# Laserová technika 2
# Aktivní prostředí
## Šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

9. listopadu 2022

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí
3. Šíření optických impulsů v aktivním prostředí

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí
3. Šíření optických impulsů v aktivním prostředí
4. Laser v aproximaci rychlostních rovnic

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí
3. Šíření optických impulsů v aktivním prostředí
4. Laser v aproximaci rychlostních rovnic
5. Rychlostní rovnice pro Q-spínaný laser

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí
3. Šíření optických impulsů v aktivním prostředí
4. Laser v aproximaci rychlostních rovnic
5. Rychlostní rovnice pro Q-spínaný laser
6. Koherentní šíření impulzu a zesílená spontánní emise

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí
3. Šíření optických impulsů v aktivním prostředí
4. Laser v aproximaci rychlostních rovnic
5. Rychlostní rovnice pro Q-spínaný laser
6. Koherentní šíření impulzu a zesílená spontánní emise

# Literatura


- Vrbová M., Šulc J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
- Vrbová M., Jelínková H., Gavrilov P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 (http://space.fjfi.cvut.cz/web/sulc/ulat/)
- Vrbová M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
- Saleh, B. E. A. Teich, M. C.: *Základy fotoniky – 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995
- Lončar, G.: *Elektrodynamika I*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1990
- Štol, I.: *Elektřina a magnetismus*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994
- Přednášky: http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/lt1/

# Světlo

- Světlo kvantově – proud částic, tzv. **fotonů** (energie kvanta $E = \hbar\omega$)

# Světlo

- Světlo kvantově – proud částic, tzv. **fotonů** (energie kvanta $E = \hbar\omega$)
- Světlo klasicky – elektromagnetická vlna

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi)$$

# Světlo

- Světlo kvantově – proud částic, tzv. **fotonů** (energie kvanta $E = \hbar\omega$)
- Světlo klasicky – elektromagnetická vlna

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \Phi)$$

- Maxwellovy rovnice – *klasická* teorie elektromagnetického pole (1873)

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad \text{(Faraday)} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad \text{(Ampér)}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho \quad \text{(Gauss)} \qquad \vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \quad \text{(Gauss)}$$

# Světlo

- Světlo kvantově – proud částic, tzv. **fotonů** (energie kvanta $E = \hbar\omega$)
- Světlo klasicky – elektromagnetická vlna

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi)$$

- Maxwellovy rovnice – *klasická* teorie elektromagnetického pole (1873)

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{(Faraday)} & \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(Ampér)} \\ \vec{\nabla} . \vec{D} &= \rho \quad \text{(Gauss)} & \vec{\nabla} . \vec{B} &= 0 \quad \text{(Gauss)} \end{aligned}$$

- Materiálové vztahy

$$\vec{B} = \bar{\mu} \vec{H} \quad \text{(permeabilita)}, \quad \vec{D} = \bar{\varepsilon} \vec{E} \quad \text{(permitivita)}$$

# Světlo

- Světlo kvantově – proud částic, tzv. **fotonů** (energie kvanta $E = \hbar\omega$)
- Světlo klasicky – elektromagnetická vlna

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \Phi)$$

- Maxwellovy rovnice – *klasická* teorie elektromagnetického pole (1873)

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{(Faraday)} & \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(Ampér)} \\ \vec{\nabla}.\vec{D} &= \rho \quad \text{(Gauss)} & \vec{\nabla}.\vec{B} &= 0 \quad \text{(Gauss)} \end{aligned}$$

- Materiálové vztahy

$$\vec{B} = \bar{\mu}\vec{H} \quad \text{(permeabilita)}, \quad \vec{D} = \bar{\varepsilon}\vec{E} \quad \text{(permitivita)}$$

- $\bar{\mu}$ a $\bar{\varepsilon}$ obecně tenzory a funkce pole

# Šíření světla (elektromagnetické vlny) – **vlnová rovnice**

- **Vakuum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$, $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$)

Vlnová rovnice: $$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \tag{1}$$

- **Vakuum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$, $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$)

$$\text{Vlnová rovnice:} \quad \Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \tag{1}$$

- **Bezeztrátové dielektrikum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0\varepsilon_r$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$)

- **Vakuum** ($\vec{J}=0$, $\rho=0$, $\bar{\mu}=\mu_0$, $\bar{\varepsilon}=\varepsilon_0$, $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0$, $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$)

$$\text{Vlnová rovnice:}\quad \Delta\vec{E}-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0,\quad \text{kde}\quad c_0=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \tag{1}$$

- **Bezeztrátové dielektrikum** ($\vec{J}=0$, $\rho=0$, $\bar{\mu}=\mu_0$, $\bar{\varepsilon}=\varepsilon_0\varepsilon_r$, $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0$)
  - Dielektrikum $=$ těleso tvořené elementárními dipóly, náboje jsou vázané

- **Vakuum** ($\vec{J}=0$, $\rho=0$, $\bar{\mu}=\mu_0$, $\bar{\varepsilon}=\varepsilon_0$, $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0$, $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$)

$$\text{Vlnová rovnice:}\quad \Delta\vec{E}-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0,\quad \text{kde}\quad c_0=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \tag{1}$$

