

Fyzika laserových generátorů

Saturovatelné absorbéry

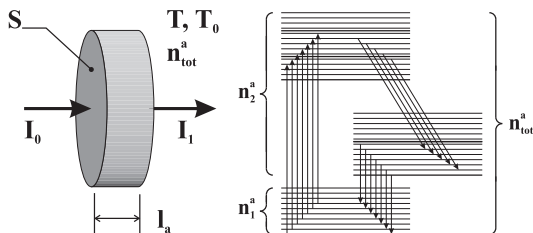
Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické v Praze
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

29. dubna 2021

- ▶ Pasivní optický prvek, jehož transmisivita roste (saturuje se absorpce) s rostoucí intenzitou dopadajícího záření
- ▶ Lze popsat jako dvouhladinové rezonanční prostředí a pro popis jeho chování použít rychlostní rovnice
- ▶ Obecně absorpce saturuje vždy. Velikost efektu ale závisí na velikosti účinného průřezu pro absorpci a době života excitovaných stavů.
- ▶ Saturace absorpce vs saturace absorpce excitovaných stavů
- ▶ „Tenký“ vs „tlustý“ absorbér
- ▶ Využití: pasivní závěrka Q-spínaných a modelovaných laserů, prvek pro zvýšení kontrastu optických impulzů a pro potlačení vlivu ASE v zesilovačích

Model saturevatelného absorpčního média



- ▶ Tenký absorpční médium – absorpční kvantové systémy si „nestí“:

$$T = \frac{I_1}{I_0} = \frac{S - S^a}{S} = \frac{S - n_1^a \sigma_{12}^a l_a S}{S} = 1 - n_1^a \sigma_{12}^a l_a$$

- ▶ Vývoj populace hladin udává rychlostní rovnice. Např.:

$$\frac{dn_1^a}{dt} = \frac{(n_{tot}^a - n_1^a)}{\tau^a} - \frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} I n_1^a \quad (1)$$

- ▶ Obecně i pro šíření záření SA je potřeba příslušná rovnice:

$$\frac{dI}{dz} = -n_1^a \sigma_{12}^a I$$

- ▶ Pro malou změnu n_1^a podél absorpčního média:

$$I_1 = I_0 \exp(-n_1^a \sigma_{12}^a l_a) \Rightarrow T = \exp(-n_1^a \sigma_{12}^a l_a)$$

Dlouhý impuls – stacionární stav

- ▶ Pokud je impuls záření procházejícího SA dlouhý v porovnání s dobou relaxace SA, můžeme vyřešit rychlostní rovnici (1):

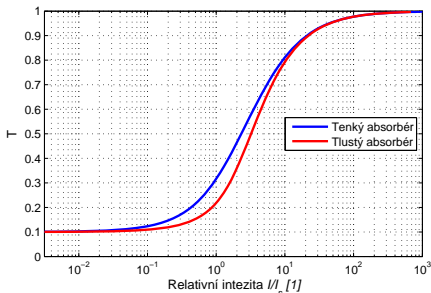
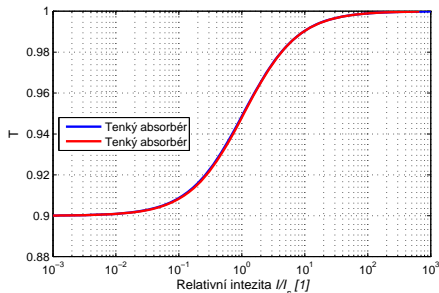
$$y = \frac{n_1^a}{n_{tot}^a} = \frac{1}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad \text{kde} \quad I_s = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^a(\nu)\tau^a}. \quad (2)$$

- ▶ Pro „tenký“ absorbér:

