# Laserová technika

## Rychlostní rovnice. Dynamika laseru s krátkým rezonátorem Q-spínání. Spínání ziskem.

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické v Praze
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

6. května 2022

# Program přednášek

1. Poloklasická teorie šíření rezonančního záření dvouhladinovým prostředím
2. Šíření stacionární rovinné vlny v aktivním prostředí
3. Šíření optických impulsů v aktivním prostředí
4. Laser v aproximaci rychlostních rovnic
5. Rychlostní rovnice pro Q-spínaný laser
6. Koherentní šíření impulsu a zesílená spontánní emise

## Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

# Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky
Prostředí soubor dvouhladinových kvantových soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

**Záření** elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

**Prostředí** soubor dvouhladinových kvantových soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

**Interakce záření s hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

**Záření** elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

**Prostředí** soubor dvouhladinových kvantových soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

**Interakce záření s hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

**Odezva prostředí** 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a $N$. Prostředí je pro rezonanční záření disperzní a nelineární

# Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

**Záření** elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

**Prostředí** soubor dvouhladinových kvantových soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

**Interakce záření s hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

**Odezva prostředí** 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a $N$. Prostředí je pro rezonanční záření disperzní a nelineární

**Signál** pomalu proměnný impulz s harmonickou nosnou frekvencí $\omega \gg T_{\mathrm{imp}}^{-1}$ v rezonanci ($\omega = \omega_{21}$) a bez fázové modulace $\rightarrow$ tři rovnice pro obálku

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

**Záření** elektromagnetická vlna, popisují MR klasicky

**Prostředí** soubor dvouhladinových kvantových soustav, $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

**Interakce záření s hmotou** prostřednictvím polarizace prostředí $\hat{W} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$

**Odezva prostředí** 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro $\vec{E}$, $\vec{P}$ a $N$. Prostředí je pro rezonanční záření disperzní a nelineární

**Signál** pomalu proměnný impulz s harmonickou nosnou frekvencí $\omega \gg T_{\text{imp}}^{-1}$ v rezonanci ($\omega = \omega_{21}$) a bez fázové modulace $\rightarrow$ tři rovnice pro obálku

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} = \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} = -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N$$

$$\frac{\partial N}{\partial t'} = -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2$$

$T_2 \ll T_{\text{imp}} \ll T_1$ Aproximace rychlostních rovnic

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s} \frac{N}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21} \mu c N I - \frac{I}{\tau_c}$$

# Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$
$$\frac{dI}{dt} = \sigma\mu cNI - \frac{I}{\tau_c}$$

- Rovnice pro časový vývoj $N$ a $I$ odvozené v aproximaci rychlostních rovnic z poloklasické teorie interakce rezonančního záření s látkou

# Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$
$$\frac{dI}{dt} = \sigma\mu c N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Rovnice pro časový vývoj $N$ a $I$ odvozené v aproximaci rychlostních rovnic z poloklasické teorie interakce rezonančního záření s látkou
- Možné jsou i jiné zápisy ($N$ může být nahrazeno ziskem $g = \sigma N$, intenzita světla $I$ může být nahrazena hustotu energie, hustou fotonů a pod.)

# Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$
$$\frac{dI}{dt} = \sigma\mu c N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Rovnice pro časový vývoj $N$ a $I$ odvozené v aproximaci rychlostních rovnic z poloklasické teorie interakce rezonančního záření s látkou
- Možné jsou i jiné zápisy ($N$ může být nahrazeno ziskem $g = \sigma N$, intenzita světla $I$ může být nahrazena hustotu energie, hustou fotonů a pod.)
- Rovnice vyjadřují dynamiku interakce záření a prostředí v laserovém rezonátoru – přenos energie mezi záření a prostředím zprostředkovaný absorpcí, spontánní a stimulovanou emisí

# Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$
$$\frac{dI}{dt} = \sigma\mu c N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Rovnice pro časový vývoj $N$ a $I$ odvozené v aproximaci rychlostních rovnic z poloklasické teorie interakce rezonančního záření s látkou
- Možné jsou i jiné zápisy ($N$ může být nahrazeno ziskem $g = \sigma N$, intenzita světla $I$ může být nahrazena hustotu energie, hustou fotonů a pod.)
- Rovnice vyjadřují dynamiku interakce záření a prostředí v laserovém rezonátoru – přenos energie mezi záření a prostředím zprostředkovaný absorpcí, spontánní a stimulovanou emisí
- Zanedbáváme prostorové rozložení $N$ a $I$ v rezonátoru

# Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma\mu cNI - \frac{I}{\tau_c}$$

- Rovnice pro časový vývoj $N$ a $I$ odvozené v aproximaci rychlostních rovnic z poloklasické teorie interakce rezonančního záření s látkou
- Možné jsou i jiné zápisy ($N$ může být nahrazeno ziskem $g = \sigma N$, intenzita světla $I$ může být nahrazena hustotu energie, hustou fotonů a pod.)
- Rovnice vyjadřují dynamiku interakce záření a prostředí v laserovém rezonátoru – přenos energie mezi záření a prostředím zprostředkovaný absorpcí, spontánní a stimulovanou emisí
- Zanedbáváme prostorové rozložení $N$ a $I$ v rezonátoru
- Předpokládáme, že po dobu oběhu rezonátoru se hodnota $N$ a $I$ mění jen zanedbatelně

# Rychlostní rovnice pro laser s krátkým rezonátorem

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$
$$\frac{dI}{dt} = \sigma\mu c N I - \frac{I}{\tau_c}$$

- Rovnice pro časový vývoj $N$ a $I$ odvozené v aproximaci rychlostních rovnic z poloklasické teorie interakce rezonančního záření s látkou
- Možné jsou i jiné zápisy ($N$ může být nahrazeno ziskem $g = \sigma N$, intenzita světla $I$ může být nahrazena hustotu energie, hustou fotonů a pod.)
- Rovnice vyjadřují dynamiku interakce záření a prostředí v laserovém rezonátoru – přenos energie mezi záření a prostředím zprostředkovaný absorpcí, spontánní a stimulovanou emisí
- Zanedbáváme prostorové rozložení $N$ a $I$ v rezonátoru
- Předpokládáme, že po dobu oběhu rezonátoru se hodnota $N$ a $I$ mění jen zanedbatelně
- Zanedbáváme spektrální a módovou strukturu laserového záření (aproximace rovinné vlny)

