

Fyzika laserů

Přitahování frekvencí. Spektrum laserového záření. Modelocking

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

30. dubna 2020

1. Kvantová teorie tlumení, řídicí rovnice
2. Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. Aplikace na laser – kontinuální režim
6. Aplikace na laser – Q-spínání
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. **Spektrum laseru a režim synchronizace módů**
10. Kvantová teorie laseru, F.-P. rovnice
11. F.-P. rovnice pro záření a atom
12. F.-P. rovnice pro laser
13. Statistické vlastnosti laserového záření

Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$, $|d_{21}|^2$

Interakce záření s **hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{d} \cdot \vec{E}(t)$

Odezva prostředí 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro \vec{E} , \vec{P} a N . Prostředí je pro rezonanční záření **disperzní** a **nelineární**

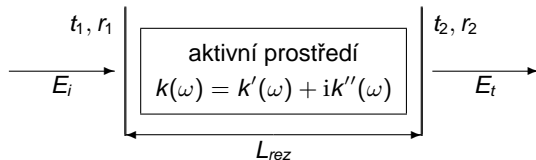
Signál pomalu proměnný impuls s harmonickou nosnou frekvencí $\omega \gg T_{\text{imp}}^{-1}$ v rezonanci ($\omega = \omega_{21}$) a bez fázové modulace \rightarrow tři rovnice pro obálku

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} &= \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2 \\ \frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} &= -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N \\ \frac{\partial N}{\partial t'} &= -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2\end{aligned}$$

Rezonanční prostředí je **disperzní** susceptibilita je funkcí frekvence

Rezonanční prostředí je **nelineární** v blízkosti rezonanční frekvence může v závislosti na obsazení hladin docházet k pohlcení nebo zesílení záření (susceptibilita je komplexní)

- ▶ Laser = rezonátor + aktivní prostředí



- ▶ Aktivní laserové prostředí je popsáno vlnovým vektorem:

$$k(\omega) = k'(\omega) + ik''(\omega) \doteq \frac{\omega}{c} \left[1 + \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right] + i \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \chi''(\omega)$$

- ▶ Amplitudová podmínka generace \Leftrightarrow zisk = ztráty:

$$k''(\omega) = \frac{1}{2L_{rez}} \ln \frac{1}{r_1 r_2} \quad \text{respektive:} \quad \chi''(\omega) = \frac{c}{\omega L_{rez}} \ln \frac{1}{r_1 r_2}$$

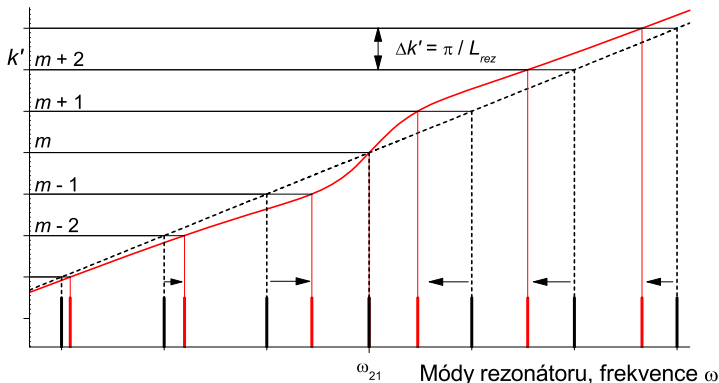
- ▶ Fázová podmínka \Leftrightarrow na jeden oběh rezonátoru připadá celočíselný počet vln:

$$2L_{rez} k'(\omega) = m 2\pi, \quad m = 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow \omega_m = \frac{mc\pi}{L_{rez}} \left[1 + \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right]^{-1}$$

Přítahování frekvencí

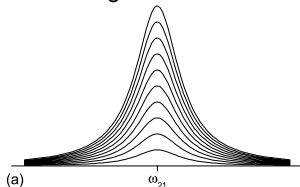
- ▶ Mezimódová vzdálenost se po vložení (vybuzení) aktivního prostředí ($N_0 > 0$) do rezonátoru zmenší

$$\omega_m = \frac{mc\pi}{L_{rez}} \left[1 + \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right]^{-1} \doteq \frac{mc\pi}{L_{rez}} \left[1 - \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right]$$