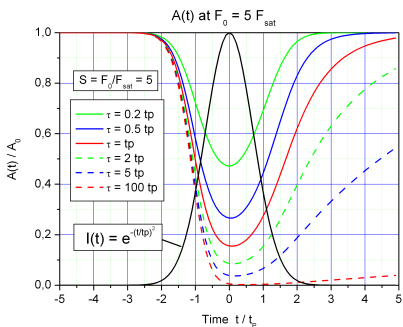
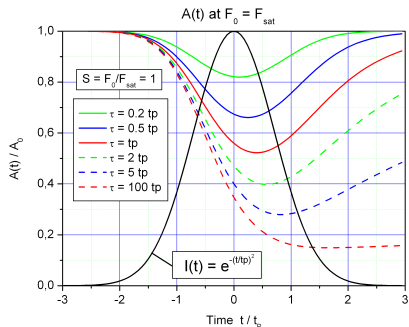
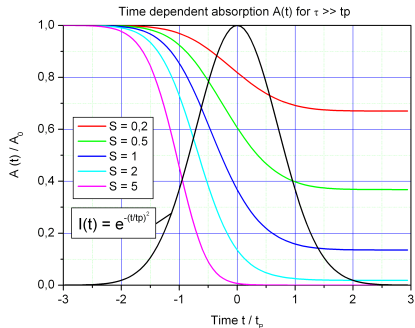
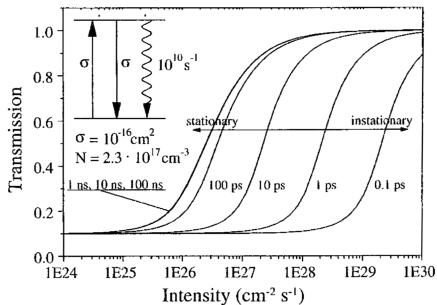
$$T = T_0^y$$

- ▶ Pro „tlustý“ absorbér (Lambertův zákon):

$$T = \frac{I_s}{I} \text{LambertW} \left(\frac{I}{I_s} T_0 \exp \left[\frac{I}{I_s} \right] \right)$$



Vliv délky impulzu



Krátký impulz, tenký absorbér

- ▶ Pokud je impulz záření procházejícího SA krátký v porovnání s dobou relaxace SA, bude mít rychlostní rovnice (1) tvar:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} I y$$

- ▶ Řešení pro počáteční hodnoty $y|_0 = 1$ a časově proměnnou intenzitu $I = I(t)$:

$$y(t) = e^{-\frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} \int_0^t I(t') dt'} \quad (3)$$

- ▶ Pro obdélníkový impulz a amplitudou I a s normovanou délkou τ_p dostáváme:

$$y(0 < t < \tau_p) = e^{-\frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} I t}, \quad y(t > \tau_p) = e^{-\frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} I \tau_p} \quad (4)$$

- ▶ Transmise absorbéru po dobu průchodu impulzu:

$$T(t) = T_0 \exp\left[-\frac{\sigma_{12}^a(\nu)}{h\nu} I t\right] \quad (5)$$

- ▶ Energetická transmise bude:

$$T = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{\int_0^{t_p} I T(t) dt}{\int_0^{t_p} I dt} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} T(t) dt \quad (6)$$

- ▶ Po integraci ($E_{\text{in}} = I \tau_p$, $E_s = h\nu / \sigma_{12}^a(\nu)$):

$$T = \frac{E_s}{E_{\text{in}}} \left(\text{Ei} \left(1, \exp \left(-\frac{E_{\text{in}}}{E_s} \right) \ln \left(T_0^{-1} \right) \right) - \text{Ei} \left(1, \ln \left(T_0^{-1} \right) \right) \right) \quad (7)$$

- ▶ Máme:

$$T = \frac{E_s}{E_{in}} \left(\text{Ei} \left(1, \exp \left(-\frac{E_{in}}{E_s} \right) \ln \left(T_0^{-1} \right) \right) - \text{Ei} \left(1, \ln \left(T_0^{-1} \right) \right) \right) \quad (8)$$

- ▶ Integrovaná exponenciála $\text{Ei}(1, x)$ lze pro $x < 0,5$ dobře aproximovat funkcí:

$$\text{Ei}(1, x) \approx x - \ln(x) - \gamma \quad (9)$$

kde $\gamma = 0,557215 \dots$ je Eulerova konstanta

- ▶ Dostaneme:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp \left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) \ln \left(\frac{1}{T_0} \right) \quad (10)$$

- ▶ Ještě lepší přiblížení dává funkce:

$$T \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp \left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) (1 - T_0) \quad (11)$$

