Fyzika laserových generátorů Saturovatelné absorbéry

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky České vysoké učení technické v Praze jan.sulc@fjfi.cvut.cz

29. dubna 2021

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ

Fyzika laserových generátorů Saturovatelné absorbéry

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky České vysoké učení technické v Praze jan.sulc@fjfi.cvut.cz

29. dubna 2021

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ

Saturovatelný absorbér

 Pasivní optický prvek, jehož transmise roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření

Saturovatelný absorbér

- Pasivní optický prvek, jehož transmise roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření
- Lze popsat jako dvouhladinové rezonanční prostředí a pro popis jeho chování použít rychlostní rovnice

< □ > < 同 > < Ξ > < Ξ > < Ξ > < Ξ < </p>

- Pasivní optický prvek, jehož transmise roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření
- Lze popsat jako dvouhladinové rezonanční prostředí a pro popis jeho chování použít rychlostní rovnice
- Obecně absorpce saturuje vždy. Velikost efektu ale závisí na velikosti účinného průřezu pro absorpci a době života excitovaných stavů.

- Pasivní optický prvek, jehož transmise roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření
- Lze popsat jako dvouhladinové rezonanční prostředí a pro popis jeho chování použít rychlostní rovnice
- Obecně absorpce saturuje vždy. Velikost efektu ale závisí na velikosti účinného průřezu pro absorpci a době života excitovaných stavů.

Saturace absorpce vs saturace absorpce excitovaných stavů

- Pasivní optický prvek, jehož transmise roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření
- Lze popsat jako dvouhladinové rezonanční prostředí a pro popis jeho chování použít rychlostní rovnice
- Obecně absorpce saturuje vždy. Velikost efektu ale závisí na velikosti účinného průřezu pro absorpci a době života excitovaných stavů.

- Saturace absorpce vs saturace absorpce excitovaných stavů
- "Tenký" vs "tlustý" absorbér

- Pasivní optický prvek, jehož transmise roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření
- Lze popsat jako dvouhladinové rezonanční prostředí a pro popis jeho chování použít rychlostní rovnice
- Obecně absorpce saturuje vždy. Velikost efektu ale závisí na velikosti účinného průřezu pro absorpci a době života excitovaných stavů.
- Saturace absorpce vs saturace absorpce excitovaných stavů
- "Tenký" vs "tlustý" absorbér
- Využití: pasivní závěrka Q-spínaných a modelockovaných laserů, prvek pro zvýšení kontrastu optických impulzů a pro potlačení vlivu ASE v zesilovačích



Tenký absorbér – absorbující kvantové soustavy si "nestíní":

$$T = \frac{l_1}{l_0} = \frac{S - S^a}{S} = \frac{S - n_1^a \sigma_{12}^a l_a S}{S} = 1 - n_1^a \sigma_{12}^a l_a$$

ヘロト 人間 とくほ とくほとう

3



Tenký absorbér – absorbující kvantové soustavy si "nestíní":

$$T = \frac{l_1}{l_0} = \frac{S - S^a}{S} = \frac{S - n_1^a \sigma_{12}^a l_a S}{S} = 1 - n_1^a \sigma_{12}^a l_a$$

Vývoj populace hladin udává rychlostní rovnice. Např.:

$$\frac{dn_1^a}{dt} = \frac{(n_{tot}^a - n_1^a)}{\tau^a} - \frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} ln_1^a$$
(1)

ヘロト 人間 とくほとくほとう

э.



Tenký absorbér – absorbující kvantové soustavy si "nestíní":

$$T = \frac{l_1}{l_0} = \frac{S - S^a}{S} = \frac{S - n_1^a \sigma_{12}^a l_a S}{S} = 1 - n_1^a \sigma_{12}^a l_a$$

Vývoj populace hladin udává rychlostní rovnice. Např.:

$$\frac{dn_{1}^{a}}{dt} = \frac{(n_{tot}^{a} - n_{1}^{a})}{\tau^{a}} - \frac{\sigma_{12}^{a}(\nu)}{h\nu} ln_{1}^{a}$$
(1)

Obecně i pro šíření záření SA je potřeba příslušná rovnice:

$$\frac{dI}{dz} = -n_1^a \sigma_{12}^a I$$



Tenký absorbér – absorbující kvantové soustavy si "nestíní":

$$T = \frac{l_1}{l_0} = \frac{S - S^a}{S} = \frac{S - n_1^a \sigma_{12}^a l_a S}{S} = 1 - n_1^a \sigma_{12}^a l_a$$

Vývoj populace hladin udává rychlostní rovnice. Např.:

$$\frac{dn_1^a}{dt} = \frac{(n_{tot}^a - n_1^a)}{\tau^a} - \frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} ln_1^a$$
(1)