- **Bezeztrátové dielektrikum** ($\vec{J}=0$, $\rho=0$, $\bar{\mu}=\mu_0$, $\bar{\varepsilon}=\varepsilon_0\varepsilon_r$, $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0$)
  - Dielektrikum = těleso tvořené elementárními dipóly, náboje jsou vázané
  - Nenulová hustota vázaných nábojů $\varrho_V \Rightarrow$ Polarizace dielektrika $\vec{P}(\vec{E})$

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P},\quad \varrho_V=-\vec{\nabla}.P$$

- **Vakuum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$, $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$)

$$\text{Vlnová rovnice:} \quad \Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \qquad (1)$$

- **Bezeztrátové dielektrikum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0\varepsilon_r$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$)
  - Dielektrikum $=$ těleso tvořené elementárními dipóly, náboje jsou vázané
  - Nenulová hustota vázaných nábojů $\varrho_V \Rightarrow$ Polarizace dielektrika $\vec{P}(\vec{E})$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad \varrho_V = -\vec{\nabla}.P$$

- **Vakuum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$, $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$)

$$\text{Vlnová rovnice:} \quad \Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \tag{1}$$

- **Bezeztrátové dielektrikum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0\varepsilon_r$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$)
  - Dielektrikum = těleso tvořené elementárními dipóly, náboje jsou vázané
  - Nenulová hustota vázaných nábojů $\varrho_V \Rightarrow$ Polarizace dielektrika $\vec{P}(\vec{E})$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad \varrho_V = -\vec{\nabla}.P$$

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2} \tag{2}$$

# Šíření světla (elektromagnetické vlny) – **vlnová rovnice**

- **Vakuum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$, $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$)

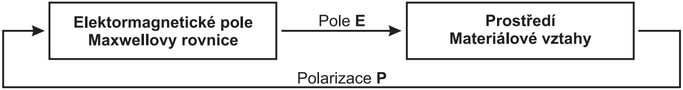
$$\text{Vlnová rovnice:} \quad \Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}. \qquad (1)$$

- **Bezeztrátové dielektrikum** ($\vec{J} = 0$, $\rho = 0$, $\bar{\mu} = \mu_0$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0\varepsilon_r$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$)
  - Dielektrikum = těleso tvořené elementárními dipóly, náboje jsou vázané
  - Nenulová hustota vázaných nábojů $\varrho_V \Rightarrow$ Polarizace dielektrika $\vec{P}(\vec{E})$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad \varrho_V = -\vec{\nabla}.P$$

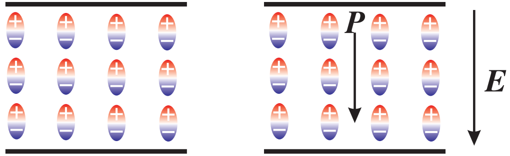
$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2} \qquad (2)$$

- Interakce záření s prostředím

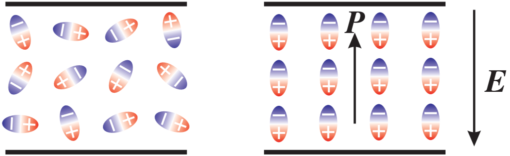


# Elektrická polarizace dielektrika $\vec{P}$

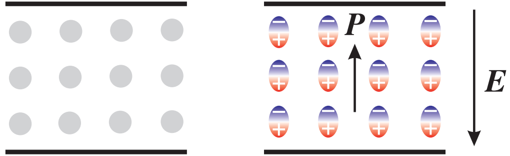
Bez vnějšího pole | Vnějšího pole zapnuté




**Tvrdé dielektrikum**
Nenulová vlastní polarizace ***P***
***P*** nezávisí na vnějším poli




**Měkké polární dielektrikum**
Střední vlastní polarizace ***P*** = 0
Dipóly se orientují
v závislosti na vnějším poli




**Měkké nepolární dielektrikum**
Vlastní polarizace ***P*** = 0
Dipóly se vytváří a orientují
v závislosti na vnějším poli

# Elektrická polarizace prostředí $\vec{P}$

- Dielektrikum tvoří částice s vlastním nebo indukovaným dipólovým momentem

# Elektrická polarizace prostředí $\vec{P}$

- Dielektrikum tvoří částice s vlastním nebo indukovaným dipólovým momentem
- Elektrická polarizace je odezva prostředí na vnější elektrické pole

# Elektrická polarizace prostředí $\vec{P}$

- Dielektrikum tvoří částice s vlastním nebo indukovaným dipólovým momentem
- Elektrická polarizace je odezva prostředí na vnější elektrické pole
- Polarizace $\vec{P}$ = objemová hustota elektrického dipólového momentu dielektrika

- Dielektrikum tvoří částice s vlastním nebo indukovaným dipólovým momentem
- Elektrická polarizace je odezva prostředí na vnější elektrické pole
- Polarizace $\vec{P}$ = objemová hustota elektrického dipólového momentu dielektrika
- Lineární, homogenní, izotropní prostředí:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \quad \text{kde } \chi \text{ je elektrická susceptibilita}$$

# Elektrická polarizace prostředí $\vec{P}$

- Dielektrikum tvoří částice s vlastním nebo indukovaným dipólovým momentem
- Elektrická polarizace je odezva prostředí na vnější elektrické pole
- Polarizace $\vec{P}$ = objemová hustota elektrického dipólového momentu dielektrika
- Lineární, homogenní, izotropní prostředí:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \quad \text{kde } \chi \text{ je elektrická susceptibilita}$$

- Vlnová rovnice má tvar:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c = \frac{c_0}{\sqrt{1+\chi}} \tag{3}$$

# Elektrická polarizace prostředí $\vec{P}$

- Dielektrikum tvoří částice s vlastním nebo indukovaným dipólovým momentem
- Elektrická polarizace je odezva prostředí na vnější elektrické pole
- Polarizace $\vec{P}$ = objemová hustota elektrického dipólového momentu dielektrika
- Lineární, homogenní, izotropní prostředí:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \quad \text{kde } \chi \text{ je elektrická susceptibilita}$$

- Vlnová rovnice má tvar:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{kde} \quad c = \frac{c_0}{\sqrt{1+\chi}} \tag{3}$$

- V obecném případě je nezbytné určit odezvu prostředí – polarizaci pro pravou stranu vlnové rovnice (**??**) – na základě přesnějšího fyzikálního modelu dielektrika. (Klasická teorie Drude-Lorentz [**?**])

# Kvantový model prostředí

- Model prostředí – *makroskopický systém* – soubor velkého počtu *stejných* kvantových soustav

# Kvantový model prostředí

- Model prostředí – *makroskopický systém* – soubor velkého počtu *stejných* kvantových soustav
- Kvantová soustava – *mikroskopický systém* *vázaných částic* (elektron, proton, iont), které spolu interagují (elektromagnetická síla)

# Kvantový model prostředí

- Model prostředí – *makroskopický systém* – soubor velkého počtu *stejných* kvantových soustav
- Kvantová soustava – *mikroskopický systém vázaných částic* (elektron, proton, iont), které spolu interagují (elektromagnetická síla)
    - Diskrétní spektrum energetických hladin $E_i$ (základní, 1. excitovaná,. . . )

# Kvantový model prostředí

- Model prostředí – *makroskopický systém* – soubor velkého počtu *stejných* kvantových soustav
- Kvantová soustava – *mikroskopický systém vázaných částic* (elektron, proton, iont), které spolu interagují (elektromagnetická síla)
  - Diskrétní spektrum energetických hladin $E_i$ (základní, 1. excitovaná,. . . )
  - Diskrétní množina stavů – vlnových funkcí $|\varphi_i\rangle$, $|i\rangle$ – *vnitřní uspořádání*

# Kvantový model prostředí

- Model prostředí – *makroskopický systém* – soubor velkého počtu *stejných* kvantových soustav
- Kvantová soustava – *mikroskopický systém vázaných částic* (elektron, proton, iont), které spolu interagují (elektromagnetická síla)
  - Diskrétní spektrum energetických hladin $E_i$ (základní, 1. excitovaná,. . . )
  - Diskrétní množina stavů – vlnových funkcí $|\varphi_i\rangle$, $|i\rangle$ – *vnitřní uspořádání*
  - Schrödingerova rovnice (1926)

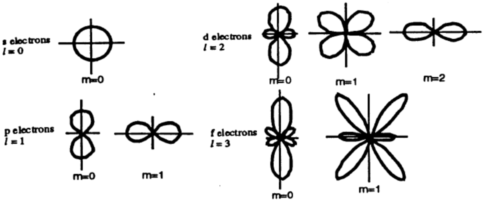
$$\hat{H}|i\rangle = E_i|i\rangle$$

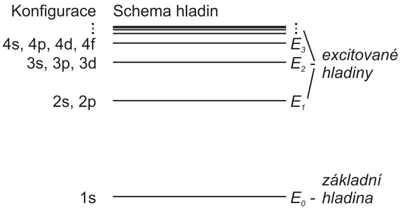
# Kvantový model prostředí

- Model prostředí – *makroskopický systém* – soubor velkého počtu *stejných* kvantových soustav
- Kvantová soustava – *mikroskopický systém vázaných částic* (elektron, proton, iont), které spolu interagují (elektromagnetická síla)
  - Diskrétní spektrum energetických hladin $E_i$ (základní, 1. excitovaná,. . . )
  - Diskrétní množina stavů – vlnových funkcí $|\varphi_i\rangle$, $|i\rangle$ – *vnitřní uspořádání*
  - Schrödingerova rovnice (1926)

$$\hat{H}|i\rangle = E_i|i\rangle$$

- Př.: atom vodíku – konfigurace elektronového obalu (stav kvantové soustavy) vs energetické hladiny a spektrum



# Energetické hladiny

- Populace hladiny

# Energetické hladiny

- Populace hladiny
- Přirozená šířka čáry
  (Heisenbergovy relace neurčitosti)

# Energetické hladiny

- Populace hladiny
- Přirozená šířka čáry
  (Heisenbergovy relace neurčitosti)
- Pravděpodobnost přechodu
  (Einsteinovy koeficienty)

# Energetické hladiny

- Populace hladiny
- Přirozená šířka čáry
  (Heisenbergovy relace neurčitosti)
- Pravděpodobnost přechodu
  (Einsteinovy koeficienty)
- Degenerace hladin

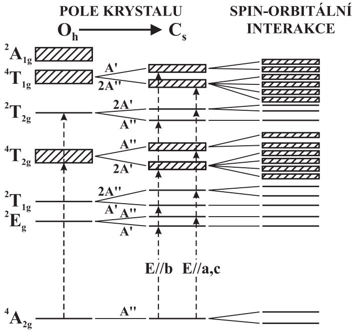
# Energetické hladiny

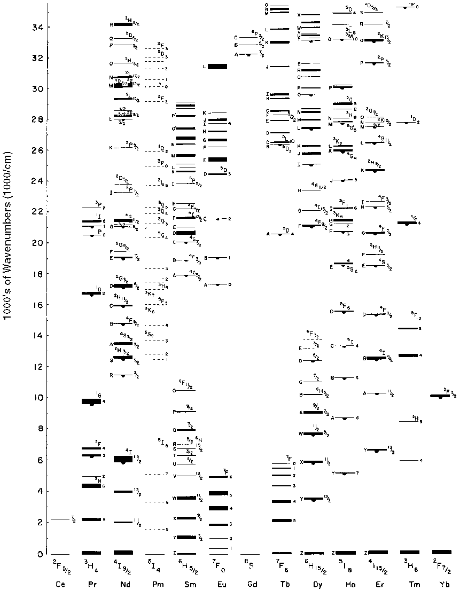
- Populace hladiny
- Přirozená šířka čáry
  (Heisenbergovy relace neurčitosti)
- Pravděpodobnost přechodu
  (Einsteinovy koeficienty)
- Degenerace hladin
- Štěpení hladin ve vnějším poli

# Energetické hladiny

- Populace hladiny
- Přirozená šířka čáry
  (Heisenbergovy relace neurčitosti)
- Pravděpodobnost přechodu
  (Einsteinovy koeficienty)
- Degenerace hladin
- Štěpení hladin ve vnějším poli

- Populace hladiny
- Přirozená šířka čáry (Heisenbergovy relace neurčitosti)
- Pravděpodobnost přechodu (Einsteinovy koeficienty)
- Degenerace hladin
- Štěpení hladin ve vnějším poli



# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\rightarrow$ výměna energie $\rightarrow$ změna energetické hladiny $\rightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\rightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\rightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)

# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\rightarrow$ výměna energie $\rightarrow$ změna energetické hladiny $\rightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\rightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\rightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)
- Interakce s elmag. polem:

# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\longrightarrow$ výměna energie $\longrightarrow$ změna energetické hladiny $\longrightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\longrightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\longrightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)
- Interakce s elmag. polem:
  - absorpce $h\nu + A \longrightarrow A^\star$

# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\longrightarrow$ výměna energie $\longrightarrow$ změna energetické hladiny $\longrightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\longrightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\longrightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)
- Interakce s elmag. polem:
  - absorpce $h\nu + A \longrightarrow A^{\star}$
  - spontánní emise $A^{\star} \longrightarrow h\nu + A$

# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\rightarrow$ výměna energie $\rightarrow$ změna energetické hladiny $\rightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\rightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\rightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)
- Interakce s elmag. polem:
  - absorpce $h\nu + A \longrightarrow A^{\star}$
  - spontánní emise $A^{\star} \longrightarrow h\nu + A$
  - stimulovaná emise $A^{\star} + h\nu \longrightarrow 2h\nu + A$

# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\rightarrow$ výměna energie $\rightarrow$ změna energetické hladiny $\rightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\rightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\rightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)
- Interakce s elmag. polem:
  - absorpce $h\nu + A \longrightarrow A^\star$
  - spontánní emise $A^\star \longrightarrow h\nu + A$
  - stimulovaná emise $A^\star + h\nu \longrightarrow 2h\nu + A$
- Podmínka rezonance – zákon zachování energie (Bohrův vztah, 1913)

$$\Delta E = E_j - E_i = h\nu_{ji}$$

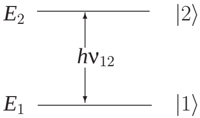
# Interakce kvantové soustavy s okolím

- Interakce s okolím $\rightarrow$ výměna energie $\rightarrow$ změna energetické hladiny $\rightarrow$ změna stavu (konfigurace) $\rightarrow$ mikroskopická změna dipólového momentu $\rightarrow$ změna makroskopické polarizace souboru kvantových soustav (prostředí)
- Interakce s elmag. polem:
  - absorpce $h\nu + A \longrightarrow A^\star$
  - spontánní emise $A^\star \longrightarrow h\nu + A$
  - stimulovaná emise $A^\star + h\nu \longrightarrow 2h\nu + A$
- Podmínka rezonance – zákon zachování energie (Bohrův vztah, 1913)

$$\Delta E = E_j - E_i = h\nu_{ji}$$

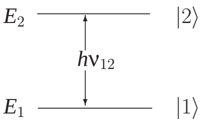
- Rezonanční záření – frekvence $\nu_{ji}$ je v rezonanci s kvantovým přechodem $|j\rangle \rightleftharpoons |i\rangle$

# Dvouhladinový systém



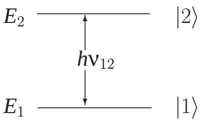

- Nejjednodužší model ideální kvantové soustavy

# Dvouhladinový systém




- Nejjednodužší model ideální kvantové soustavy
- Soustava má jen dva stacionární stavy, tj. jen dvě energetické hladiny

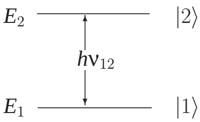
# Dvouhladinový systém




- Nejjednodušší model ideální kvantové soustavy
- Soustava má jen dva stacionární stavy, tj. jen dvě energetické hladiny
- Libovolný stav popsán *maticí hustoty* – čtyři komplexní čísla, ale stačí jen tři reálná čísla – Blochův vektor $\vec{R} = (R_x, R_y, R_z)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - R_z & R_x + iR_y \\ R_x - iR_y & 1 + R_z \end{pmatrix}$$