- ▶ Oproti stacionárnímu řešení není rozhodující saturační intenzita záření, ale saturační hustota energie

$$E_s = \frac{h\nu}{\sigma_{12}^a(\nu)}$$

Krátký impulz, tlustý absorbér

- ▶ Transmise tenké vrstvy tloušťky Δz :

$$T(\Delta z) \approx 1 - \frac{E_s}{E_{in}} \left(1 - \exp \left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) \underbrace{(1 - T_0(\Delta z))}_{\sim \alpha_0 \Delta z}$$

- ▶ Úbytek energie na této vrstvě:

$$-\Delta E = E_{in} - E_{in}T(\Delta z) = E_{in}(1 - T(\Delta z)) = E_s \left(1 - \exp \left[-\frac{E_{in}}{E_s} \right] \right) \alpha_0 \Delta z$$

- ▶ Pro normovanou hustotu energie $w = E/E_s$

$$-\Delta w = (1 - \exp[-w]) \alpha_0 \Delta z \quad \Rightarrow \quad -\frac{dw}{dz} = (1 - \exp[-w]) \alpha_0$$

- ▶ Separace proměnných a integrace (okrajové podmínky $w(0) = w_i$, $w(l) = w_f$):

$$\int_{w_i}^{w_f} \frac{dw}{1 - \exp[-w]} = - \int_0^l \alpha_0 dz$$

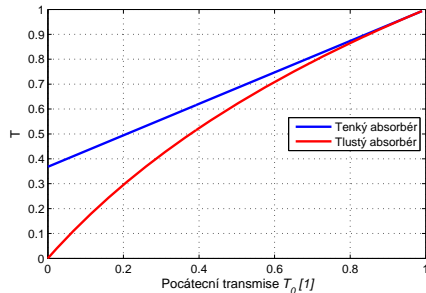
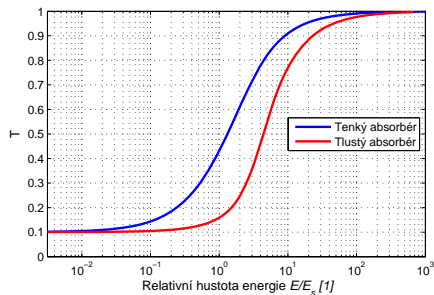
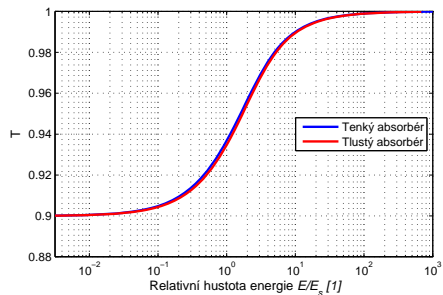
- ▶ Po integraci:

$$w_f = \ln \left(\exp(2w_i - \alpha_0 l) - \exp(w_i - \alpha_0 l) + \exp(w_i) \right) - w_i$$

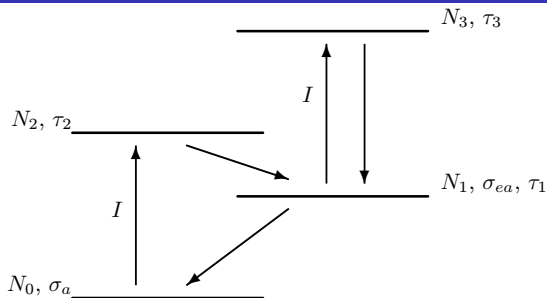
- ▶ Vzhledem k tomu, že $T_0 = \exp(-\alpha_0 l)$:

$$T = \frac{w_f}{w_i} = \frac{E_s}{E_{in}} \ln \left(T_0 \left[\exp \left(\frac{E_{in}}{E_s} \right) - 1 \right] + 1 \right) \quad \text{FRANTZ-NODVIKOVA ROVNICE}$$