Obecně i pro šíření záření SA je potřeba příslušná rovnice:

$$\frac{dI}{dz} = -n_1^a \sigma_{12}^a I$$

Pro malou změnu n^a podél absorbéru:

$$I_1 = I_0 \exp\left(-n_1^a \sigma_{12}^a I_a\right) \quad \Rightarrow \quad T = \exp\left(-n_1^a \sigma_{12}^a I_a\right)$$

Dlouhý impulz – stacionární stav

 Pokud je impulz záření procházejícího SA dlouhý v porovnání s dobou relaxace SA, můžeme vyřešit rychlostní rovnici (1):

$$y = \frac{n_{1}^{a}}{n_{tot}^{a}} = \frac{1}{1 + \frac{l}{l_{s}}}$$
 kde $l_{s} = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^{a}(\nu)\tau^{a}}$. (2)

◆□▶ ◆□▶ ◆ □▶ ◆ □▶ ─ □ ─ の < @

Dlouhý impulz – stacionární stav

 Pokud je impulz záření procházejícího SA dlouhý v porovnání s dobou relaxace SA, můžeme vyřešit rychlostní rovnici (1):

$$y = \frac{n_1^a}{n_{tot}^a} = \frac{1}{1 + \frac{l}{l_s}}$$
 kde $l_s = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^a(\nu)\tau^a}$. (2)

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^y$$

Dlouhý impulz - stacionární stav

 Pokud je impulz záření procházejícího SA dlouhý v porovnání s dobou relaxace SA, můžeme vyřešit rychlostní rovnici (1):

$$y = \frac{n_1^a}{n_{tot}^a} = \frac{1}{1 + \frac{l}{l_s}}$$
 kde $l_s = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^a(\nu)\tau^a}$. (2)

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ● ● ● ●

Pro "tenký" absorbér:

$$T=T_0^y$$

Pro "tlustý" absorbér (Lambertův zákon):

$$T = \frac{I_{\rm S}}{I} \, \text{LambertW} \left(\frac{I}{I_{\rm S}} \, T_0 \exp \left[\frac{I}{I_{\rm S}} \right] \right)$$

Dlouhý impulz - stacionární stav

 Pokud je impulz záření procházejícího SA dlouhý v porovnání s dobou relaxace SA, můžeme vyřešit rychlostní rovnici (1):

$$y = \frac{n_1^a}{n_{tot}^a} = \frac{1}{1 + \frac{l}{l_s}}$$
 kde $l_s = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^a(\nu)\tau^a}$. (2)

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ● ● ● ●

Pro "tenký" absorbér:

$$T=T_0^y$$

Pro "tlustý" absorbér (Lambertův zákon):

$$T = \frac{I_{\rm S}}{I} \, \text{LambertW} \left(\frac{I}{I_{\rm S}} \, T_0 \exp \left[\frac{I}{I_{\rm S}} \right] \right)$$

Dlouhý impulz - stacionární stav

 Pokud je impulz záření procházejícího SA dlouhý v porovnání s dobou relaxace SA, můžeme vyřešit rychlostní rovnici (1):

$$y = \frac{n_1^a}{n_{tot}^a} = \frac{1}{1 + \frac{l}{l_s}}$$
 kde $l_s = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^a(\nu)\tau^a}$. (2)

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{J}$$

Pro "tlustý" absorbér (Lambertův zákon):

$$T = \frac{I_{\rm S}}{I} \, \text{LambertW} \left(\frac{I}{I_{\rm S}} T_0 \exp\left[\frac{I}{I_{\rm S}}\right] \right)$$



Vliv délky impulzu



 Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$rac{dy}{dt} = -rac{\sigma_{12}^a(
u)}{h
u}$$
ly

 Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$rac{dy}{dt} = -rac{\sigma^{\mathsf{a}}_{12}(
u)}{h
u}$$
ly

▶ Řešení pro počáteční hodnoty $y|_0 = 1$ a časově proměnnou intenzitu I = I(t):

$$y(t) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} \int_{0}^{t} l(t') dt'}$$
(3)

 Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$rac{dy}{dt} = -rac{\sigma^{\mathsf{a}}_{12}(
u)}{h
u}$$
ly

▶ Řešení pro počáteční hodnoty $y|_0 = 1$ a časově proměnnou intenzitu I = I(t):

$$y(t) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} \int_{0}^{t} l(t') dt'}$$
(3)

▲□▶ ▲□▶ ▲三▶ ▲三▶ - 三 - のへで

Pro obdélníkový impulz a amplitudou / a s normovanou délkou τ_p dostáváme:

$$y(0 < t < \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{\theta(\nu)}}{h\nu} lt}, \quad y(t > \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{\theta(\nu)}}{h\nu} l\tau_{p}}$$
(4)

 Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$rac{dy}{dt} = -rac{\sigma^{\mathsf{a}}_{\mathsf{12}}(
u)}{h
u}$$
ly

Řešení pro počáteční hodnoty y|0 = 1 a časově proměnnou intenzitu I = I(t):

$$y(t) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} \int_{0}^{t} l(t') dt'}$$
(3)

Pro obdélníkový impulz a amplitudou *l* a s normovanou délkou τ_ρ dostáváme:

$$y(0 < t < \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} lt}, \quad y(t > \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} l\tau_{p}}$$
(4)

Transmise absorbéru po dobu průchodu impulzu:

$$T(t) = T_0^{\exp\left[-\frac{\sigma_{12}^2(\nu)}{h\nu}lt\right]}$$
(5)

 Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$rac{dy}{dt} = -rac{\sigma_{12}^{a}(
u)}{h
u}$$
ly

Řešení pro počáteční hodnoty y|0 = 1 a časově proměnnou intenzitu I = I(t):

$$y(t) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} \int_{0}^{t} l(t') dt'}$$
(3)

Pro obdélníkový impulz a amplitudou *l* a s normovanou délkou τ_ρ dostáváme:

$$y(0 < t < \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} lt}, \quad y(t > \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} l\tau_{p}}$$
(4)

Transmise absorbéru po dobu průchodu impulzu:

$$T(t) = T_0^{\exp\left[-\frac{\sigma_{12}^{\theta(\nu)}}{h\nu}lt\right]}$$
(5)

(日) (日) (日) (日) (日) (日) (日)

Energetická transmise bude:

$$T = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{\int_{0}^{t_{p}} IT(t) dt}{\int_{0}^{t_{p}} I dt} = \frac{1}{t_{p}} \int_{0}^{t_{p}} T(t) dt$$
(6)

 Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$rac{dy}{dt} = -rac{\sigma^{\mathsf{a}}_{12}(
u)}{h
u}$$
ly

Řešení pro počáteční hodnoty y|0 = 1 a časově proměnnou intenzitu I = I(t):

$$y(t) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu} \int_{0}^{t} l(t') dt'}$$
(3)

Pro obdélníkový impulz a amplitudou / a s normovanou délkou \u03c6p dostáváme:

$$y(0 < t < \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu}/t}, \quad y(t > \tau_{p}) = e^{-\frac{\sigma_{12}^{2}(\nu)}{h\nu}/\tau_{p}}$$
(4)

Transmise absorbéru po dobu průchodu impulzu:

$$T(t) = T_0^{\exp\left[-\frac{\sigma_{12}^{\theta(\nu)}}{h\nu}lt\right]}$$
(5)

Energetická transmise bude:

$$T = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{\int_{0}^{t_{p}} IT(t) \, dt}{\int_{0}^{t_{p}} I \, dt} = \frac{1}{t_{p}} \int_{0}^{t_{p}} T(t) \, dt \tag{6}$$

• Po integraci ($E_{in} = I\tau_p$, $E_s = h\nu/\sigma_{12}^a(\nu)$):

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\operatorname{Ei} \left(1, \exp \left(-\frac{E_{in}}{E_s} \right) \ln \left(T_0^{-1} \right) \right) - \operatorname{Ei} \left(1, \ln \left(T_0^{-1} \right) \right) \right)$$
(7)

Máme:

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\operatorname{Ei}\left(1, \exp\left(-\frac{E_{in}}{E_s}\right) \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) - \operatorname{Ei}\left(1, \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) \right)$$
(8)

◆□▶ ◆□▶ ◆臣▶ ◆臣▶ 臣 のへぐ

Máme:

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\operatorname{Ei}\left(1, \exp\left(-\frac{E_{in}}{E_s}\right) \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) - \operatorname{Ei}\left(1, \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) \right)$$
(8)

▶ Integrální exponencielu Ei(1, x) lze pro x < 0.5 dobře aproximovat funkcí:

$$\operatorname{Ei}(1, x) \approx x - \ln(x) - \gamma \tag{9}$$

kde $\gamma = 0,557215...$ je Eulerova konstanta



Máme:

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\operatorname{Ei}\left(1, \exp\left(-\frac{E_{in}}{E_s}\right) \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) - \operatorname{Ei}\left(1, \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) \right)$$
(8)

▶ Integrální exponencielu Ei(1, x) lze pro x < 0.5 dobře aproximovat funkcí:

$$\operatorname{Ei}(1, x) \approx x - \ln(x) - \gamma \tag{9}$$

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ

kde $\gamma = 0,557215...$ je Eulerova konstanta

Dostaneme:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right] \right) \ln\left(\frac{1}{T_0}\right)$$
 (10)

Máme:

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\operatorname{Ei}\left(1, \exp\left(-\frac{E_{in}}{E_s}\right) \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) - \operatorname{Ei}\left(1, \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) \right)$$
(8)

▶ Integrální exponencielu Ei(1, x) lze pro x < 0,5 dobře aproximovat funkcí:

$$\operatorname{Ei}(1, x) \approx x - \ln(x) - \gamma \tag{9}$$

kde $\gamma = 0,557215...$ je Eulerova konstanta

Dostaneme:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) \ln\left(\frac{1}{T_0} \right)$$
 (10)

Ještě lepší přiblížení dává funkce:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) (1 - T_0)$$
(11)

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ

Máme:

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\operatorname{Ei}\left(1, \exp\left(-\frac{E_{in}}{E_s}\right) \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) - \operatorname{Ei}\left(1, \ln\left(T_0^{-1}\right)\right) \right)$$
(8)

▶ Integrální exponencielu Ei(1, x) lze pro x < 0.5 dobře aproximovat funkcí:

$$\operatorname{Ei}(1, x) \approx x - \ln(x) - \gamma \tag{9}$$

kde $\gamma = 0,557215...$ je Eulerova konstanta

Dostaneme:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) \ln\left(\frac{1}{T_0} \right)$$
 (10)

Ještě lepší přiblížení dává funkce:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right] \right) (1 - T_0)$$
 (11)

< □ > < 同 > < Ξ > < Ξ > < Ξ > < Ξ < </p>

 Oproti stacionárnímu řešení není rozhodující saturační intenzita záření, ale saturační hustota energie

$$E_{\rm s}=\frac{h\nu}{\sigma_{\rm 12}^{\rm a}(\nu)}$$

Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz:

$$T(\Delta z) \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right) \underbrace{(1 - T_0(\Delta z))}_{\sim \alpha_0 \Delta z}$$

◆□▶ ◆□▶ ◆ □▶ ◆ □▶ ─ □ ─ の < @

Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz:

$$T(\Delta z) \approx 1 - rac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-rac{E_{in}}{E_s}
ight]
ight) \underbrace{\left(1 - T_0(\Delta z)
ight)}_{\sim lpha_0 \Delta z}$$

Úbytek energie na této vrstvě:

$$-\Delta E = E_{in} - E_{in}T(\Delta z) = E_{in}(1 - T(\Delta z)) = E_s\left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right)\alpha_0\Delta z$$

◆□▶ ◆□▶ ◆ □▶ ◆ □▶ ─ □ ─ の < @

Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz:

$$T(\Delta z) \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right) \underbrace{(1 - T_0(\Delta z))}_{\sim \alpha_0 \Delta z}$$

Úbytek energie na této vrstvě:

$$-\Delta E = E_{in} - E_{in}T(\Delta z) = E_{in}(1 - T(\Delta z)) = E_s\left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right)\alpha_0\Delta z$$

• Pro normovanou hustotu energie $w = E/E_s$

$$-\Delta w = (1 - \exp[-w]) \alpha_0 \Delta z \quad \Rightarrow \quad -\frac{dw}{dz} = (1 - \exp[-w]) \alpha_0$$

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ

Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz:

$$T(\Delta z) \approx 1 - rac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-rac{E_{in}}{E_s}
ight]
ight) \underbrace{\left(1 - T_0(\Delta z)
ight)}_{\sim lpha_0 \Delta z}$$

Úbytek energie na této vrstvě:

$$-\Delta E = E_{in} - E_{in}T(\Delta z) = E_{in}(1 - T(\Delta z)) = E_s\left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right)\alpha_0\Delta z$$

• Pro normovanou hustotu energie $w = E/E_s$

$$-\Delta w = (1 - \exp[-w]) \alpha_0 \Delta z \quad \Rightarrow \quad -\frac{dw}{dz} = (1 - \exp[-w]) \alpha_0$$

Separace proměnných a integrace (okrajové podmínky $w(0) = w_i, w(l) = w_f$):

$$\int_{w_i}^{w_i} \frac{dw}{1 - \exp\left[-w\right]} = -\int_0^l \alpha_0 dz$$

(日) (日) (日) (日) (日) (日) (日)

Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz:

$$T(\Delta z) \approx 1 - rac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-rac{E_{in}}{E_s}
ight]
ight) \underbrace{\left(1 - T_0(\Delta z)
ight)}_{\sim lpha_0 \Delta z}$$

Úbytek energie na této vrstvě:

$$-\Delta E = E_{in} - E_{in}T(\Delta z) = E_{in}(1 - T(\Delta z)) = E_s\left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right)\alpha_0\Delta z$$

• Pro normovanou hustotu energie $w = E/E_s$

$$-\Delta w = (1 - \exp[-w]) \alpha_0 \Delta z \quad \Rightarrow \quad -\frac{dw}{dz} = (1 - \exp[-w]) \alpha_0$$