# Normalizace rychlostních rovnic

- V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21}\mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

# Normalizace rychlostních rovnic

- V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21}\mu cNI - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

- jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1\right) I_s$$

# Normalizace rychlostních rovnic

- V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21}\mu cNI - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

- jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1\right) I_s$$

- ... zavedeme nové bezrozměrné parametry a proměnné:

$$\mathcal{N} = \frac{N}{N_0} \quad \rightarrow \quad N = N_0\mathcal{N}; \qquad \mathcal{I} = \frac{I}{I_0} \quad \rightarrow \quad I = I_0\mathcal{I}$$

$$\mathcal{W} = \frac{W}{W_0} \quad \rightarrow \quad W = W_0\mathcal{W} \qquad \mathcal{T} = \frac{t}{\tau_c} \quad \rightarrow \quad t = \tau_c\mathcal{T}$$

# Normalizace rychlostních rovnic

- V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21}\mu c N I - \frac{I}{\tau_c}; \qquad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

- jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1\right) I_s$$

- ... zavedeme nové bezrozměrné parametry a proměnné:

$$\mathcal{N} = \frac{N}{N_0} \quad \rightarrow \quad N = N_0 \mathcal{N}; \qquad \mathcal{I} = \frac{I}{I_0} \quad \rightarrow \quad I = I_0 \mathcal{I}$$

$$\mathcal{W} = \frac{W}{W_0} \quad \rightarrow \quad W = W_0 \mathcal{W} \qquad \mathcal{T} = \frac{t}{\tau_c} \quad \rightarrow \quad t = \tau_c \mathcal{T}$$

- Rychlostní rovnice mají s jejich použitím tvar ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]$$

# Normalizace rychlostních rovnic

- V rychlostních rovnicích...

$$\frac{dI}{dt} = \sigma_{21}\mu cNI - \frac{I}{\tau_c}; \quad \frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{\tau_{21}} - \frac{I}{I_s}\frac{N}{\tau_{21}}$$

- jejichž stacionární řešení má tvar ($I_0 > 0$):

$$N_0 = \frac{1}{\tau_c \mu c \sigma_{21}}, \quad W_0 = \frac{N_0}{\tau_{21}}, \quad I_0 = \left(\frac{W}{W_0} - 1\right) I_s$$

- ...zavedeme nové bezrozměrné parametry a proměnné:

$$\mathcal{N} = \frac{N}{N_0} \rightarrow N = N_0\mathcal{N}; \qquad \mathcal{I} = \frac{I}{I_0} \rightarrow I = I_0\mathcal{I}$$

$$\mathcal{W} = \frac{W}{W_0} \rightarrow W = W_0\mathcal{W} \qquad \mathcal{T} = \frac{t}{\tau_c} \rightarrow t = \tau_c\mathcal{T}$$

- Rychlostní rovnice mají s jejich použitím tvar ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]$$

- Rovnice popisující dynamiku laseru ve fázové rovině $\mathcal{N} - \mathcal{I}$:

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{N}} = \frac{(\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}}{\eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]}$$

# Rychlostní rovnice v režimu volné generace

- Normované rychlostní rovnice ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

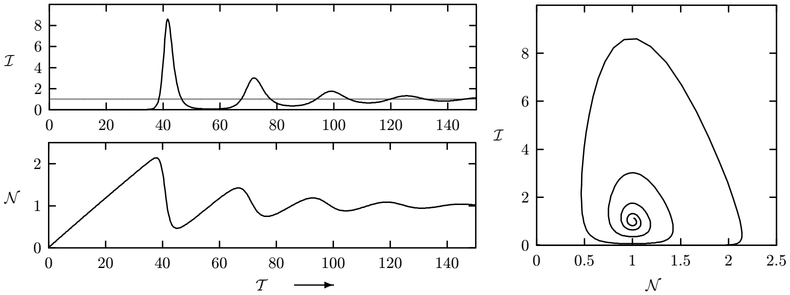
$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]$$

# Rychlostní rovnice v režimu volné generace

- Normované rychlostní rovnice ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]$$

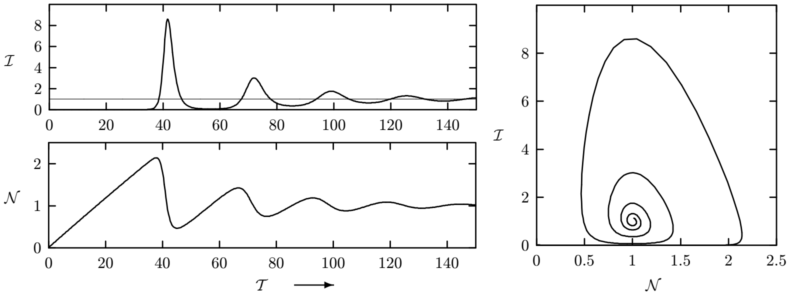
- Numerické řešení rychlostních rovnic pro $\mathcal{W} = 30,\ \eta = 2 \times 10^{-3}$



- Normované rychlostní rovnice ($\eta = \tau_c/\tau_{21}$):

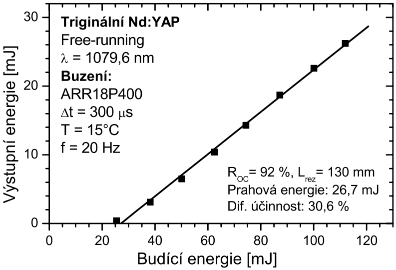
$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\Big[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\Big]$$

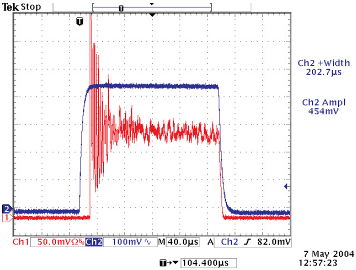
- Numerické řešení rychlostních rovnic pro $\mathcal{W} = 30,\ \eta = 2 \times 10^{-3}$

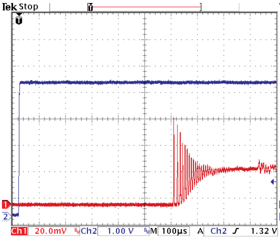


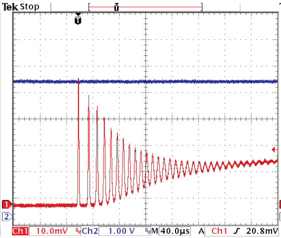

- Časový vývoj normované inverze populace hladin a intenzity laserového záření

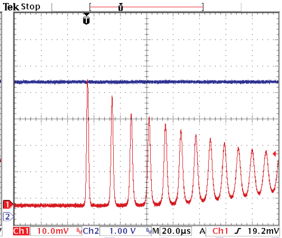
- Příklad naměřené výstupní charakteristiky laseru pro kombinaci *výstupní zrcadlo – délka rezonátoru* s maximální výstupní energii a příklad časové struktury generovaného záření.