Krátký impuls, tenký vs tlustý absorbér



Absorpce excitovaných stavů



- ▶ Přítomnost vyšších hladin v energetické struktuře SA může vést k absorpci excitovaných stavů
- ▶ Absorpce excitovaných stavů způsobí, že propustnost SA nesaturuje na 100 %.
- ▶ Absorpce základních stavů GSA:

$$T_0 = \exp(-\sigma_a n_{tot} l)$$

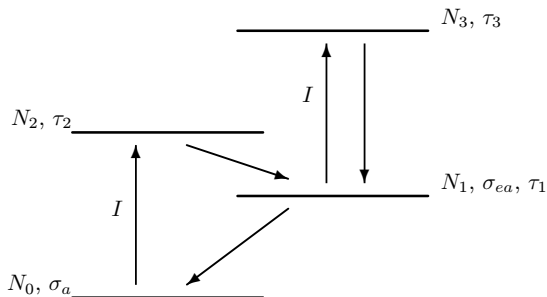
- ▶ Absorpce excitovaných stavů ESA:

$$T_e = \exp(-\sigma_{ae} n_{tot} l) < 1$$

- ▶ SA FOM:

$$FOM = \frac{\sigma_a}{\sigma_{ae}}, \quad T_e = T_0^{1/FOM}$$

Absorpce excitovaných stavů



- Rychlostní rovnice ($N_{\text{tot}} = N_0 + N_1 + N_2 + N_3$):

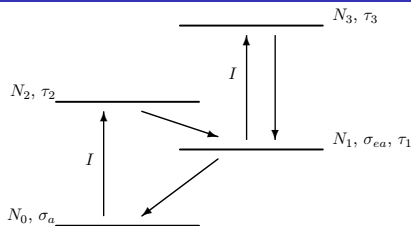
$$\frac{dN_0}{dt} = \frac{N_1}{\tau_1} - \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \quad (12)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} + \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{N_1}{\tau_1} - \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I \quad (13)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{N_2}{\tau_2} + \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \quad (14)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = -\frac{N_3}{\tau_3} + \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I \quad (15)$$

Absorpce excitovaných stavů – stacionární řešení



- Předpokládáme, že $\tau_{2,3} \sim 0$:

$$N_0 = \frac{N_{\text{tot}}}{1 + I\sigma_a\tau_1/(\hbar\omega)}, \quad N_1 = I\sigma_a\tau_1 N_0/(\hbar\omega), \quad N_{2,3} \sim 0 \quad (16)$$

- Saturační intenzita $I_s = (\hbar\omega)/\sigma_a\tau_1$, normování populace $y_{0,1} = N_{0,1}/N_{\text{tot}}$:

$$y_0 = \frac{1}{1 + I/I_s}, \quad y_1 = y_0 I/I_s = 1 - y_0. \quad (17)$$

- Pro „tenký“ absorbér:

$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

- Pro „tlustý“ absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T = \frac{I_s}{I} \text{LambertW} \left(T_0 \frac{I}{I_s} \exp \left[T_e \frac{I}{I_s} \right] \right)$$

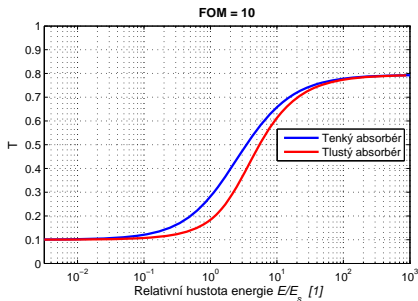
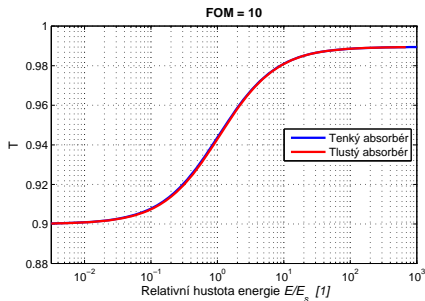
Absorpce excitovaných stavů – stacionární řešení

- Pro „tenký“ absorbér:

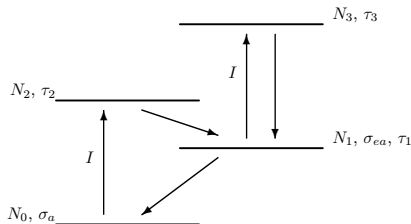
$$T = T_0^{y_0} T_e^{1-y_0}$$

- Pro „tlustý“ absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T = \frac{I_s}{I} \text{LambertW} \left(T_0 \frac{I}{I_s} \exp \left[T_e \frac{I}{I_s} \right] \right)$$



Absorpce excitovaných stavů – krátké impulzy



- Rychlostní rovnice ($\tau_1 \gg$ impuls, $\tau_{2,3} \ll$ impuls):