Separace proměnných a integrace (okrajové podmínky $w(0) = w_i, w(l) = w_f$):

$$\int_{w_i}^{w_i} \frac{dw}{1 - \exp\left[-w\right]} = -\int_0^t \alpha_0 dz$$

Po integraci:

$$w_{f} = \ln \left(\exp(2w_{i} - \alpha_{0}I) - \exp(w_{i} - \alpha_{0}I) + \exp(w_{i}) \right) - w_{i}$$

▲□▶▲圖▶▲≣▶▲≣▶ ≣ のへで

Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz:

$$T(\Delta z) \approx 1 - rac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp\left[-rac{E_{in}}{E_s}
ight]
ight) \underbrace{\left(1 - T_0(\Delta z)
ight)}_{\sim lpha_0 \Delta z}$$

Úbytek energie na této vrstvě:

$$-\Delta E = E_{in} - E_{in}T(\Delta z) = E_{in}(1 - T(\Delta z)) = E_s\left(1 - \exp\left[-\frac{E_{in}}{E_s}\right]\right)\alpha_0\Delta z$$

• Pro normovanou hustotu energie $w = E/E_s$

$$-\Delta w = (1 - \exp[-w]) \alpha_0 \Delta z \quad \Rightarrow \quad -\frac{dw}{dz} = (1 - \exp[-w]) \alpha_0$$

Separace proměnných a integrace (okrajové podmínky $w(0) = w_i, w(l) = w_f$):

$$\int_{w_i}^{w_i} \frac{dw}{1 - \exp\left[-w\right]} = -\int_0^t \alpha_0 dz$$

Po integraci:

$$w_{f} = \ln \left(\exp(2w_{i} - \alpha_{0}I) - \exp(w_{i} - \alpha_{0}I) + \exp(w_{i}) \right) - w_{i}$$

Vzhledem k tomu, že $T_0 = \exp(-\alpha_0 I)$:

$$T = \frac{W_f}{W_i} = \frac{E_s}{E_{in}} \ln \left(T_0 \left[\exp \left(\frac{E_{in}}{E_s} \right) - 1 \right] + 1 \right) \quad \text{FRANTZ-NODVIKOVA ROVNICE}$$

Krátký impulz, tenký vs tlustý absorbér




 Přítomnost vyšších hladin v energetické struktuře SA může vést k absorpci excitovaných stavů

▲□▶ ▲□▶ ▲ 三▶ ▲ 三▶ - 三 - のへぐ



- Přítomnost vyšších hladin v energetické struktuře SA může vést k absorpci excitovaných stavů
- Absorpce excitovaných stavů způsobí, že propustnost SA nesaturuje na 100 %.

・ロット (雪) ・ (日) ・ (日)

3



- Přítomnost vyšších hladin v energetické struktuře SA může vést k absorpci excitovaných stavů
- Absorpce excitovaných stavů způsobí, že propustnost SA nesaturuje na 100 %.
- Absorpce základních stavů GSA:

$$T_0 = \exp\left(-\sigma_a n_{tot} I\right)$$

・ロ ・ ・ 一 ・ ・ 日 ・ ・ 日 ・

3



- Přítomnost vyšších hladin v energetické struktuře SA může vést k absorpci excitovaných stavů
- Absorpce excitovaných stavů způsobí, že propustnost SA nesaturuje na 100 %.
- Absorpce základních stavů GSA:

$$T_0 = \exp\left(-\sigma_a n_{tot} I\right)$$

Absorpce excitovaných stavů ESA:

$$T_e = \exp\left(-\sigma_{ae}n_{tot}I\right) < 1$$

・ コット (雪) (小田) (コット 日)



- Přítomnost vyšších hladin v energetické struktuře SA může vést k absorpci excitovaných stavů
- Absorpce excitovaných stavů způsobí, že propustnost SA nesaturuje na 100%.
- Absorpce základních stavů GSA:

$$T_0 = \exp\left(-\sigma_a n_{tot} I\right)$$

Absorpce excitovaných stavů ESA:

$$T_e = \exp\left(-\sigma_{ae}n_{tot}I\right) < 1$$

SA FOM:

$$FOM = \frac{\sigma_a}{\sigma_{ae}}, \quad T_e = T_0^{1/FOM}$$

< □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □



• Rychlostní rovnice ($N_{tot} = N_0 + N_1 + N_2 + N_3$):

$$\frac{dN_0}{dt} = \frac{N_1}{\tau_1} - \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I$$
(12)

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} + \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{N_1}{\tau_1} - \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I$$
(13)

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{N_2}{\tau_2} + \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \tag{14}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = -\frac{N_3}{\tau_3} + \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I$$
(15)