# Režim Q-spínání

- Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.

# Režim Q-spínání

- Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.

## Režim Q-spínání

- Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny $\Rightarrow$ práh generace laseru zvýšen $\Rightarrow$ je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)

# Režim Q-spínání

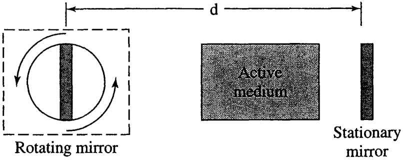
- Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny $\Rightarrow$ práh generace laseru zvýšen $\Rightarrow$ je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)
- Ztráty rezonátoru jsou ve vhodný okamžik prudce sníženy na běžnou hodnotu a sníží se práh generace.

# Režim Q-spínání

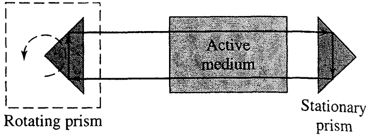
- Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny $\Rightarrow$ práh generace laseru zvýšen $\Rightarrow$ je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)
- Ztráty rezonátoru jsou ve vhodný okamžik prudce sníženy na běžnou hodnotu a sníží se práh generace.
- V tomto okamžiku je $N > N_0$ a tedy $\mathcal{N} > 1$ a dochází k exponenciálnímu nárůstu intenzity laserového záření uvnitř rezonátoru $\Rightarrow$ gigantický impuls.

# Režim Q-spínání

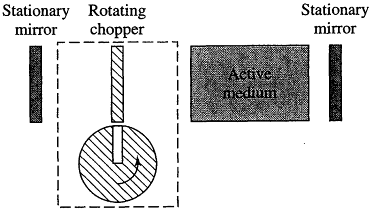
- Q-spínání je metoda, která umožňuje dosáhnout generace vysoce výkonných impulsů laserového záření s délkou od jednotek do stovek nanosekund.
- Základní princip mechanismu generace gigantických Q-spínaných impulsů spočívá v jednorázovém uvolnění energie nahromaděné v aktivním prostředí laseru.
- Ztráty rezonátoru jsou na počátku čerpání uměle zvýšeny $\Rightarrow$ práh generace laseru zvýšen $\Rightarrow$ je zabráněno vzniku relaxačních oscilací a nedochází ke generaci laserového záření ($\mathcal{I} \approx 0$)
- Ztráty rezonátoru jsou ve vhodný okamžik prudce sníženy na běžnou hodnotu a sníží se práh generace.
- V tomto okamžiku je $N > N_0$ a tedy $\mathcal{N} > 1$ a dochází k exponenciálnímu nárůstu intenzity laserového záření uvnitř rezonátoru $\Rightarrow$ gigantický impuls.
- Po vyčerpaní energie nahromaděné v inverzi populace hladin impulz doznívá s časovou konstantou $\tau_c$.



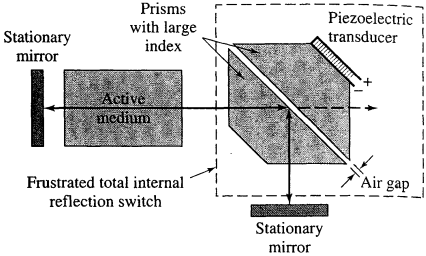

(a) A cavity with a rotating mirror




(b) A cavity with a rotating prism

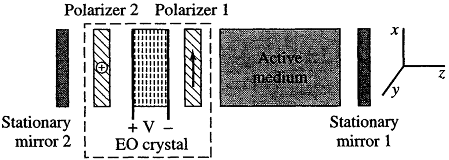



(c) A cavity with a rotating chopper

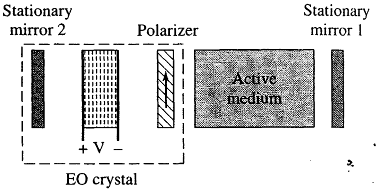



(d) A cavity with a frustrated total internal reflection switch

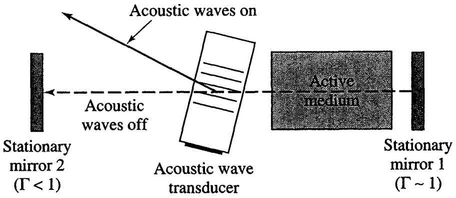
# Metody Q-spínání – elektronické a pasivní



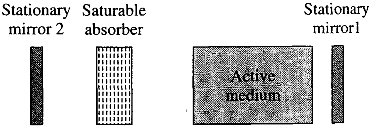

(e) An electrically controlled gate with a half-wave EO crystal and two polarizers with crossed transmission axes




(f) A polarizer, a quarter-wave EO crystal, and mirror 2 acting as an electrically controlled switch