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \quad (18)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_3} + \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I \quad (19)$$

$$0 = -\frac{N_2}{\tau_2} + \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I \quad (20)$$

$$0 = -\frac{N_3}{\tau_3} + \frac{\sigma_{ea}}{\hbar\omega} N_1 I \quad (21)$$

- Tj.:

$$\frac{dN_0}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -\frac{\sigma_a}{\hbar\omega} N_0 I,$$

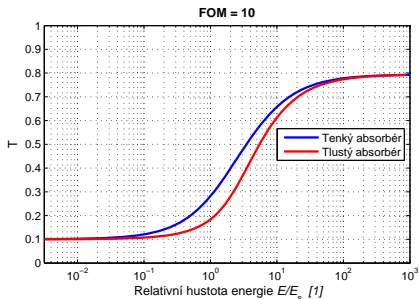
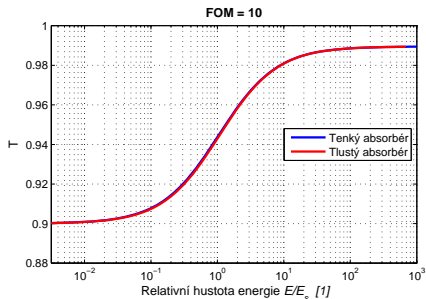
Absorpce excitovaných stavů – krátké impulzy

- ▶ Pro „tenký“ absorbér:

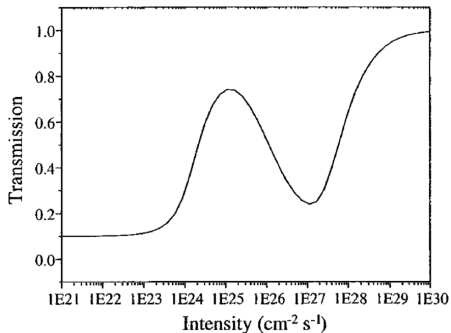
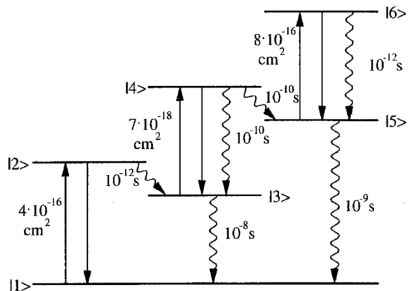
$$T(I) \approx T_e - \frac{E_s}{E} \left(1 - \exp \left[-\frac{E}{E_s} \right] \right) (T_e - T_a).$$

- ▶ Pro „tlustý“ absorbér neexistuje přesné analytické řešení, ale trochu vyhoví:

$$T(I) = T_e \frac{E_s}{E} \ln \left[\frac{T_0}{T_e} \left(\exp \left[\frac{E}{E_s} \right] - 1 \right) + 1 \right]$$



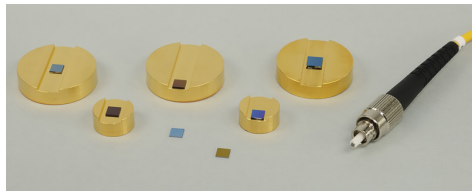
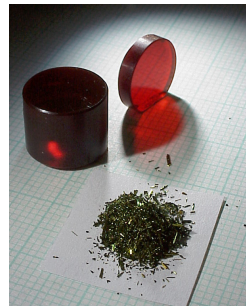
Vícehladinový SA



- ▶ Výskyt plató, minim a maxim z závislosti T na I je známka existence dalších hladin ve struktuře SA

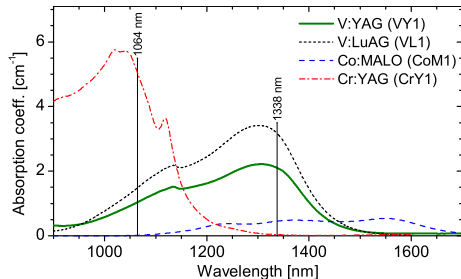
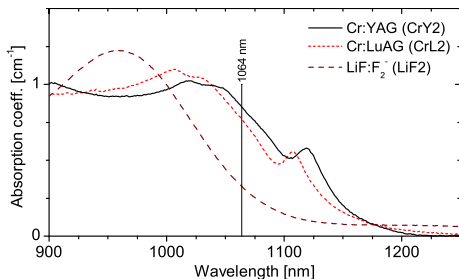
Typy saturevatelných absorbérů

- ▶ Organická barviva
 - ▶ Spíše historické, rychlá relaxace, rubín, Nd:YAG
 - ▶ BDN – bis 4-dimethyl-aminodithiobenzil-nickel
 - ▶ Rhodamin, barvivo 3955. . .
- ▶ Krystaly s barevnými centry
 - ▶ Opět spíše historické, obavy z degradace
 - ▶ LiF:F₂⁻ (rubín, Nd:YAG)
- ▶ Krystaly dopované přechodovými prvky
 - ▶ Spolehlivé materiály pro Q-spínání
 - ▶ Cr:YAG (1,06 μm), V:YAG (1,32 μm), Co:MALO (1,54 μm)
- ▶ Polovodičové heteropřechody – kvantové jámy

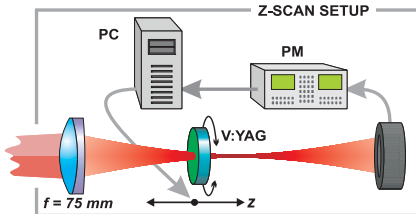
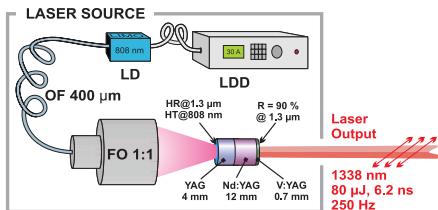


- ▶ Různé nanostruktury

Vybrané krystalické SA



Typ	Rozsah [nm]		λ_{abs} [nm]	τ_{rlx} [ns]	GSA [cm ²]	E_{sat} [mJ/cm ²]	FOM
BDN	900	1100	1064	130	$1,8 \times 10^{-17}$	20	2.5
Cr:YAG	700	1150	1064	2800	$4,0 \times 10^{-18}$	50	6
Cr:LuAG	700	1150	1064	4100	$2,4 \times 10^{-18}$	85	9
LiF:F ²⁻	700	1100	1064	54	$1,1 \times 10^{-17}$	25	2.5
V:YAG	1000	1450	1064	5	$1,6 \times 10^{-18}$	120	5
			1338	5	$2,6 \times 10^{-18}$	58	7
V:LuAG	1000	1450	1338	5	$2,4 \times 10^{-18}$	65	11
Co:MALO	1150	1650	1338	130	$2,5 \times 10^{-19}$	590	6.5

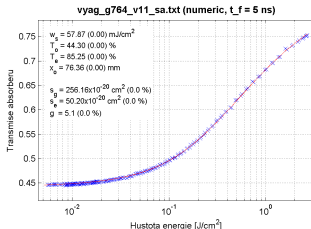
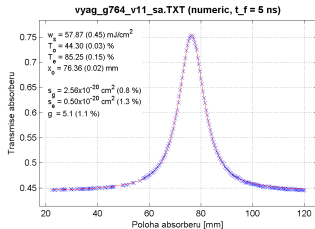


Nd:YAG/V:YAG microchip laser

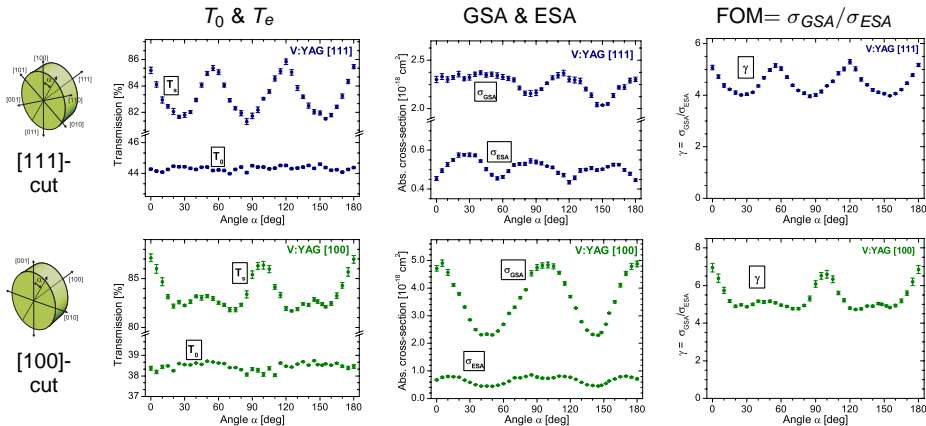
- ▶ Laser emission at 1338 nm
- ▶ Linearly polarized TEM₀₀ mode
- ▶ Pulse energy $80 \pm 0.3 \mu\text{J}$
- ▶ Pulse length $6.2 \pm 0.2 \text{ ns}$
- ▶ Repetition rate 250 Hz

Computer-controlled z-scan

- ▶ Stepper-motor driven z-translation
- ▶ Highly stable probe beam
- ▶ Waist diameter $40.5 \pm 0.6 \mu\text{m}$
- ▶ Rayleigh length $3.4 \pm 0.4 \text{ mm}$
- ▶ Energy density range 0.001 – 3 J/cm²

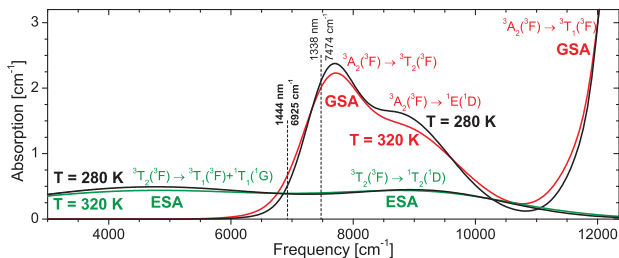
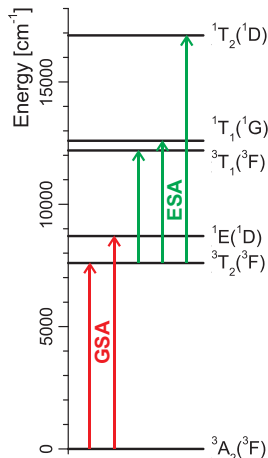


Anizotropie SA V:YAG

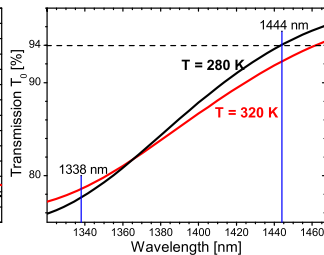
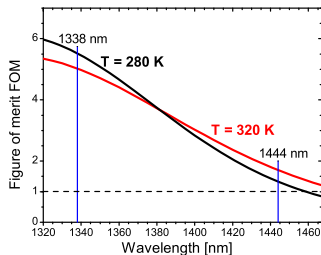


- ▶ Opticky izotropní materiály jako Cr:YAG, V:YAG, Co:MALO mají izotropní GSA, ale anizotropní ESA
- ▶ Míra saturace je závislá na orientaci krystalu a na polarizaci záření

Uliv teploty na SA (V:YAG 1338 nm vs 1444 nm)



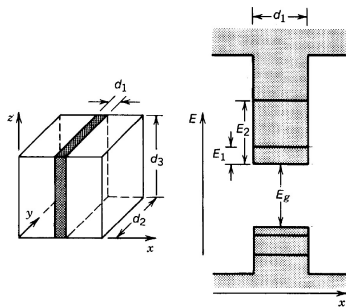
$$\alpha_{12}(\omega, T) \cong \alpha_{12}^{\max} \sqrt{\frac{T_a}{T}} \exp \left[-\frac{4 \ln 2 (\omega - \omega_{12})^2}{\Delta\omega_{12}^2} \frac{T_a}{T} \right]$$



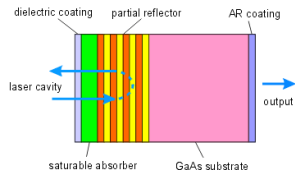
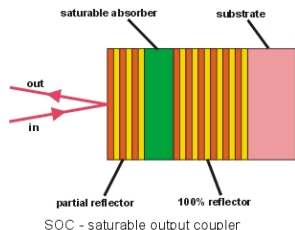
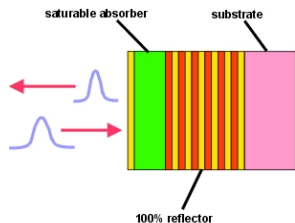
Kvantová jáma jako saturevatelný absorbér