Předpokládáme, že \u03c6_{2,3} \u2296 0:

$$N_0 = \frac{N_{\text{tot}}}{1 + I\sigma_a \tau_1/(\hbar\omega)}, \quad N_1 = I\sigma_a \tau_1 N_0/(\hbar\omega), \quad N_{2,3} \sim 0$$
(16)

ヘロト 人間 とくほ とくほ とう

æ



Předpokládáme, že \u03c0_{2,3} \u2299 0:

$$N_0 = \frac{N_{\text{tot}}}{1 + I\sigma_a \tau_1/(\hbar\omega)}, \quad N_1 = I\sigma_a \tau_1 N_0/(\hbar\omega), \quad N_{2,3} \sim 0$$
(16)

► Saturační intenzita $I_s = (\hbar \omega) / \sigma_a \tau_1$, normování populace $y_{0,1} = N_{0,1} / N_{tot}$:

$$y_0 = \frac{1}{1 + I/I_S}, \quad y_1 = y_0 I/I_s = 1 - y_0.$$
 (17)

・ロ ・ ・ 一 ・ ・ 日 ・ ・ 日 ・

₹ 9Q@



Předpokládáme, že \u03c0_{2,3} \u2294 0:

$$N_0 = \frac{N_{\text{tot}}}{1 + I\sigma_a \tau_1 / (\hbar\omega)}, \quad N_1 = I\sigma_a \tau_1 N_0 / (\hbar\omega), \quad N_{2,3} \sim 0$$
(16)

► Saturační intenzita $I_s = (\hbar \omega) / \sigma_a \tau_1$, normování populace $y_{0,1} = N_{0,1} / N_{tot}$:

$$y_0 = \frac{1}{1 + I/I_S}, \quad y_1 = y_0 I/I_s = 1 - y_0.$$
 (17)

< □ > < 同 > < 三 > < 三 > < 三 > < ○ < ○ </p>

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$



Předpokládáme, že \u03c0_{2,3} \u2294 0:

$$N_0 = \frac{N_{\text{tot}}}{1 + I\sigma_a \tau_1 / (\hbar\omega)}, \quad N_1 = I\sigma_a \tau_1 N_0 / (\hbar\omega), \quad N_{2,3} \sim 0$$
(16)

Saturační intenzita $I_s = (\hbar \omega) / \sigma_a \tau_1$, normování populace $y_{0,1} = N_{0,1} / N_{tot}$:

$$y_0 = \frac{1}{1 + I/I_S}, \quad y_1 = y_0 I/I_s = 1 - y_0.$$
 (17)

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T = \frac{l_s}{l} \text{LambertW} \left(T_0 \frac{l}{l_s} \exp \left[T_e \frac{l}{l_s} \right] \right)$$

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T = \frac{I_{s}}{I} \text{LambertW} \left(T_{0} \frac{I}{I_{s}} \exp \left[T_{e} \frac{I}{I_{s}} \right] \right)$$

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T = \frac{I_{s}}{I} \text{LambertW} \left(T_{0} \frac{I}{I_{s}} \exp \left[T_{e} \frac{I}{I_{s}} \right] \right)$$

Pro "tenký" absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T = \frac{I_s}{I} \text{LambertW} \left(T_0 \frac{I}{I_s} \exp \left[T_e \frac{I}{I_s} \right] \right)$$





• Rychlostní rovnice ($\tau_1 \gg \text{impulz}, \tau_{2,3} \ll \text{impulz}$):

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \tag{18}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} + \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I$$
(19)

$$0 = -\frac{N_2}{\tau_2} + \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \tag{20}$$

$$0 = -\frac{N_3}{\tau_3} + \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I$$
(21)

ヘロト 人間 とくほとくほとう

€ 990



• Rychlostní rovnice ($\tau_1 \gg \text{impulz}, \tau_{2,3} \ll \text{impulz}$):

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{\sigma_a}{\hbar\omega}N_0I \tag{18}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} + \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I$$
(19)

$$0 = -\frac{N_2}{\tau_2} + \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \tag{20}$$

$$0 = -\frac{N_3}{\tau_3} + \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I$$
(21)

► Tj.:

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -\frac{\sigma_a}{\hbar\omega}N_0I,$$

◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆三 ▶ ◆□ ▶ ◆□ ●

Pro "tenký" absorbér:

$$T(I) \approx T_e - \frac{E_s}{E} \left(1 - \exp\left[-\frac{E}{E_s}\right]\right) (T_e - T_a).$$

Pro "tenký" absorbér:

$$T(I) \approx T_e - \frac{E_s}{E} \left(1 - \exp\left[-\frac{E}{E_s}\right]\right) (T_e - T_a).$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T(I) = T_e \frac{E_s}{E} \ln \left[\frac{T_0}{T_e} \left(\exp \left[\frac{E}{E_s} \right] - 1 \right) + 1 \right]$$