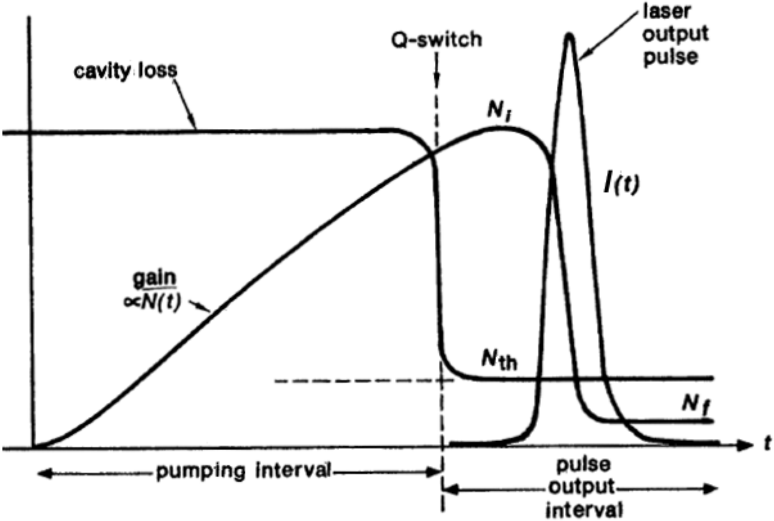



(g) Acoustooptic Q-switch




(h) A cavity with a saturable absorber

# Vybudování Q-spínaného impulsu



# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\Big[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\Big]$$

# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\Big[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\Big]$$

- Proces generace Q-spínaného impulsu probíhá během doby srovnatelné s dobou života fotonu v laserovém oscilátoru

# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]$$

- Proces generace Q-spínaného impulsu probíhá během doby srovnatelné s dobou života fotonu v laserovém oscilátoru
- Během této doby dojde pouze k nepatrné změně inverze populace hladin v důsledku čerpání a fluorescence ve srovnání s vlivem způsobeným prudkým nárůstem intenzity a proto budou při analytickém řešení tyto změny zanedbány

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}$$

$$\frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\xi\mathcal{I}\mathcal{N}$$

kde

$$\xi = \eta\,(\mathcal{W} - 1)$$

# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- Normovaný tvar rychlostních rovnic

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}; \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = \eta\left[\mathcal{W} - \mathcal{N} - (\mathcal{W} - 1)\mathcal{I}\mathcal{N}\right]$$

- Proces generace Q-spínaného impulsu probíhá během doby srovnatelné s dobou života fotonu v laserovém oscilátoru
- Během této doby dojde pouze k nepatrné změně inverze populace hladin v důsledku čerpání a fluorescence ve srovnání s vlivem způsobeným prudkým nárůstem intenzity a proto budou při analytickém řešení tyto změny zanedbány

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\mathcal{I}$$

$$\frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\xi\mathcal{I}\mathcal{N}$$

kde

$$\xi = \eta(\mathcal{W} - 1)$$

- Zavedeme novou funkci pro intenzitu ve tvaru

$$\mathcal{J} = \xi\mathcal{I}$$

# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- …dostaneme rychlostní rovnice, jejich řešení je závislé pouze na počátečním stupni inverze:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\,\mathcal{J}, \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N}$$

# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- . . . dostaneme rychlostní rovnice, jejich řešení je závislé pouze na počátečním stupni inverze:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\,\mathcal{J}, \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N}$$

- Po vyloučení normovaného času $\mathcal{T}$ dostaneme:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{N}} = -\frac{\mathcal{N} - 1}{\mathcal{N}}$$

# Analytické řešení rychlostních rovnic pro Q-spínaný laser

- …dostaneme rychlostní rovnice, jejich řešení je závislé pouze na počátečním stupni inverze:

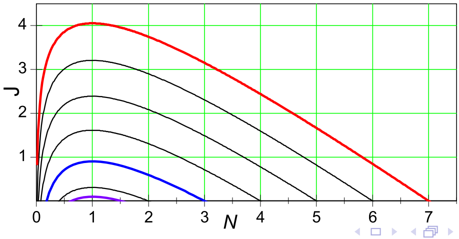
$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\,\mathcal{J}, \qquad \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N}$$

- Po vyloučení normovaného času $\mathcal{T}$ dostaneme:

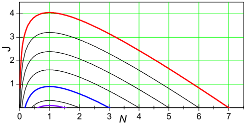
$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{N}} = -\frac{\mathcal{N} - 1}{\mathcal{N}}$$

- Separujeme proměnné a řešíme za předpokladu, že na počátku je inverze populace $\mathcal{N}_i$ a hustota fotonů $\mathcal{J} = 0$:

$$\int_0^{\mathcal{J}} d\mathcal{J} = \int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}} \left(\frac{1}{\mathcal{N}} - 1\right) d\mathcal{N} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J} = \ln\mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln\mathcal{N}_i$$



# Špičková intenzita Q-spínaného impulzu



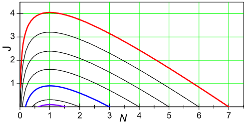

- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

# Špičková intenzita Q-spínaného impulzu

- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

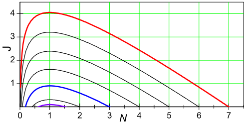
$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$




- Dosazením $\mathcal{N} = 1$, kdy $d\mathcal{J}/d\mathcal{T} = 0$, dostaneme špičkovou intenzitu $\mathcal{J}_{max}$ Q-spínaného impulzu:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\,\mathcal{J} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J}_{max} = \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1$$

# Špičková intenzita Q-spínaného impulzu




- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

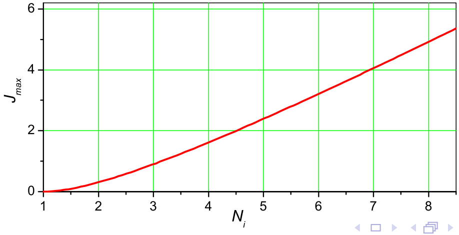
- Dosazením $\mathcal{N} = 1$, kdy $d\mathcal{J}/d\mathcal{T} = 0$, dostaneme špičkovou intenzitu $\mathcal{J}_{max}$ Q-spínaného impulzu:

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N} - 1)\,\mathcal{J} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J}_{max} = \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1$$

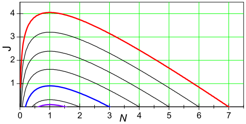
- Po odnormování dostaneme pro maximální výstupní intenzitu (pro $R \approx 1$):

$$I_{max} \doteq \mathcal{J}_{max} \frac{1-R}{2} \frac{E_s}{\tau_c}$$

kde $E_s = \hbar\omega_{21}/\kappa\sigma_{21}$ je saturační hustota energie (parametr aktivního prostředí)