- ▶ Přechody mezi hladinami kvantové jámy vytvořené v polovodiči
- ▶ Vzdálenost hladin (λ_{ABS}) lze ovlivnit šířkou kvantové jámy d

$$E_n = \frac{\hbar^2 (n\pi/d)^2}{2m}, \quad n = 1, 2, \dots$$

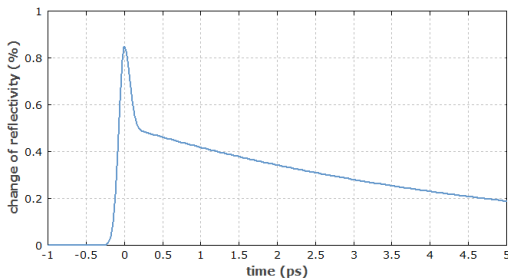


- ▶ Mezní λ_{ABS} určuje $\sim E_g$



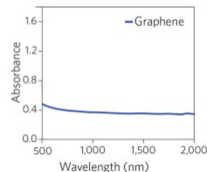
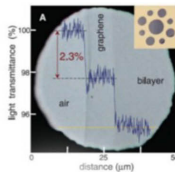
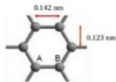
Další vlastnosti SA na bázi kvantových jam

- ▶ SA pokrývá spektrum 0,8 - 3 μm
- ▶ Velmi nízká hustota saturační energie ($E_{\text{sat}} \sim 1 - 100 \mu\text{J}/\text{cm}^2$)
- ▶ Velmi rychlá relaxace ($\sim 0,5 - 30 \text{ ps}$)

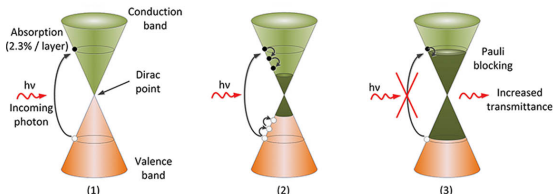


- ▶ Poměrně vysoký práh poškození ($\sim 100 \times E_{\text{sat}}$)
- ▶ Poměrně malá hloubka modulace na jednu kvantovou jámu ($\Delta T \sim 1 \%$)
- ▶ Dvofotonová absorpce – absorpce roste s intenzitou \rightarrow nesaturovaná absorpce
- ▶ Poměrně vysoký index lomu polovodiče
- ▶ <https://www.batop.de/>

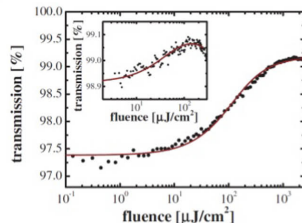
Grafen



- The absorption of single layer: $\pi\alpha = 2,3\%$ (lineary scalabe with a number of layers)
- Wavelength-independent absorption (broadband)
- Nonlinear optical respos (saturable absorption)



Q. Bao et al. Adv. Funct. Mater. 19, 3077-3083 (2009)



I. Baek et al. Appl. Phys. Express 5 (2012) 032701

- ▶ Široký spektrální rozsah 500 – 3000 nm
- ▶ Velmi rychlá relaxace (jednotky ps)
- ▶ Velmi nízká hustota saturační energie ($E_{Sat} \sim 10 - 50 \mu\text{J}/\text{cm}^2$)
- ▶ Malá hloubka modulace na jednu vrstvu ($\Delta T \sim 1\%$)
- ▶ Poměrně velké nesaturovatelné ztráty na jednu vrstvu ($A_{NS} \sim 1 - 2\%$)
- ▶ Nízký práh poškození

- ▶ Q-spínání
- ▶ Modelocking
- ▶ Apodizace
- ▶ Potlačení ASE
- ▶ Zkracování impulzů

- ▶ Při správně zvolené substituci mají rychlosti rovnice pořád stejný tvar

-  RICHARD C. POWELL: *Physics of solid-state laser materials*, Springer-Verlag, 1998
-  BRIAN HENDERSON AND RALPH H. BARTRAM: *Crystal-field engineering of solid-state laser materials*, Cambridge University Press, 2000
-  YUKITO TANABE AND SATORU SUGANO: *On the absorption spectra of complex ions I., II.*, Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 9, No. 5, 753–779, 1954
-  Přednášky: <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLT/>