◆□▶ ◆□▶ ◆∃▶ ◆∃▶ = のへで

Pro "tenký" absorbér:

$$T(I) \approx T_e - \frac{E_s}{E} \left(1 - \exp\left[-\frac{E}{E_s}\right]\right) (T_e - T_a).$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T(I) = T_e \frac{E_s}{E} \ln \left[\frac{T_0}{T_e} \left(\exp \left[\frac{E}{E_s} \right] - 1 \right) + 1 \right]$$

◆□▶ ◆□▶ ◆∃▶ ◆∃▶ = のへで

Pro "tenký" absorbér:

$$T(I) \approx T_e - \frac{E_s}{E} \left(1 - \exp\left[-\frac{E}{E_s}\right]\right) (T_e - T_a).$$

Pro "tlustý" absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T(I) = T_e rac{E_s}{E} \ln \left[rac{T_0}{T_e} \left(\exp \left[rac{E}{E_s}
ight] - 1
ight) + 1
ight]$$





 Výskyt plató, minim a maxim z závislosti T na I je známka existence dalších hladin ve struktuře SA

▲□▶ ▲□▶ ▲三▶ ▲三▶ 三三 のへで

- Organická barviva
 - Spíše historické, rychlá relaxace, rubín, Nd:YAG
 - BDN bis 4-dimethyl-aminodithiobenzil-nickel
 - Rhodamin, barvivo 3955...
- Krystaly s barevnými centry
 - Opět spíše historické, obavy z degradace
 - LiF:F₂ (rubín, Nd:YAG)
- Krystaly dopované přechodovými prvky
 - Spolehlivé materiály pro Q-spínání
 - Cr:YAG (1,06 μm), V:YAG (1,32 μm), Co:MALO (1,54 μm)
- Polovodičové heteropřechody kvantové jámy



Různé nanostruktury





Vybrané krystalické SA



Měření SA



Nd:YAG/V:YAG microchip laser

- Laser emission at 1338 nm
- Linearly polarized TEM₀₀ mode
- Pulse energy 80 ± 0.3 µJ
- Pulse length 6.2 ± 0.2 ns
- Repetition rate 250 Hz





Computer-controlled z-scan

- Stepper-motor driven z-translation
- Highly stable probe beam
- Waist diameter 40.5 \pm 0.6 μ m
- Rayleigh length 3.4 ± 0.4 mm
- Energy density range 0.001 3 J/cm²





 Opticky izotropní materiály jako Cr:YAG, V:YAG, Co:MALO mají izotropní GSA, ale anizotropní ESA

(日)



- Opticky izotropní materiály jako Cr:YAG, V:YAG, Co:MALO mají izotropní GSA, ale anizotropní ESA
- Míra saturace je závislá na orientaci krystalu a na polarizaci záření

Vliv teploty na SA (V:YAG 1338 nm vs 1444 nm)



Kvantová jáma jako saturovatelný absorbér

- Přechody mezi hladinami kvantové jámy vytvořené v polovodiči
- Vzdálenost hladin (λ_{ABS}) lze ovlivnit šířkou kvantové jámy d

$$E_n=\frac{\hbar^2(n\pi/d)^2}{2m}, \quad n=1,2\ldots$$



• Mezní λ_{ABS} určuje $\sim E_g$



SA pokrývá spektrum 0,8 - 3 μm

- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- ▶ Velmi nízká hustota saturační energie ($E_{sat} \sim 1 100 \, \mu \text{J/cm}^2$)

- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 1 100 μJ/cm²)
- ▶ Velmi rychlá relaxace ($\sim 0,5-30\,\text{ps}$)



- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 1 100 μJ/cm²)
- Velmi rychlá relaxace (~ 0,5 30 ps)



・ロット (雪) (日) (日)

ъ

Poměrně vysoký práh poškozeni (~ 100 × E_{sat})

- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 1 100 μJ/cm²)
- Velmi rychlá relaxace (~ 0,5 30 ps)



・ロット (雪) ・ (日) ・ (日)

э

- Poměrně vysoký práh poškozeni (~ 100 × E_{sat})
- Poměrně malá hloubka modulace na jednu kvantovou jámu (ΔT ~ 1 %)

- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 1 100 μJ/cm²)
- Velmi rychlá relaxace (~ 0,5 30 ps)



- Poměrně vysoký práh poškozeni (~ 100 × E_{sat})
- Poměrně malá hloubka modulace na jednu kvantovou jámu (ΔT ~ 1 %)
- \blacktriangleright Dvoufotonová absorpce absorpce roste s intenzitou \rightarrow nesaturovaná absorpce

- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 1 100 μJ/cm²)
- Velmi rychlá relaxace (~ 0,5 30 ps)



- Poměrně vysoký práh poškozeni (~ 100 × E_{sat})
- Poměrně malá hloubka modulace na jednu kvantovou jámu (ΔT ~ 1 %)
- Dvoufotonová absorpce absorpce roste s intenzitou → nesaturovaná absorpce
- Poměrně vysoký index lomu polovodiče

- SA pokrývá spektrum 0,8 3 μm
- Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 1 100 μJ/cm²)
- Velmi rychlá relaxace (~ 0,5 30 ps)



- Poměrně vysoký práh poškozeni (~ 100 × E_{sat})
- Poměrně malá hloubka modulace na jednu kvantovou jámu (ΔT ~ 1 %)
- ► Dvoufotonová absorpce absorpce roste s intenzitou → nesaturovaná absorpce
- Poměrně vysoký index lomu polovodiče
- https://www.batop.de/




- The absorption of single layer: πα = 2,3% (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonliniear optical respons (saturable absorption)



・ ロ ト ・ 雪 ト ・ 雪 ト ・ 日 ト

ъ



Široký spektrální rozsah 500 – 3000 nm





- The absorption of single layer: πα = 2,3% (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonliniear optical respons (saturable absorption)



・ロット (雪) ・ (日) ・ (日)

ъ



- Široký spektrální rozsah 500 3000 nm
- Velmi rychlá relaxace (jednotky ps)





- The absorption of single layer: πα = 2,3% (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonliniear optical respons (saturable absorption)





- Široký spektrální rozsah 500 3000 nm
- Velmi rychlá relaxace (jednotky ps)
- ▶ Velmi nízká hustota saturační energie (E_{sat} ~ 10 − 50 µJ/cm²)





- The absorption of single layer: πα = 2,3% (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonliniear optical respons (saturable absorption)





- Široký spektrální rozsah 500 3000 nm
- Velmi rychlá relaxace (jednotky ps)
- ▶ Velmi nízká hustota saturační energie ($E_{sat} \sim 10 50 \,\mu \text{J/cm}^2$)
- Malá hloubka modulace na jednu vrstvu ($\Delta T \sim$ 1 %)





- The absorption of single layer: πα = 2,3% (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonliniear optical respons (saturable absorption)





- Široký spektrální rozsah 500 3000 nm
- Velmi rychlá relaxace (jednotky ps)
- Velmi nízká hustota saturační energie ($E_{sat} \sim 10 50 \, \mu \text{J/cm}^2$)
- Malá hloubka modulace na jednu vrstvu (ΔT ~ 1 %)
- ▶ Poměrně velké nesaturovatelné ztráty na jednu vrstvu (A_{NS} ~ 1 − 2 %)





- The absorption of single layer: πα = 2,3% (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonliniear optical respons (saturable absorption)



・ コット (雪) (小田) (コット 日)



- Široký spektrální rozsah 500 3000 nm
- Velmi rychlá relaxace (jednotky ps)
- Velmi nízká hustota saturační energie ($E_{sat} \sim 10 50 \, \mu \text{J/cm}^2$)
- Malá hloubka modulace na jednu vrstvu (ΔT ~ 1 %)
- ▶ Poměrně velké nesaturovatelné ztráty na jednu vrstvu (A_{NS} ~ 1 − 2 %)
- Nízký práh poškození

Q-spínání

- Q-spínání
- Modelocking

◆□▶ ◆□▶ ◆臣▶ ◆臣▶ 臣 のへぐ

- Q-spínání
- Modelocking

◆□▶ ◆□▶ ◆臣▶ ◆臣▶ 臣 のへぐ

Apodizace

- Q-spínání
- Modelocking
- Apodizace
- Potlačení ASE

◆□▶ ◆□▶ ◆ □▶ ◆ □▶ ─ □ ─ の < @

- Q-spínání
- Modelocking
- Apodizace
- Potlačení ASE
- Zkracování impulzů

◆□▶ ◆□▶ ◆臣▶ ◆臣▶ 臣 のへぐ

Shrnutí

> Při správně zvolené substituci mají rychlostí rovnice pořád stejný tvar

Literatura

- RICHARD C. POWELL: Physics of solid-state laser materials, Springer-Verlag, 1998
- BRIAN HENDERSON AND RALPH H. BARTRAM: Crystal-field engineering of solid-state laser materials, Cambridge University Press, 2000
- YUKITO TANABE AND SATORU SUGANO: On the absorption spectra of complex ions I., II., Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 9, No. 5, 753–779, 1954

◆□▶ ◆□▶ ▲□▶ ▲□▶ □ のQ@

Přednášky: http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLT/