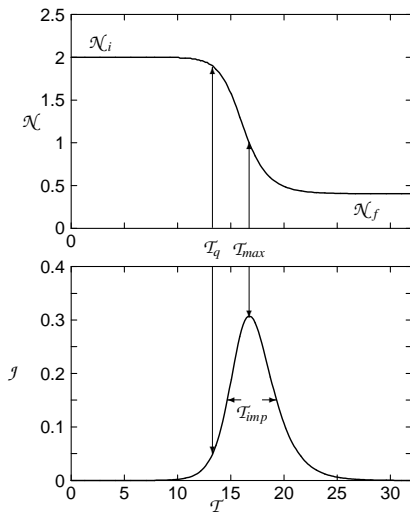




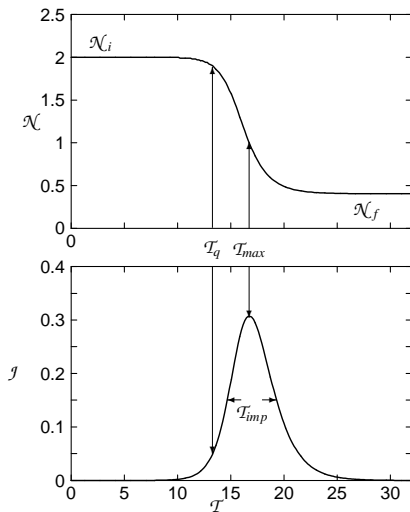




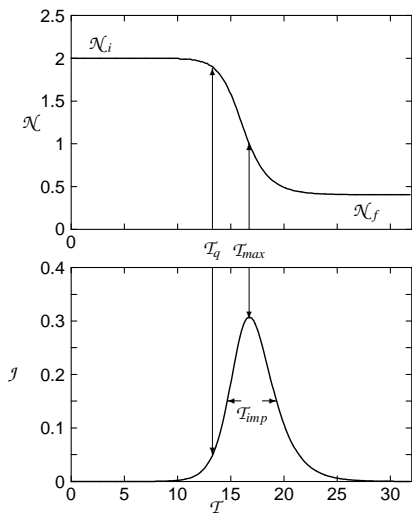
- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání



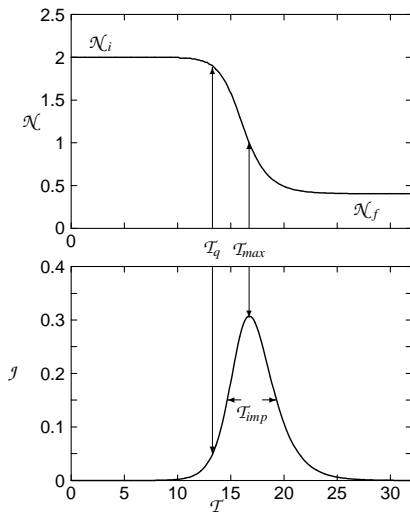
- ▶ Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- ▶ Relaxační oscilace



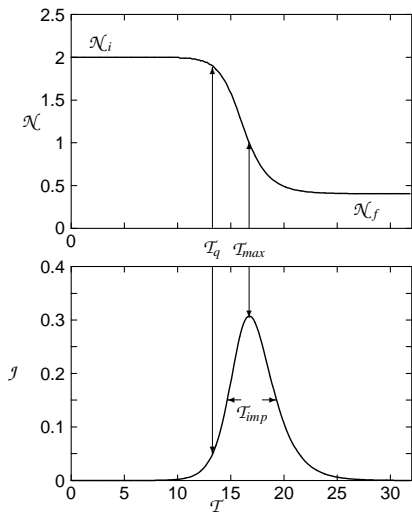
- ▶ Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- ▶ Relaxační oscilace
- ▶ Q-spínání, spínání ziskem



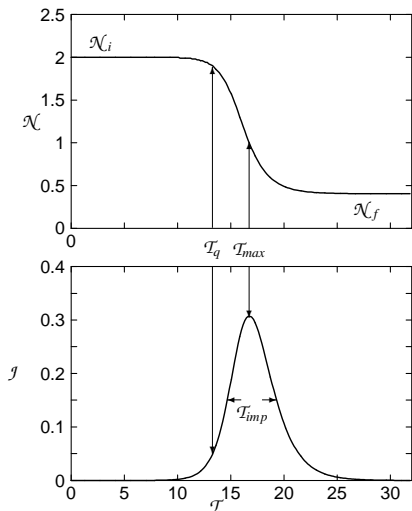
- ▶ Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- ▶ Relaxační oscilace
- ▶ Q-spínání, spínání ziskem
 - ▶ Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$










- ▶ Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- ▶ Relaxační oscilace
- ▶ Q-spínání, spínání ziskem
 - ▶ Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$
 - ▶ Energie impulzu a špičkový výkon jsou úměrné saturační energii a \mathcal{N}_i



- ▶ Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- ▶ Relaxační oscilace
- ▶ Q-spínání, spínání ziskem
 - ▶ Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$
 - ▶ Energie impulzu a špičkový výkon jsou úměrné saturační energii a \mathcal{N}_i
 - ▶ Nejkratší délka generovaného impulzu odpovídá době života fotonu v rezonátoru



- ▶ Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- ▶ Relaxační oscilace
- ▶ Q-spínání, spínání ziskem
 - ▶ Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$
 - ▶ Energie impulzu a špičkový výkon jsou úměrné saturační energii a \mathcal{N}_i
 - ▶ Nejkratší délka generovaného impulzu odpovídá době života fotonu v rezonátoru
- ▶ Příště: Koherentní šíření impulzů (Soliton, samoindukovaná propustnost, fotonové echo)

-  SALEH, B. E. A.– TEICH, M. C.: *Základy fotoniky - 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995 (<http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/fotonika/Fotonika-3-text.pdf>)
-  VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
-  LOUISELL, W. H.: *Quantum statistical properties of radiation*, John Wiley & Sons, New York, 1973
-  VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
-  VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ulat/>
-  LONČAR, G.: *Elektrodynamika I*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1990
-  Přednášky: <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/>