# Dvouhladinový systém

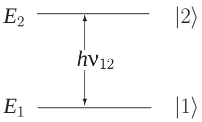



- Nejjednodušší model ideální kvantové soustavy
- Soustava má jen dva stacionární stavy, tj. jen dvě energetické hladiny
- Libovolný stav popsán *maticí hustoty* – čtyři komplexní čísla, ale stačí jen tři reálná čísla – Blochův vektor $\vec{R} = (R_x, R_y, R_z)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - R_z & R_x + iR_y \\ R_x - iR_y & 1 + R_z \end{pmatrix}$$

- $\rho_{ij}$ – pravděpodobnosti přechodu $i \rightarrow j$

# Dvouhladinový systém

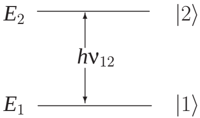



- Nejjednodužší model ideální kvantové soustavy
- Soustava má jen dva stacionární stavy, tj. jen dvě energetické hladiny
- Libovolný stav popsán *maticí hustoty* – čtyři komplexní čísla, ale stačí jen tři reálná čísla – Blochův vektor $\vec{R} = (R_x, R_y, R_z)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - R_z & R_x + iR_y \\ R_x - iR_y & 1 + R_z \end{pmatrix}$$

- $\rho_{ij}$ – pravděpodobnosti přechodu $i \rightarrow j$
- Inverze populace hladin $\langle n \rangle = \rho_{22} - \rho_{11}$

# Dvouhladinový systém




- Nejjednodužší model ideální kvantové soustavy
- Soustava má jen dva stacionární stavy, tj. jen dvě energetické hladiny
- Libovolný stav popsán *maticí hustoty* – čtyři komplexní čísla, ale stačí jen tři reálná čísla – Blochův vektor $\vec{R} = (R_x, R_y, R_z)$

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - R_z & R_x + iR_y \\ R_x - iR_y & 1 + R_z \end{pmatrix}$$

- $\rho_{ij}$ – pravděpodobnosti přechodu $i \rightarrow j$
- Inverze populace hladin $\langle n \rangle = \rho_{22} - \rho_{11}$
- Rezonanční frekvence

$$\nu_{12} = \nu_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

# Dipólový moment dvouhladinového systému

- Magnetický moment kvantové soustavy $\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}}$

$$\hat{\vec{d}} = \begin{pmatrix} \vec{d}_{11} & \vec{d}_{12} \\ \vec{d}_{21} & \vec{d}_{22} \end{pmatrix}.$$

# Dipólový moment dvouhladinového systému

- Magnetický moment kvantové soustavy $\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}}$

$$\hat{\vec{d}} = \begin{pmatrix} \vec{d}_{11} & \vec{d}_{12} \\ \vec{d}_{21} & \vec{d}_{22} \end{pmatrix}.$$

- Atom je bez vlastního dipólového momentu (středově symetrické orbitaly)

# Dipólový moment dvouhladinového systému

- Magnetický moment kvantové soustavy $\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}}$

$$\hat{\vec{d}} = \begin{pmatrix} \vec{d}_{11} & \vec{d}_{12} \\ \vec{d}_{21} & \vec{d}_{22} \end{pmatrix}.$$

- Atom je bez vlastního dipólového momentu (středově symetrické orbitaly)
- Dipólový moment se projeví při kvantovém přechodu – změna konfigurace atomu $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ ($\psi_1(\vec{r}) \leftrightarrow \psi_2(\vec{r})$)

$$\vec{d}_{12} = e\,\langle 1|\vec{r}|2\rangle = e\int \psi_1^*(\vec{r})\vec{r}\psi_2(\vec{r})\,dV = \vec{d}_{21}^*.$$

# Dipólový moment dvouhladinového systému

- Magnetický moment kvantové soustavy $\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}}$

$$\hat{\vec{d}} = \begin{pmatrix} \vec{d}_{11} & \vec{d}_{12} \\ \vec{d}_{21} & \vec{d}_{22} \end{pmatrix}.$$

- Atom je bez vlastního dipólového momentu (středově symetrické orbitaly)
- Dipólový moment se projeví při kvantovém přechodu – změna konfigurace atomu $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ ($\psi_1(\vec{r}) \leftrightarrow \psi_2(\vec{r})$)

$$\vec{d}_{12} = e\,\langle 1|\vec{r}|2\rangle = e\int \psi_1^*(\vec{r})\vec{r}\psi_2(\vec{r})\,dV = \vec{d}_{21}^*.$$

- Střední hodnota dipólového momentu[1]

$$\langle \vec{d}\rangle = \mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}\hat{\vec{d}}\right\} = \vec{d}_{12}\rho_{21} + \vec{d}_{21}\rho_{12}$$

[1] $\mathrm{Tr}\,\{\mathbb{A}\}$ je součet diagonálních prvků matice $\mathbb{A}$, tzv. „stopa“ matice.