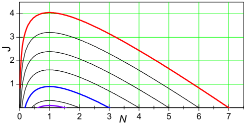
# Zbytková inverze v aktivním prostředí $\mathcal{N}_f$




- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

# Zbytková inverze v aktivním prostředí $\mathcal{N}_f$

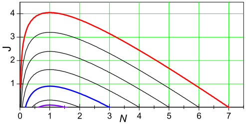



- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

- Určíme hodnotu inverze populace hladin $\mathcal{N}_f$, která se ustálí po vygenerování Q-spínaného impulsu, kdy je opět $\mathcal{J} = 0$. Tehdy:

$$0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$




- Využijeme vztah mezi intenzitou a inverzí:

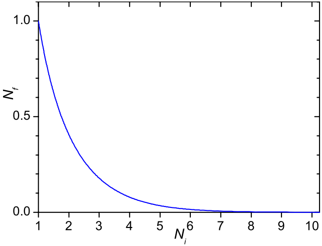
$$\mathcal{J} = \ln \mathcal{N} - \mathcal{N} + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

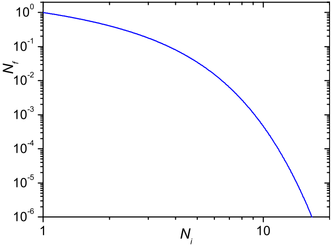
- Určíme hodnotu inverze populace hladin $\mathcal{N}_f$, která se ustálí po vygenerování Q-spínaného impulsu, kdy je opět $\mathcal{J} = 0$. Tehdy:

$$0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i$$

- . . . a tedy:[1]

$$\mathcal{N}_f = -\,\mathrm{LambertW}\left(-\frac{\mathcal{N}_i}{\exp \mathcal{N}_i}\right)$$




[1] Funkce $W(x) = \mathrm{LambertW}(x)$ je definována jako řešení transcendentní rovnice $W(x)\exp[W(x)] = x$.

# Energie Q-spínaného impulzu

- Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = -\int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = -\int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

# Energie Q-spínaného impulzu

- Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = -\int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = -\int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- . . . nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

# Energie Q-spínaného impulzu

- Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = -\int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = -\int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ...nebo-li $(0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- Odnormování (pro $R \approx 1$):

$$E = \frac{1-R}{2} S E_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

# Energie Q-spínaného impulzu

- Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = -\int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = -\int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- Odnormování (pro $R \approx 1$):

$$E = \frac{1-R}{2} S E_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

- kde $S$ je plocha laserového svazku, $E_s$ je saturační hustota energie:

$$E_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}}$$

# Energie Q-spínaného impulzu

- Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = -\int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = -\int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ... nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- Odnormování (pro $R \approx 1$):

$$E = \frac{1-R}{2} S E_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

- kde $S$ je plocha laserového svazku, $E_s$ je saturační hustota energie:

$$E_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}}$$

- Součin $SE_s$ udává maximální extrahovatelnou energii, která je tím vyšší, čím je menší účinný průřez pro stimulovanou emisi.

- Celková normovaná energie v impulsu:

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{J} d\mathcal{T} = \left\{ \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} = -\mathcal{J}\mathcal{N} \right\} = -\int_0^\infty \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{d\mathcal{N}}{d\mathcal{T}} d\mathcal{T} = -\int_{\mathcal{N}_i}^{\mathcal{N}_f} \frac{d\mathcal{N}}{\mathcal{N}} = \ln \frac{\mathcal{N}_i}{\mathcal{N}_f}$$

- ...nebo-li ($0 = \ln \mathcal{N}_f - \mathcal{N}_f + \mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i \Rightarrow \ln(\mathcal{N}_i/\mathcal{N}_f) = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$)

$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f$$

- Odnormování (pro $R \approx 1$):

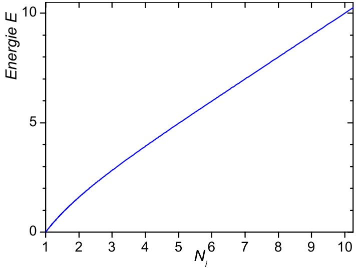
$$E = \frac{1-R}{2} S E_s (\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f)$$

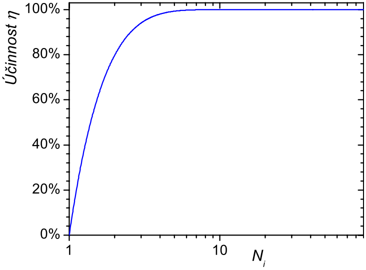
- kde $S$ je plocha laserového svazku, $E_s$ je saturační hustota energie:

$$E_s = \frac{\hbar\omega_{21}}{\kappa\sigma_{21}}$$

- Součin $SE_s$ udává maximální extrahovatelnou energii, která je tím vyšší, čím je menší účinný průřez pro stimulovanou emisi.
- Energie zjevně nezáleží na délce aktivního prostředí $L_{ap}$. Je však nutné s daným $\sigma_{21}$ a $\mathcal{N}_i$ dosáhnout prahu generace ($1 \leq R \exp[2\sigma_{21} N_i L_{ap}]$).

# Energie Q-spínaného impulzu a účinnost konverze energie



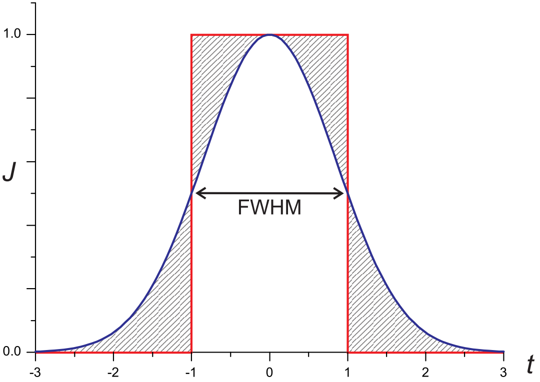




$$\mathcal{E} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f, \quad \eta = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{N}_i} = 1 - \frac{\mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i}$$

- Účinnost konverze energie uložené v aktivním prostředí v podobě inverze populace hladin do energie laserového impulzu roste s rostoucím $\mathcal{N}_i$
- Pro $\mathcal{N}_i > 5$ je $\eta > 95\,\%$