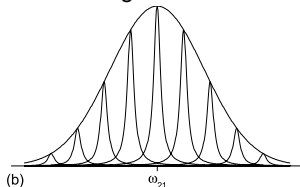
- ▶ Módy jsou „přitahovány“ k maximu zisku aktivního prostředí ω_{21}

Homogenní rozšíření



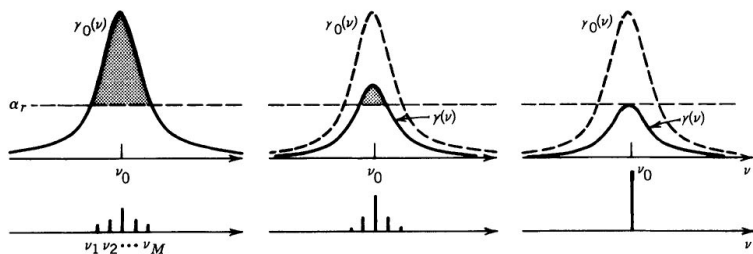
Jednotlivé kvantové soustavy mají **stejnou** rezonanční frekvenci ω_{21} . Výsledný spektrální profil se shoduje se spektrem jedné KS.

Nehomogenní rozšíření



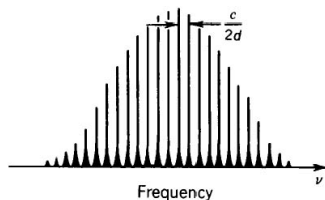
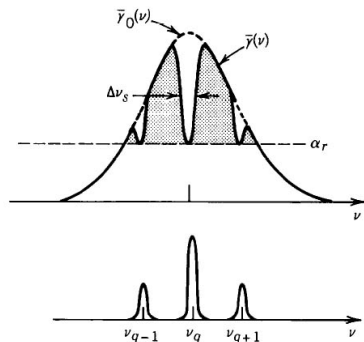
Jednotlivé kvantové soustavy mají **různé** rezonanční frekvence. Výsledný spektrální profil je superpozicí příspěvků od všech KS.

Oscilace v prostředí s ideálním homogenním rozšířením



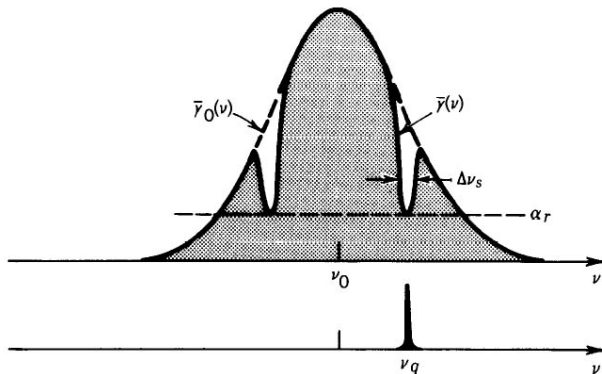
1. Bezprostředně po zahájení činnosti laseru začínají růst všechny módy s frekvencemi $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_N$, pro něž koeficient zesílení převyšuje koeficient ztrát. Přitom nejrychleji rostou centrální módy
2. Během krátké doby dojde k saturaci zesílení, takže centrální módy nadále rostou, zatímco okrajové, pro něž jsou ztráty větší než zisk, jsou tlumené a případně zanikají
3. Nedochozí-li k vypalování prostorových děr, zůstane pouze jediný mód