# Dipólový moment dvouhladinového systému

- Magnetický moment kvantové soustavy $\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}}$

$$\hat{\vec{d}} = \begin{pmatrix} \vec{d}_{11} & \vec{d}_{12} \\ \vec{d}_{21} & \vec{d}_{22} \end{pmatrix}.$$

- Atom je bez vlastního dipólového momentu (středově symetrické orbitaly)
- Dipólový moment se projeví při kvantovém přechodu – změna konfigurace atomu $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ $(\psi_1(\vec{r}) \leftrightarrow \psi_2(\vec{r}))$

$$\vec{d}_{12} = e\,\langle 1|\vec{r}|2\rangle = e\int \psi_1^*(\vec{r})\vec{r}\psi_2(\vec{r})\,dV = \vec{d}_{21}^*.$$

- Střední hodnota dipólového momentu[1]

$$\langle\vec{d}\rangle = \mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}\hat{\vec{d}}\right\} = \vec{d}_{12}\rho_{21} + \vec{d}_{21}\rho_{12}$$

- Pro učení vývoje střední hodnoty dipólového momentu je třeba popsat vývoj dvouhladinové soustavy (určit v každém okamžiku matici hustoty)

[1] $\mathrm{Tr}\,\{\mathbb{A}\}$ je součet diagonálních prvků matice $\mathbb{A}$, tzv. „stopa“ matice.

- Magnetický moment kvantové soustavy $\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}}$

$$\hat{\vec{d}} = \begin{pmatrix} \vec{d}_{11} & \vec{d}_{12} \\ \vec{d}_{21} & \vec{d}_{22} \end{pmatrix}.$$

- Atom je bez vlastního dipólového momentu (středově symetrické orbitaly)
- Dipólový moment se projeví při kvantovém přechodu – změna konfigurace atomu $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ ($\psi_1(\vec{r}) \leftrightarrow \psi_2(\vec{r})$)

$$\vec{d}_{12} = e\,\langle 1|\vec{r}|2\rangle = e\int \psi_1^*(\vec{r})\vec{r}\psi_2(\vec{r})\,dV = \vec{d}_{21}^*.$$

- Střední hodnota dipólového momentu[1]

$$\langle \vec{d} \rangle = \mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}\hat{\vec{d}}\right\} = \vec{d}_{12}\rho_{21} + \vec{d}_{21}\rho_{12}$$

- Pro učení vývoje střední hodnoty dipólového momentu je třeba popsat vývoj dvouhladinové soustavy (určit v každém okamžiku matici hustoty)
- Makroskopická polarizace prostředí $\vec{P} = \sum \langle \vec{d} \rangle$ dipólové momenty jednotlivých kvantových soustav

[1] $\mathrm{Tr}\,\{\mathbb{A}\}$ je součet diagonálních prvků matice $\mathbb{A}$, tzv. „stopa“ matice.

# Vývoj dvouhladinového systému – Pauliho řídící rovnice

- Vývoj kvantových systémů obecně popisuje tzv. časová Schrödigerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

# Vývoj dvouhladinového systému – Pauliho řídící rovnice

- Vývoj kvantových systémů obecně popisuje tzv. časová Schrödigerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H},\hat{\rho}]$$

- Vývoj dvouhladinové soustavy popisují tzv. *Pauliovy rovnice* (zjednodušená Schrödingerova rovnice pro statistický operátor, respektive jeho složky)

$$\frac{\partial\rho_{11}}{\partial t} = \Gamma_2\rho_{22} - \Gamma_1\rho_{11} \qquad \frac{\partial\rho_{12}}{\partial t} = -\left(\Gamma_{21} - \mathrm{i}\omega_{21}\right)\rho_{12}$$

$$\frac{\partial\rho_{22}}{\partial t} = \Gamma_1\rho_{11} - \Gamma_2\rho_{22} \qquad \frac{\partial\rho_{21}}{\partial t} = -\left(\Gamma_{12} + \mathrm{i}\omega_{21}\right)\rho_{21}$$

# Vývoj dvouhladinového systému – Pauliho řídící rovnice

- Vývoj kvantových systémů obecně popisuje tzv. časová Schrödigerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

- Vývoj dvouhladinové soustavy popisují tzv. *Pauliovy rovnice* (zjednodušená Schrödingerova rovnice pro statistický operátor, respektive jeho složky)

$$\frac{\partial\rho_{11}}{\partial t} = \Gamma_2\rho_{22} - \Gamma_1\rho_{11} \qquad \frac{\partial\rho_{12}}{\partial t} = -\left(\Gamma_{21} - \mathrm{i}\omega_{21}\right)\rho_{12}$$

$$\frac{\partial\rho_{22}}{\partial t} = \Gamma_1\rho_{11} - \Gamma_2\rho_{22} \qquad \frac{\partial\rho_{21}}{\partial t} = -\left(\Gamma_{12} + \mathrm{i}\omega_{21}\right)\rho_{21}$$

- Parametry $\Gamma_1$, $\Gamma_2$, $\Gamma_{12}$, $\Gamma_{21}$ souvisí s tlumením soustavy v důsledku interakce s okolím

# Vývoj dvouhladinového systému – Pauliho řídící rovnice

- Vývoj kvantových systémů obecně popisuje tzv. časová Schrödigerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