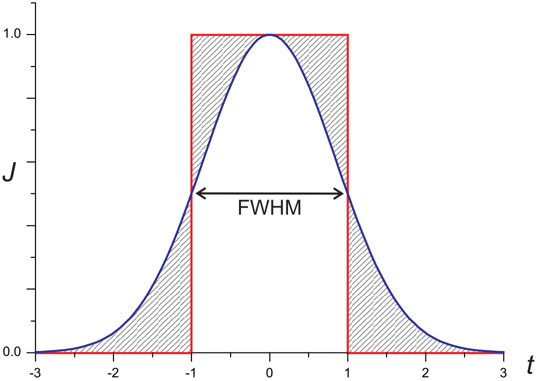
# Doba trvání Q-spínaného impulsu

- Gauss vs obdélník – rozdíl ploch při stejné šířce a amplitudě asi 3 %



# Doba trvání Q-spínaného impulsu

- Gauss vs obdélník – rozdíl ploch při stejné šířce a amplitudě asi 3 %




- Odhad doby trvání impulsu:

$$\mathcal{T}_{imp}(\text{FWHM}) = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}}$$

## Doba trvání Q-spínaného impulsu

- Odhad doby trvání impulsu:

$$\mathcal{T}_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \rightarrow 1 \quad \text{pro} \quad \mathcal{N}_i \rightarrow \infty$$

# Doba trvání Q-spínaného impulsu

- Odhad doby trvání impulsu:

$$\mathcal{T}_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \rightarrow 1 \quad \text{pro} \quad \mathcal{N}_i \rightarrow \infty$$

- Oddnormování:

$$T_{imp} = \tau_c \mathcal{T}_{imp}$$

# Doba trvání Q-spínaného impulsu

- Odhad doby trvání impulsu:

$$\mathcal{T}_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \to 1 \quad \text{pro} \quad \mathcal{N}_i \to \infty$$

- Oddnormování:

$$T_{imp} = \tau_c \mathcal{T}_{imp}$$

- Nejkratší impulz bude mít dobu trvání $\tau_c$.

# Doba trvání Q-spínaného impulsu

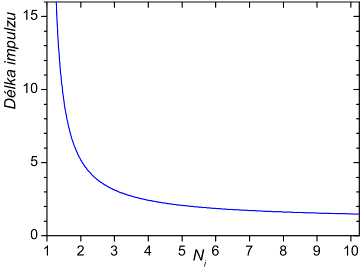
- Odhad doby trvání impulsu:

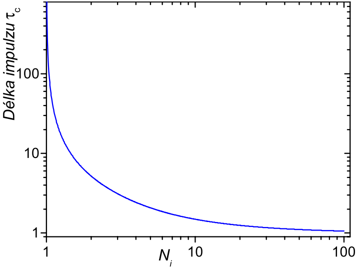
$$\mathcal{T}_{imp} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{J}_{max}} = \frac{\mathcal{N}_i - \mathcal{N}_f}{\mathcal{N}_i - \ln \mathcal{N}_i - 1} \to 1 \quad \text{pro} \quad \mathcal{N}_i \to \infty$$

- Oddnormování:

$$T_{imp} = \tau_c \mathcal{T}_{imp}$$

- Nejkratší impulz bude mít dobu trvání $\tau_c$.
- Délka impulzu v tomto přiblížení nezávisí na vlastnostech aktivního prostředí (kromě jeho vlivu na $\tau_c$), jen na parametrech rezonátoru a dosažitelné relativní inverzi populace hladin.



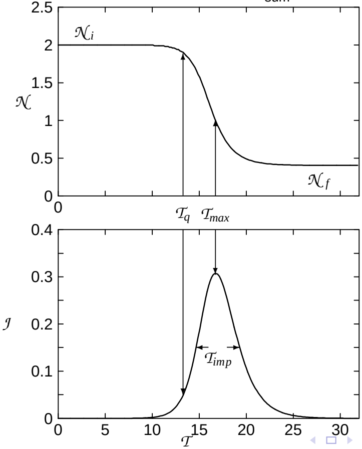
# Doba vybudování Q-spínaného impulsu

- Dobu $\tau_q$ vybudování gigantického impulsu ze šumu $\mathcal{I}_{\text{šum}}$ lze spočítat za předpokladu, že se inverze populace hladin $\mathcal{N}$ až do okamžiku, kdy je dosaženo $\mathcal{I} = 1$, prakticky nemění. Potom:

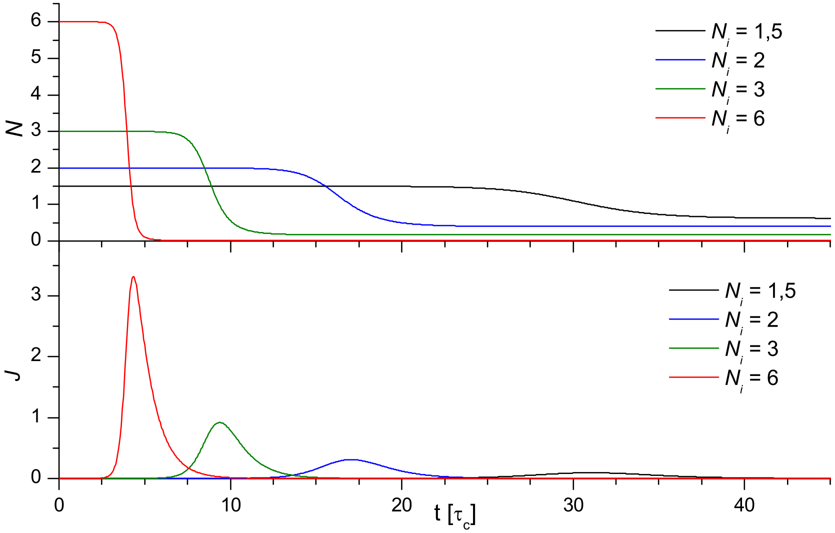
$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N}_i - 1)\mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad \int_0^{\mathcal{T}_q} d\mathcal{T} = \frac{1}{\mathcal{N}_i - 1} \int_{\mathcal{I}_{\text{šum}}}^{1} \frac{1}{\mathcal{I}} d\mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{T}_q = -\frac{\ln(\mathcal{I}_{\text{šum}})}{\mathcal{N}_i - 1}$$

- Dobu $\tau_q$ vybudování gigantického impulsu ze šumu $\mathcal{I}_{\text{šum}}$ lze spočítat za předpokladu, že se inverze populace hladin $\mathcal{N}$ až do okamžiku, kdy je dosaženo $\mathcal{I} = 1$, prakticky nemění. Potom:

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\mathcal{T}} = (\mathcal{N}_i - 1)\mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad \int_0^{\mathcal{T}_q} d\mathcal{T} = \frac{1}{\mathcal{N}_i - 1}\int_{\mathcal{I}_{\text{šum}}}^{1} \frac{1}{\mathcal{I}} d\mathcal{I} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{T}_q = -\frac{\ln(\mathcal{I}_{\text{šum}})}{\mathcal{N}_i - 1}$$



# Vybudování Q-spínaného impulsu



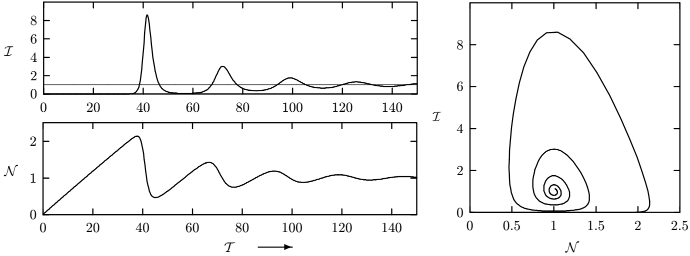
# Spínání ziskem

- S pomocí intenzivního buzení je možné připravit na počátku laserové akce vysokou hodnotu $\mathcal{N}_i$ za dobu kratší, než je doba nutná k vygenerování gigantického impulzu $\mathcal{T}_q$ .

# Spínání ziskem

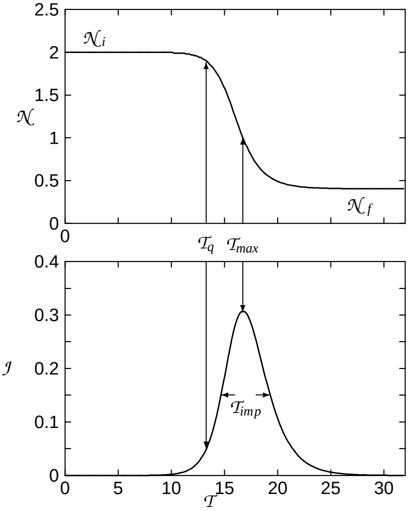
- S pomocí intenzivního buzení je možné připravit na počátku laserové akce vysokou hodnotu $\mathcal{N}_i$ za dobu kratší, než je doba nutná k vygenerování gigantického impulzu $\mathcal{T}_q$ .
- Pokud bude buzení trvat po dobu několikanásobně delší, než je doba $\mathcal{T}_q$, bude na výstupu laseru generován sled impulzů podobný přechodovému jevu v režimu volné generace, s tím rozdílem, že intenzita generovaného záření bude podstatně vyšší, neboť se silně uplatňuje buzení mezi impulzy. Doba trvání prvního impulzu ve sledu je tím kratší, čím je rychlost buzení větší.

- S pomocí intenzivního buzení je možné připravit na počátku laserové akce vysokou hodnotu $\mathcal{N}_i$ za dobu kratší, než je doba nutná k vygenerování gigantického impulzu $\mathcal{T}_q$ .
- Pokud bude buzení trvat po dobu několikanásobně delší, než je doba $\mathcal{T}_q$, bude na výstupu laseru generován sled impulzů podobný přechodovému jevu v režimu volné generace, s tím rozdílem, že intenzita generovaného záření bude podstatně vyšší, neboť se silně uplatňuje buzení mezi impulzy. Doba trvání prvního impulzu ve sledu je tím kratší, čím je rychlost buzení větší.
- Pokud vlastní budící impulz bude podstatně kratší než je doba $\mathcal{T}_q$, budou po jeho ukončení podmínky stejné jako po otevření Q-spínače a generace se bude řídit obdobnými zákony.



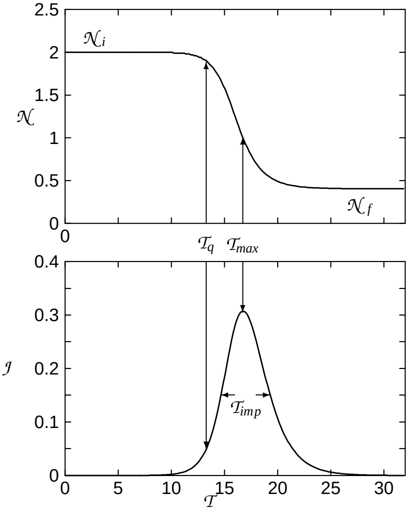
# Shrnutí

# Shrnutí



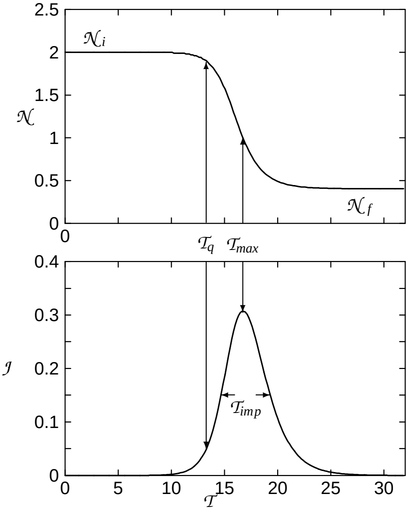
2.5
2
1.5
1
0.5
0
$\mathcal{N}_i$
$\mathcal{N}$
$\mathcal{N}_f$
0
$\mathcal{T}_q$ $\mathcal{T}_{max}$
0.4
0.3
0.2
0.1
0
$\mathcal{I}$
$\mathcal{T}_{imp}$
0 5 10 15 20 25 30
$\mathcal{T}$