Nehomogenní rozšíření spektrální čáry



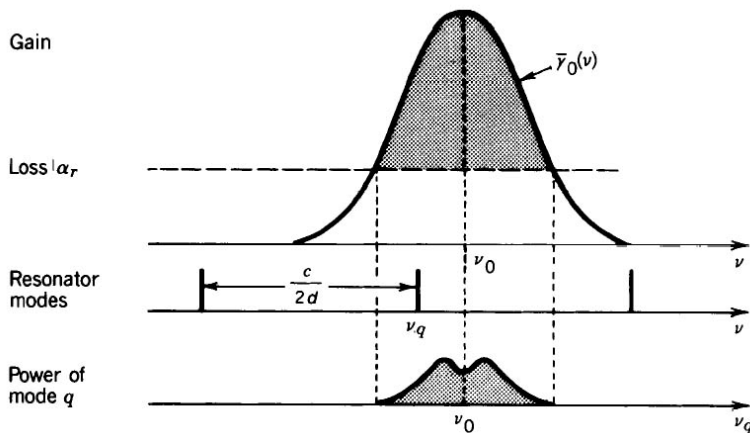
1. Laserové oscilace nastávají v prostředí s nehomogenním rozšířením přechodu v každém módu, který nezávisle vypaluje zářez v celkovém spektrálním profilu zesílení
2. Zesílení jednoho módu prostředím neovlivňuje zesílení ostatních módů
3. Centrální módy využívají příspěvků většího počtu atomů a proto obsahují více fotonů než módy okrajové

Vypálení zářezů v prostředí s Dopplerovým rozšířením



Vlnění frekvence ν_q saturuje obsazení atomů s rychlostmi $v = \pm c(\nu_q/\nu_0 - 1)$ na obou stranách od centrální frekvence a vede k vypálení dvou zářezů v profilu zesílení.

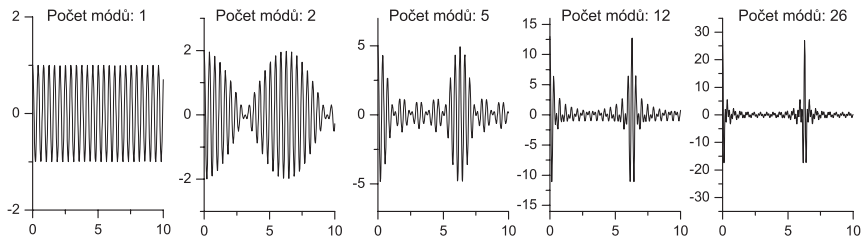
Lambův zářez



Výkon jednomódového laseru o frekvenci ν_q s dopplerovskými rozšířeným prostředím, jehož koeficient zesílení je rozložený okolo centrální frekvence ν_0 . Při frekvenci $\nu_0 = \nu_q$ vykazuje místo maximálního výkonu Lambův zářez.

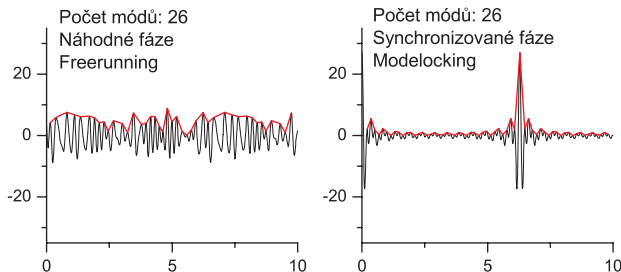
Synchronizace módů – Modelocking

- ▶ Generace krátkých optických impulsů – Q-spínání – limitem délky impulsu je doba života fotonu v rezonátoru, což pro $R = 90\%$ a $L_{rez} = 1$ mm („mikročipový“ laser) dává teoreticky nejkratší impulsy cca 60 ps – **chceme kratší impulsy!**
- ▶ Generace ultrakrátkých impulsů – modelocking
- ▶ Princip spočívá v superpozici – konstruktivní interferenci – fázově synchronizovaných podélných módů rezonátoru vzájemně frekvenčně ekvidistantně posunutých o $c/2L_{rez} \Rightarrow$ „rázy, zázněje“.



Synchronizace módů – Modelocking

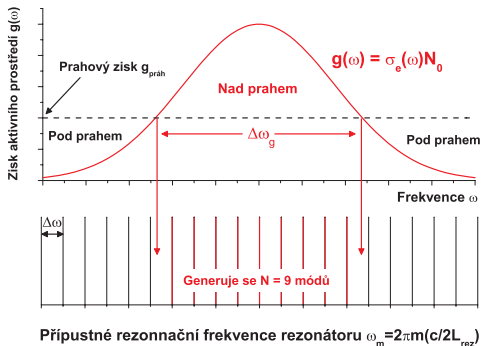
- ▶ Vzájemné sfázování jednotlivých módů je podstatné
- ▶ Při náhodném fázovém posuvu mezi módy je důsledkem superpozice chaotická obálka jejíž maximální výkon odpovídá v nejlepším případě prostému součtu středních výkonů jednotlivých módů – freerunning



- ▶ V závislosti na šířce pásma zesílení aktivního prostředí může počet podélných módů v rezonátoru dosahovat až mnoha desítek tisíc!
- ▶ *Jak je synchronizovat?*
- ▶ *Jaká bude délka impulsu?*

Synchronizace módů – Modelocking

- ▶ Uvažuje rezonátor délky L_{rez} se zrcadly s reflexivitou R_1, R_2 , ve kterém je vloženo aktivní prostředí se maximem zisku na frekvenci ω_0 a účinným průřezem pro stimulovanou emisi $\sigma_e(\omega)$
- ▶ Jaké módy se budou generovat?



$$g_{práh} = \frac{1}{2L_{rez}} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

Přípustné rezonanční frekvence pro:

$$g(\omega) \geq g_{práh} \Rightarrow \Delta\omega_g$$

Vzdálenost rezonančních frekvencí:

$$\Delta\omega = 2\pi \frac{c}{2L_{rez}} = \frac{2\pi}{\tau_r}$$

Počet módů:

$$N = \frac{\text{šířka zisku nad prahem}}{\text{vzdálenost módů}} = \frac{\Delta\omega_g}{\Delta\omega}$$

- ▶ Pole n -tého módu:

$$E_n(z, t) = E_{n_0} \exp i[\omega_n t - k(\omega_n)z + \phi]$$

- ▶ Předpokládáme:

1. Všechny módy mají stejnou amplitudu E_{n_0}
2. Zanedbáváme přitahování frekvencí $k(\omega_n) \approx k$
3. Nad prahem jsou módy ω_n , kde $n \in (n_0 - N/2, n_0 + N/2)$
4. Frekvence přechodu v centru $\omega_0 = \omega_{n_0}$

- ▶ Frekvence módů:

$$\omega_{n_0} = \omega_0$$

$$\omega_{n_0+1} = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega_{n_0-1} = \omega_0 - \Delta\omega$$

...

- ▶ Celkové pole:

$$E(z, t) = \sum_n E_n(z, t)$$

- ▶ Celkové pole:

$$E(z, t) = \sum_n E_n(z, t) = e^{i\omega_0 t} \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} A_k(z) e^{iq\Delta\omega t}$$

- ▶ Pár vzorečků:

$$\sum_{k=1}^n ag^{k-1} = \frac{a(g^n - 1)}{g - 1}$$

$$\sum_{q=-s}^s e^{iq\Delta\omega t} = \sum_{q=1}^s e^{i(q-1)\Delta\omega t} + \sum_{q=1}^s e^{-i(q-1)\Delta\omega t} + 1$$

- ▶ Trocha matematických úprav (DC 6.1), a dostaneme:

$$E(z, t) \approx e^{i\omega_0 t} \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\omega t}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)}$$

- ▶ Výstupní intenzita:

$$I \sim |E|^2 \approx \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\omega t}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)}$$

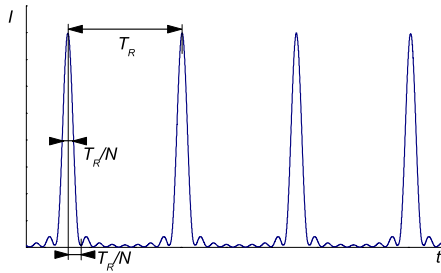
- ▶ Výkon je vyzařován z rezonátoru s periodou:

$$T_R = \frac{2L_{rez}}{c}$$

- ▶ Špičkový výkon je N -krát větší než střední výkon.
- ▶ Doba trvání jednoho impulsu:

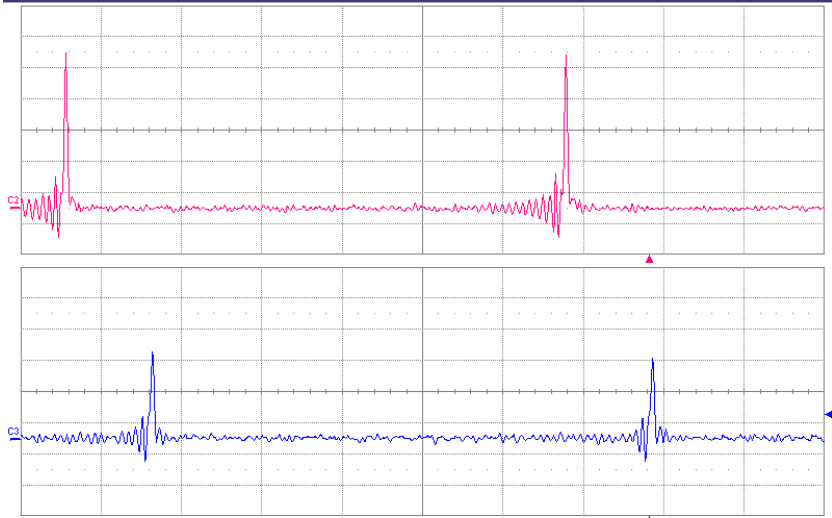
$$T = \frac{T_R}{N}$$

- ▶ Prostorová délka jednoho impulsu je N -krát menší, než dvojnásobek délky rezonátoru.



Modelocking

File Vertical Timebase Trigger Display Cursors Measure Math Analysis Utilities Help



C2	DC50	C3	DS50
50.0 mV/div		200 mV/div	
-126.0 mV		-305.0 mV	

Timebase	5.64 ns	Trigger	C0
	2.00 ns/div	Stop	154 mV
800 S	40 GS/s	Edge	Positive

LeCroy

1.1.2002 4:01:41

- ▶ Šířka impulsů omezena jen šířkou pásma zesílení aktivního prostředí a disperzními vlastnostmi rezonátoru.
- ▶ Šířka pásma zesílení:

$$\chi''(\omega) = \frac{\frac{|d_{21}|^2 N_0}{\hbar \epsilon_0} \frac{1}{T_2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2}$$

- ▶ Maximální počet módů pro daný rezonátor:

$$N_{max} = \frac{\frac{1}{T_2}}{\frac{1}{T_R}} = \frac{T_R}{T_2} \Rightarrow$$

$$T_{min} = T_2$$

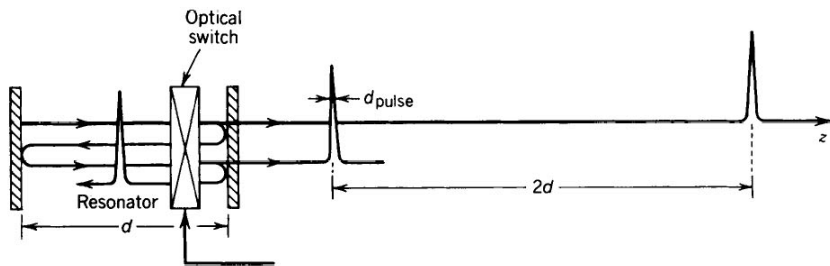
- ▶ *Pásmově limitovaným impulzem* nazýváme impuls, v němž počet módů odpovídá pološířce čáry zesílení

TABLE 14.3-2 Typical Observed Pulse Widths for a Number of Homogeneously (H) and Inhomogeneously (I) Broadened, Mode-Locked Lasers

Laser Medium		Transition Linewidth ^a $\Delta\nu$	Calculated Pulse Width $\tau_{\text{pulse}} = 1/\Delta\nu$	Observed Pulse Width
Ti ³⁺ :Al ₂ O ₃	H	100 THz	10 fs	30 fs
Rhodamine-6G dye	H/I	5 THz	200 fs	500 fs
Nd ³⁺ :glass	I	3 THz	333 fs	500 fs
Er ³⁺ :silica fiber	H/I	4 THz	250 fs	7 ps
Ruby	H	60 GHz	16 ps	10 ps
Nd ³⁺ :YAG	H	120 GHz	8 ps	50 ps
Ar ⁺	I	3.5 GHz	286 ps	150 ps
He-Ne	I	1.5 GHz	667 ps	600 ps
CO ₂	I	60 MHz	16 ns	20 ns

Metody synchronizace impulsů

- ▶ Aktivní (akustooptická a elektrooptická závěrka)



- ▶ Pasivní (saturovatelný absorbér, nelineární zrcadlo, kerr-lens)
- ▶ Synchronizace střetem impulsů
- ▶ Kompenzace disperzního rozšíření impulsu

Synchronizace módů s využitím Kerrovské čočky

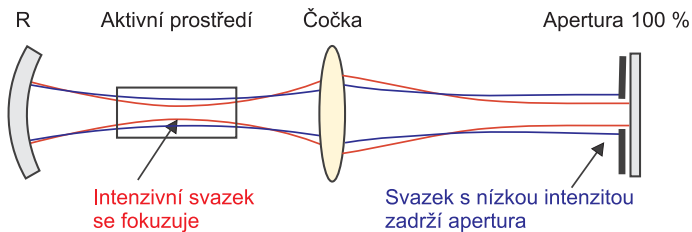
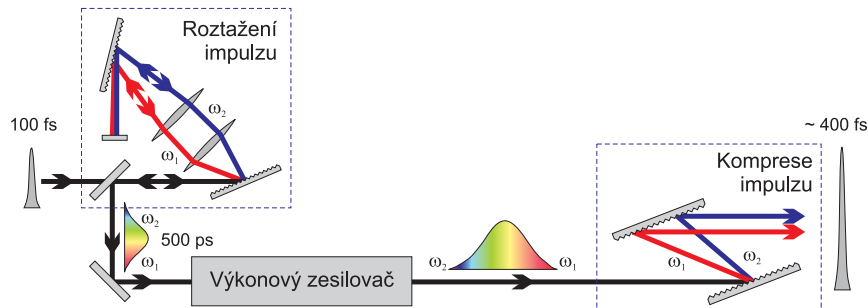


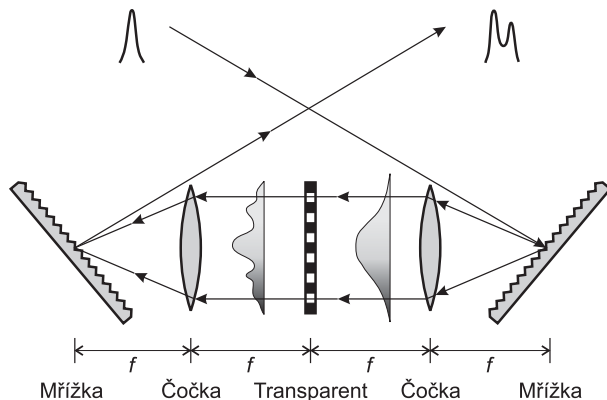
Schéma laseru využívajícího pro synchronizaci impulzů Kerrův jev v aktivním prostředí laseru

- ▶ Uspořádání zesilovače ultrakrátkých impulzů








- ▶ Aby nedošlo k poškození zesilovače, je zesilovaný impulz nejprve prodloužen – čerpován – a po zesílení opět komprimován ($\omega_1 < \omega_2$).
- ▶ Pro expanzi i kompresi impulzu je možné použít systému difrakčních mřížek.

- ▶ Experimentální uspořádání aparatury pro tvarování impulsů



- ▶ Vstupující impuls je na mřížce spektrálně rozložen v prostoru.
- ▶ Po kolimaci je struktura spektra modifikována průchodem elektronicky řízeným transparentem (LCD)
- ▶ Impuls je složen do nového tvaru.

- ▶ Spektrum laserového záření – rezonátor & aktivní prostředí
 - ▶ Přitahování módů, disperze
 - ▶ Homogenní \times nehomogenní rozšíření
 - ▶ Vypalování spektrálních a prostorových zářezů
- ▶ Režim synchronizace módů – modelocking
 - ▶ Pásmově limitovaný impulz
- ▶ Příště: **KVANTOVÁ TEORIE LASERU**

-  SALEH, B. E. A. TEICH, M. C.: *Základy fotoniky - 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995.
-  VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
-  VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
-  VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ulat/>
-  Přednášky: <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/>