- Vývoj dvouhladinové soustavy popisují tzv. *Pauliovy rovnice* (zjednodušená Schrödingerova rovnice pro statistický operátor, respektive jeho složky)

$$\frac{\partial\rho_{11}}{\partial t} = \Gamma_2\rho_{22} - \Gamma_1\rho_{11} \qquad \frac{\partial\rho_{12}}{\partial t} = -\left(\Gamma_{21} - \mathrm{i}\omega_{21}\right)\rho_{12}$$

$$\frac{\partial\rho_{22}}{\partial t} = \Gamma_1\rho_{11} - \Gamma_2\rho_{22} \qquad \frac{\partial\rho_{21}}{\partial t} = -\left(\Gamma_{12} + \mathrm{i}\omega_{21}\right)\rho_{21}$$

- Parametry $\Gamma_1$, $\Gamma_2$, $\Gamma_{12}$, $\Gamma_{21}$ souvisí s tlumením soustavy v důsledku interakce s okolím
- Energie interakce mezi atomem a polem $\vec{\mathcal{E}}(t)$ působícím na dipólový moment $\vec{d}$ dvouhladinové soustavy

$$W = -\vec{d}\cdot\vec{\mathcal{E}}(t)$$

# Rovnice poloklasické teorie interakce látky a záření

- K Pauliho rovnicím přidáme energii interakce dipólu dvouhladinové soustavy s vnějším polem a postupně přejdeme od prvků matice hustoty k střední hodnotě inverze populace hladin a dipólového momentu

# Rovnice poloklasické teorie interakce látky a záření

- K Pauliho rovnicím přidáme energii interakce dipólu dvouhladinové soustavy s vnějším polem a postupně přejdeme od prvků matice hustoty k střední hodnotě inverze populace hladin a dipólového momentu
- Příspěvky k inverzi populace hladin a polarizaci od jednotlivých kvantových soustav tvořících makroskopické prostředí sečteme $\vec{P} = \sum\langle\vec{d}\rangle$, $N = \sum\langle\vec{n}\rangle$

# Rovnice poloklasické teorie interakce látky a záření

- K Pauliho rovnicím přidáme energii interakce dipólu dvouhladinové soustavy s vnějším polem a postupně přejdeme od prvků matice hustoty k střední hodnotě inverze populace hladin a dipólového momentu
- Příspěvky k inverzi populace hladin a polarizaci od jednotlivých kvantových soustav tvořících makroskopické prostředí sečteme $\vec{P} = \sum \langle \vec{d} \rangle$, $N = \sum \langle \vec{n} \rangle$
- Získáme rovnice pro makroskopickou polarizaci a inverzi populace hladin nahrazující materiálové vztahy:

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2} \right)^2 + \omega_{21}^2 \right] \vec{P} = -2\omega_{21} \frac{\vec{E}}{\hbar} |\vec{d}_{21}|^2 N$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_1} \right) (N - N_0) = \frac{2\vec{E}}{\hbar \omega_{21}} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2} \right) \vec{P}$$

- K Pauliho rovnicím přidáme energii interakce dipólu dvouhladinové soustavy s vnějším polem a postupně přejdeme od prvků matice hustoty k střední hodnotě inverze populace hladin a dipólového momentu
- Příspěvky k inverzi populace hladin a polarizaci od jednotlivých kvantových soustav tvořících makroskopické prostředí sečteme $\vec{P} = \sum\langle\vec{d}\rangle$, $N = \sum\langle\vec{n}\rangle$
- Získáme rovnice pro makroskopickou polarizaci a inverzi populace hladin nahrazující materiálové vztahy:

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)^2 + \omega_{21}^2\right]\vec{P} = -2\omega_{21}\frac{\vec{E}}{\hbar}|\vec{d}_{21}|^2 N$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_1}\right)(N - N_0) = \frac{2\vec{E}}{\hbar\omega_{21}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)\vec{P}$$

- Deterministické pole popisujeme klasiky – Maxwellovy rovnice $\rightarrow$ vlnová rovnice:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}$$

# Rovnice poloklasické teorie interakce látky a záření

- K Pauliho rovnicím přidáme energii interakce dipólu dvouhladinové soustavy s vnějším polem a postupně přejdeme od prvků matice hustoty k střední hodnotě inverze populace hladin a dipólového momentu
- Příspěvky k inverzi populace hladin a polarizaci od jednotlivých kvantových soustav tvořících makroskopické prostředí sečteme $\vec{P} = \sum\langle\vec{d}\rangle$, $N = \sum\langle\vec{n}\rangle$
- Získáme rovnice pro makroskopickou polarizaci a inverzi populace hladin nahrazující materiálové vztahy:

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)^2 + \omega_{21}^2\right]\vec{P} = -2\omega_{21}\frac{\vec{E}}{\hbar}|\vec{d}_{21}|^2 N$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_1}\right)(N - N_0) = \frac{2\vec{E}}{\hbar\omega_{21}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)\vec{P}$$

- Deterministické pole popisujeme klasiky – Maxwellovy rovnice $\rightarrow$ vlnová rovnice:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}$$

- Vzájemně vázané nelineární vektorové parciální diferenciální rovnice druhého řádu $\Rightarrow$ vlastně je to celkem 7 rovnic

- K Pauliho rovnicím přidáme energii interakce dipólu dvouhladinové soustavy s vnějším polem a postupně přejdeme od prvků matice hustoty k střední hodnotě inverze populace hladin a dipólového momentu
- Příspěvky k inverzi populace hladin a polarizaci od jednotlivých kvantových soustav tvořících makroskopické prostředí sečteme $\vec{P} = \sum\langle\vec{d}\rangle$, $N = \sum\langle\vec{n}\rangle$
- Získáme rovnice pro makroskopickou polarizaci a inverzi populace hladin nahrazující materiálové vztahy:

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)^2 + \omega_{21}^2\right]\vec{P} = -2\omega_{21}\frac{\vec{E}}{\hbar}|\vec{d}_{21}|^2 N$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_1}\right)(N - N_0) = \frac{2\vec{E}}{\hbar\omega_{21}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)\vec{P}$$

- Deterministické pole popisujeme klasiky – Maxwellovy rovnice $\rightarrow$ vlnová rovnice:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}$$

- Vzájemně vázané nelineární vektorové parciální diferenciální rovnice druhého řádu $\Rightarrow$ vlastně je to celkem 7 rovnic
- Zahrnují všechny kvantové aspekty odezvy dvouhladinové kvantové soustavy

# Rovnice poloklasické teorie interakce látky a záření

Pole **E** indukuje polarizaci prostředí **P**

**Elektormagnetické pole - Vlnová rovnice**

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}$$

Polarizace prostředí **P** je zdrojem pole **E**

**Prostředí - Rovnice pro makroskopickou polarizaci a inverzi populace hladin**

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)^2 + \omega_{21}^2\right]\vec{P} = -2\omega_{21}\frac{\vec{E}}{\hbar}|\vec{d}_{21}|^2 N$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_1}\right)(N - N_0) = \frac{2\vec{E}}{\hbar\omega_{21}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\right)\vec{P}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\vec{E}$ | Elmag. pole | $T_1$ | Relaxace inverze populace hladin |
| $\vec{P}$ | Makroskopická polarizace | $T_2$ | Relaxace makroskopické polarizace |
| $N$ | Inverze populace hladin | $\omega_{21}$ | Rezonanční frekvence |
| $N_0$ | Inverze populace hladin bez vnějšího pole | $\lvert\vec{d}_{21}\rvert$ | Velikost dipólového momentu |

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí
- Záření popisuje klasicky elektromagnetická vlna (amplituda, frekvence, MR)

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí
- Záření popisuje klasicky elektromagnetická vlna (amplituda, frekvence, MR)
- Odezva prostředí na záření je makroskopicky vyjádřena pomocí polarizace

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí
- Záření popisuje klasicky elektromagnetická vlna (amplituda, frekvence, MR)
- Odezva prostředí na záření je makroskopicky vyjádřena pomocí polarizace
- Prostředí je popsáno kvantově jako soubor mnoha stejných dvouhladinových kvantových soustav (rezonanční frekvence)

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí
- Záření popisuje klasicky elektromagnetická vlna (amplituda, frekvence, MR)
- Odezva prostředí na záření je makroskopicky vyjádřena pomocí polarizace
- Prostředí je popsáno kvantově jako soubor mnoha stejných dvouhladinových kvantových soustav (rezonanční frekvence)
- Mikroskopický popis prostředí představuje statistický operátor (Blochův vektor), operátor dipólového momentu a Pauliho rovnice

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí
- Záření popisuje klasicky elektromagnetická vlna (amplituda, frekvence, MR)
- Odezva prostředí na záření je makroskopicky vyjádřena pomocí polarizace
- Prostředí je popsáno kvantově jako soubor mnoha stejných dvouhladinových kvantových soustav (rezonanční frekvence)
- Mikroskopický popis prostředí představuje statistický operátor (Blochův vektor), operátor dipólového momentu a Pauliho rovnice
- Vazbu pole a prostředí mikroskopicky popisuje energie dipólu kvantové soustavy ve vnějším elamg. poli

# Shrnutí

- Poloklasická teorie interakce záření a rezonančního prostředí
- Záření popisuje klasicky elektromagnetická vlna (amplituda, frekvence, MR)
- Odezva prostředí na záření je makroskopicky vyjádřena pomocí polarizace
- Prostředí je popsáno kvantově jako soubor mnoha stejných dvouhladinových kvantových soustav (rezonanční frekvence)
- Mikroskopický popis prostředí představuje statistický operátor (Blochův vektor), operátor dipólového momentu a Pauliho rovnice
- Vazbu pole a prostředí mikroskopicky popisuje energie dipólu kvantové soustavy ve vnějším elamg. poli
- Řešením Puliho rovnic a přechodem od elementů statistického operátoru ke střední hodnotě operátoru dipólového momentu a obsazení hladin a následným přechodem k makroskopickým proměnným $\vec{P}$ a $N$ dostáváme rovnice pro poloklasický model odezvy rezonančního prostředí na záření.

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{T_2}\right)^2+\omega_{21}^2\right]\vec{P}=-2\omega_{21}\frac{\vec{E}}{\hbar}|\vec{d}_{21}|^2 N$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{T_1}\right)(N-N_0)=\frac{2\vec{E}}{\hbar\omega_{21}}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{T_2}\right)\vec{P}$$

# Literatura


- VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
- VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 (http://space.fjfi.cvut.cz/web/sulc/ulat/)
- VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
  SALEH, B. E. A. TEICH, M. C.: *Základy fotoniky – 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995
- LONČAR, G.: *Elektrodynamika I*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1990
- Štol, I.: *Elektřina a magnetismus*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994
- Přednášky: http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/lt1/