# Shrnutí

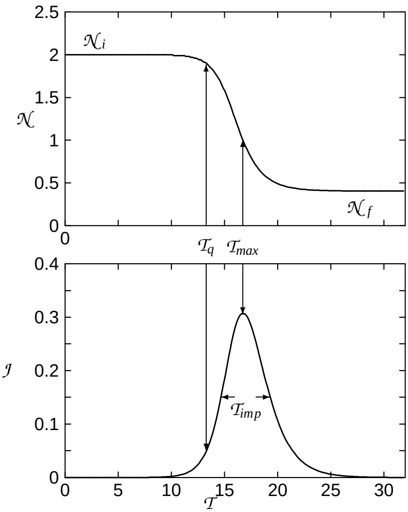


2.5
2
1.5
1
0.5
0
$\mathcal{N}_i$
$\mathcal{N}$
$\mathcal{N}_f$
$\mathcal{T}_q$
$\mathcal{T}_{max}$
0.4
0.3
0.2
0.1
0
$\mathcal{I}$
$\mathcal{T}_{imp}$
0
5
10
15
20
25
30
$\mathcal{T}$

# Shrnutí

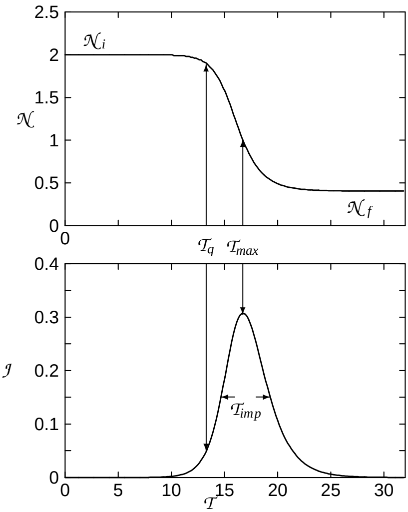



- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání



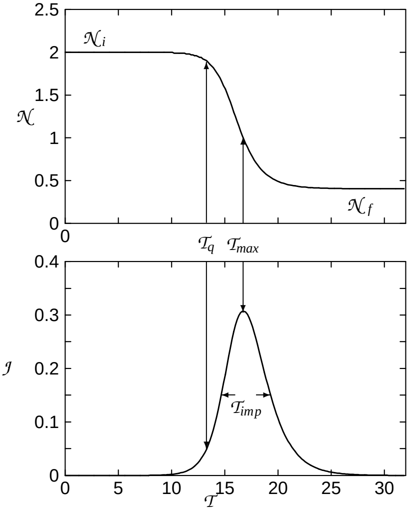

- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- Relaxační oscilace

# Shrnutí



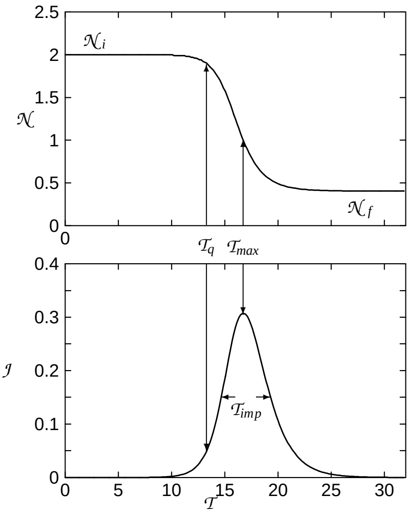

- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- Relaxační oscilace
- Q-spínání, spínání ziskem

# Shrnutí



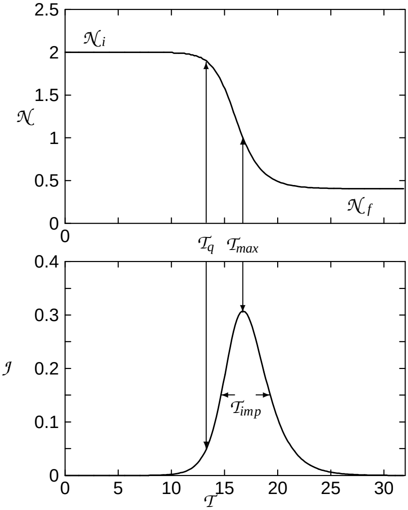

- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- Relaxační oscilace
- Q-spínání, spínání ziskem
  - Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$

# Shrnutí



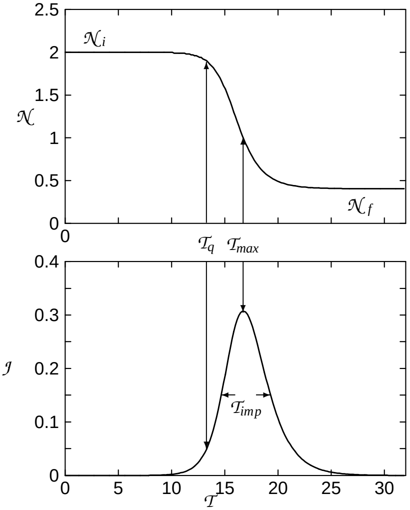

- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- Relaxační oscilace
- Q-spínání, spínání ziskem
  - Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$
  - Energie impulzu a špičkový výkon jsou úměrný saturační energii a $\mathcal{N}_i$

# Shrnutí




- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- Relaxační oscilace
- Q-spínání, spínání ziskem
  - Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$
  - Energie impulzu a špičkový výkon jsou úměrný saturační energii a $\mathcal{N}_i$
  - Nejkratší délka generovaného impulzu odpovídá době života fotonu v rezonátoru

# Shrnutí




- Aproximace rychlostních rovnic pro laser s krátkým rezonátorem – dynamika laseru v režimu volné generace a Q-spínání
- Relaxační oscilace
- Q-spínání, spínání ziskem
  - Parametry impulzu určuje poměr počáteční a prahové inverze laseru $\mathcal{N}_i = N/N_0$
  - Energie impulzu a špičkový výkon jsou úměrný saturační energii a $\mathcal{N}_i$
  - Nejkratší délka generovaného impulzu odpovídá době života fotonu v rezonátoru
- Příště: Koherentní šíření impulzů, ZSE

# Literatura


- VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
- VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 (http://space.fjfi.cvut.cz/web/sulc/ulat/)
- VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
- LONČAR, G.: *Elektrodynamika I*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1990
- Štol, I.: *Elektřina a magnetismus*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994
- Přednášky: http://space.fjfi.cvut.cz/web/sulc/lt1/