

## Světlo jako elektromagnetické záření

### Základní pojmy:

Homogenní prostředí – prostředí, jehož dané vlastnosti jsou ve všech místech v prostředí stejné.  
Izotropní prostředí – prostředí, jehož dané vlastnosti jsou ve všech směrech v prostředí stejné.

### Rovinná elektromagnetická vlna (lineárně polarizovaná)

Vektor intenzity elektrického pole ve směru osy z:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \Phi)$$

fázový člen

pojmy pro opakování:

- amplituda
- směr šíření
- fáze
- frekvence, kruhová frekvence
- vlnové číslo, vlnový vektor
- fázová konstanta
- rychlost

Pevný bod  $z = z_0$  a pevný čas  $t = t_0$

$$\vec{E}(z_0, t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t + \Phi_0) \Rightarrow \omega T = 2\pi \Rightarrow \text{perioda, frekvence}$$

$$\vec{E}(z, t_0) = \vec{i}_y E_0 \cos(kz + \Phi_0) \Rightarrow kz = 2\pi \Rightarrow \text{vlnová délka, vlnočeta}$$

Vlnoplocha – geometrické místo konstantní fáze (porovnání např. rovinné a kulové vlny)

Fázová rychlost vlny  $k = \omega / c$

Obecný směr šíření (vektorový přístup), polarizace

matematický popis kmitů elektromagnetického pole harmonické funkce:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{i}_e E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi) \quad [\text{V/m}]$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{i}_b B_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi) \quad [\text{T}]$$

### Kulová elektromagnetická vlna

Vlnoplocha (geometrické místo konstantní fáze) má tvar koule

$$\vec{E}(r, t) = \vec{i}_y \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \Phi), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

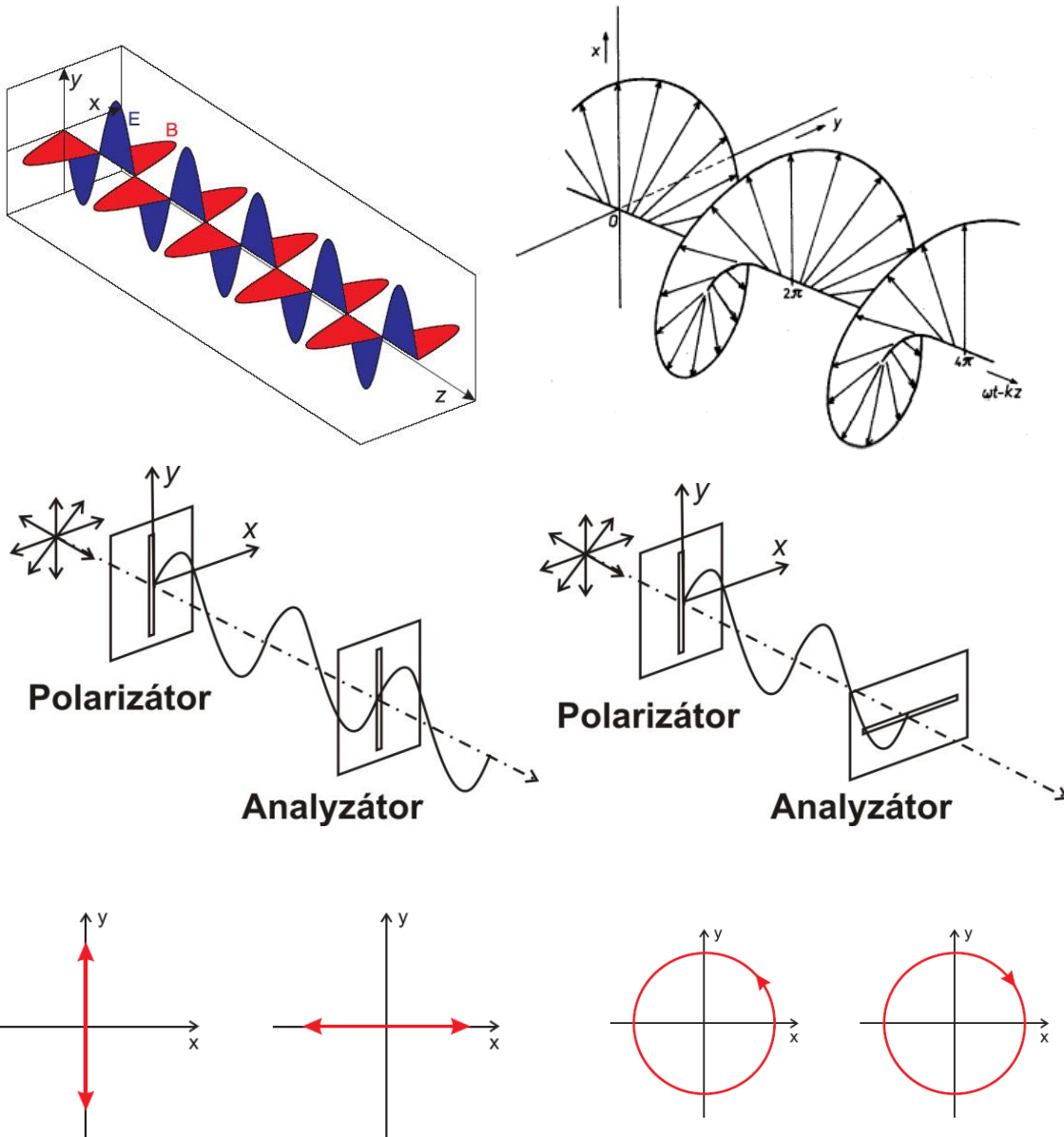
Směr šíření udává vlnový vektor, směr šíření vlny je vždy kolmý na vlnoplochu

### Polarizace elektromagnetické vlny

polarizace elektromagnetické vlny je dána chováním (průběhem) vektoru intenzity elektrického pole  $\vec{E}$

- lineární polarizace – koncový bod  $\vec{E}$  leží na přímce
- kruhová polarizace – koncový bod  $\vec{E}$  leží na kružnici
- eliptická polarizace – koncový bod  $\vec{E}$  leží na elipse
- nepolarizovaná záření (náhodně polarizované)

vertikální x horizontální, levotočivá x pravotočivá



**Objemová hustota energie**

Elektromagnetické pole je formou energie

Hustota energie elektromagnetického pole

$$u = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}}{2}, \text{ kde } \vec{E}, \vec{H} \text{ jsou intenzity a } \vec{D}, \vec{B} \text{ jsou indukce}$$

Střední hodnota objemové energie v izotropním prostředí:

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \epsilon E_0^2 \quad [\text{J/m}^3]$$

**Plošná hustota výkonu elektromagnetické vlny**

**(intenzita elektromagnetické vlny, optického záření, plošná hustota výkonu)**

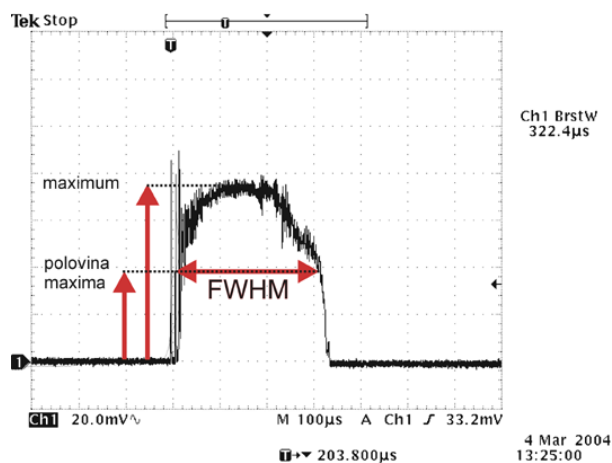
Elektromagnetická postupná vlna přenáší v prostředí energii rychlostí  $c = c_0 / n$

$I = c\bar{u} = \frac{1}{2} c\epsilon E_0^2$  - intenzita záření  $I [\text{W/m}^2]$ , kde  $E_0$  je amplituda vektoru intenzity elektrického pole  $[\text{V/m}]$ .

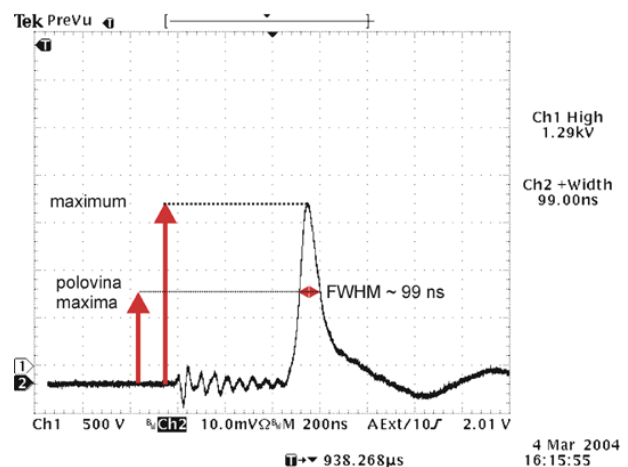
Důležitá definice: Intenzita optického záření je plošná hustota výkonu.  
(energie, která projde jednotkovou plochou za jednotku času)

**Impuls optického záření**

- doba trvání impulsu, délka impulsu – časový úsek, uvnitř kterého je soustředěna podstatná část výstupní energie záření impulsního laseru.
- **délka pulsu FWHM** – „Full Width in Half Maximum“ – plná šířka pulsu na úrovni poloviny maxima
- pomalu proměnná amplituda a fáze, obálka impulsu
- izolovaný impuls
- kvazimonochromatický impuls



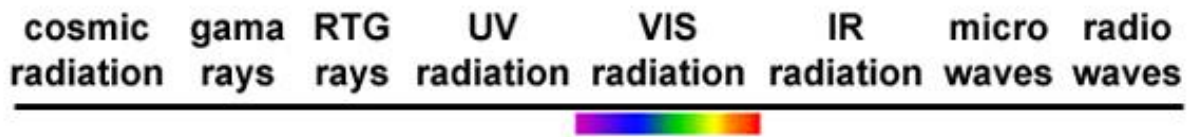
Obr. Příklad laserového pulsu ve volně běžícím režimu (délka FWHM 322.4 µs)



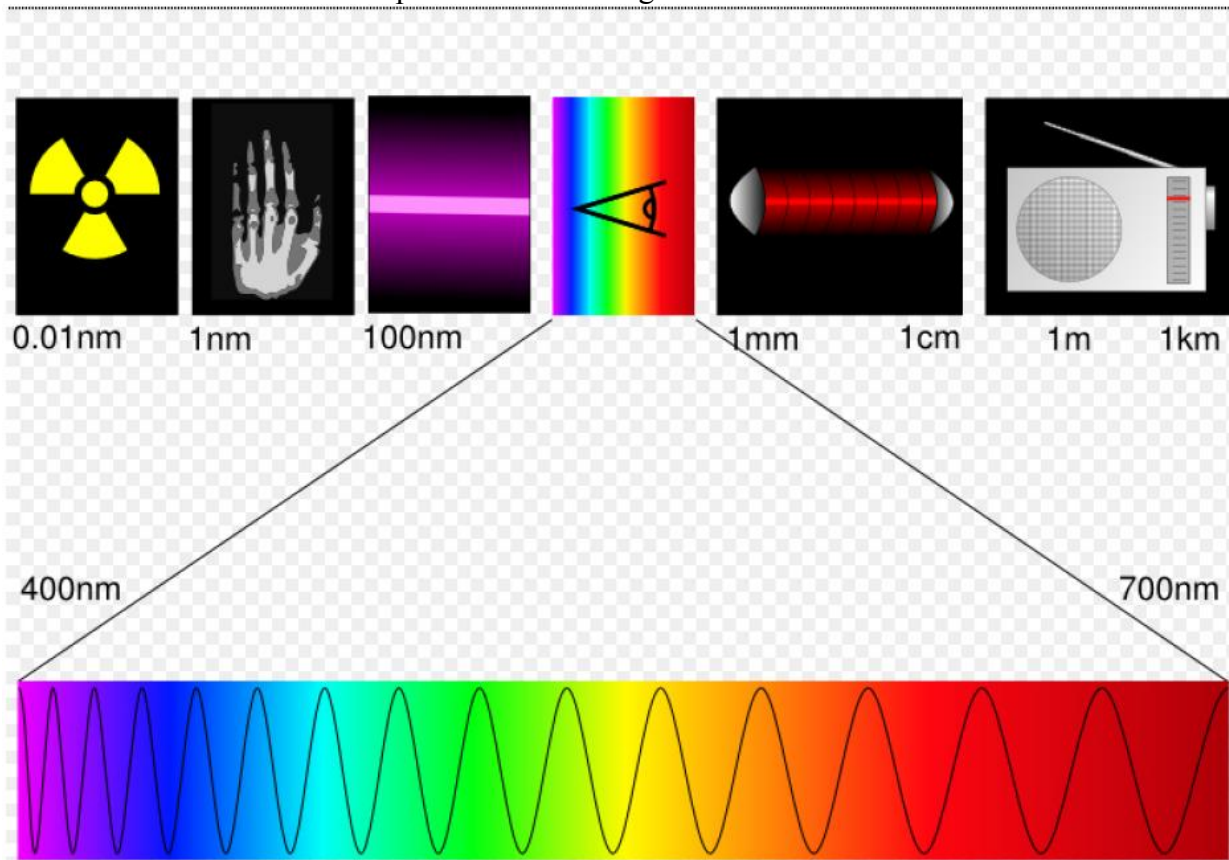
Obr. Příklad laserového pulsu v režimu Q-spínání (délka FWHM 99 ns)

## Druhy elektromagnetického záření

### Spektrum elektromagnetického záření

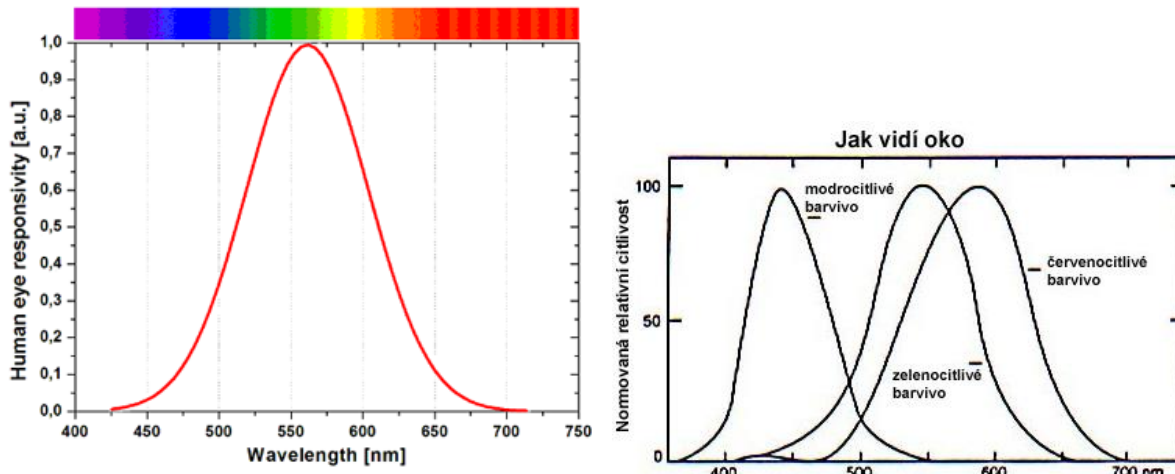


Spektrum elektromagnetického záření.



**Ultrafialové záření**                      **10 nm – 400 nm**  
**Viditelné záření („světlo“)**                      **400 nm – 800 nm**  
**Infračervené záření**                      **800 nm – 2 mm**  
     Blízké IČ 0,8 μm – 2,5 μm  
     Střední IČ 2,5 μm – 50 μm  
     Daleké IČ 50 μm – 2000 μm

### Oko jako detektor elektromagnetického záření

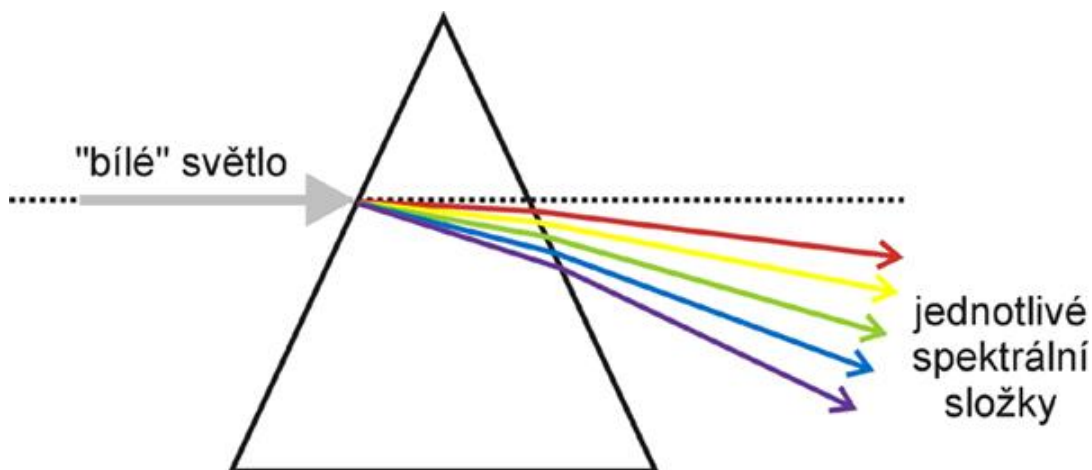


Obr. Spektrální citlivost lidského oka jako detektoru „viditelného“ elektromagnetického záření.

Barva	Vlnová délka	Frekvence
červená	~ 625 až 740 nm	~ 480 až 405 THz
oranžová	~ 590 až 625 nm	~ 510 až 480 THz
žlutá	~ 565 až 590 nm	~ 530 až 510 THz
zelená	~ 520 až 565 nm	~ 580 až 530 THz
azurová	~ 500 až 520 nm	~ 600 až 580 THz
modrá	~ 430 až 500 nm	~ 700 až 600 THz
fialová	~ 380 až 430 nm	~ 790 až 700 THz

**Poznámka:**

Prostorové rozložení “bílého světla” do jednotlivých spektrálních složek viditelného záření pomocí disperzního hranolu.



Obr. Disperzní hranol a rozklad “bílého” světla na jednotlivé viditelné spektrální složky.

Mějme na paměti, že při rozkladu “bílého” světla na jednotlivé viditelné spektrální složky se vždy nejvíce (pod největším úhlem) láme fialová barva, naopak nejméně (pod nejmenším úhlem) se láme červená barva. Ostatní barevné spektrální složky se lámou jak je uvedeno na obrázku. Tento princip lze zobecnit také na ostatní části spektra (např. infračervené). Takto lze pro aplikace prostorově rozložit jednotlivé spektrální daného záření.

**Příklad 1. Vztah mezi intenzitou elektrického pole a intenzitou záření**

Vypočítejte maximální intenzitu elektrického pole vlny s okamžitým výkonem  $P = 20$  kW uvnitř kruhu o poloměru  $r = 1$  mm.

**Řešení 1.**

Intenzita záření (plošná hustota výkonu) je dána vztahem:  $I = c \cdot \bar{u} = \frac{1}{2} c \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2$ . Z údajů zadání můžeme vypočítat okamžitou hodnotu intenzity daného záření (plošné hustoty výkonu) podle vztahu:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{\pi \cdot r^2} = \frac{20 \times 10^3}{\pi \cdot (1 \times 10^{-3})^2} = 6.369 \times 10^9 \text{ [W} \cdot \text{m}^{-2} \text{]}.$$

Dále využijeme vztahu  $I = \frac{1}{2} c \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2$ , vypočítané hodnoty  $I$  a známých hodnot konstant  $c$  a  $\epsilon_0$  pro výpočet maximální hodnoty (amplitudy) intenzity elektrického pole vlny:

$$E_0 = \left( \frac{2 \cdot I}{c \cdot \epsilon_0} \right)^{1/2} = \left( \frac{2 \times 6.369 \times 10^9}{3 \times 10^8 \times 8.85 \times 10^{-12}} \right)^{1/2} = (4.79 \times 10^{12})^{1/2} = 2.19 \times 10^6 \text{ [V} \cdot \text{m}^{-1} \text{]}$$

**Příklad 2. Převod mezi vlnovou délkou a frekvencí vlny optického záření**

Jaká je vlnová délka elektromagnetické vlny s frekvencí  $f = 3 \cdot 10^8$  Hz šířící se ve vakuu?

**Řešení 2.**

Vlnovou délku elektromagnetické vlny vypočítáme podle vztahu:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} \text{ a tedy: } \lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^8} = 1 \text{ m}.$$

Vlnová délka elektromagnetické vlny s frekvencí  $f = 3 \cdot 10^8$  Hz šířící se ve vakuu je  $\lambda = 1$  m.

**Příklad 3. Šířka pásma**

Šířka pásma vlnových délek zeleného světla je v rozmezí 492 až 577 nm. Jaký je odpovídající frekvenční interval?

**Řešení 3.**

Frekvenci elektromagnetického záření vypočítáme podle vztahu (předpokládáme ve vakuu):

$$f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{\lambda},$$

$$\text{pro vlnovou délku 492 nm bude frekvence záření: } f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{492 \times 10^{-9}} = 0.60 \times 10^{15} \text{ Hz,}$$

$$\text{pro vlnovou délku 577 nm bude frekvence záření: } f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{577 \times 10^{-9}} = 0.52 \times 10^{15} \text{ Hz.}$$

Frekvenční interval pro zelené světlo je:  $f \in (0.52, 0.60) \times 10^{15} \text{ Hz}$ .

**Příklad 4. Energie fotonu**

Foton má ve vakuu vlnovou délku  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ . Určete frekvenci fotonu (v jednotkách Hz) a energii fotonu  $E$  (v jednotkách eV).

**Řešení 4.**

Ve vakuu platí  $\lambda f = c_0$

$\lambda$  vlnová délka [m],  $f$  frekvence [Hz],

$c_0$  rychlost světla ve vakuu  $c_0 = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Proto:

$$f = c_0 / \lambda = 3 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Energie fotonu je dána vztahem:

$$E = hf = 1.99 \times 10^{-19} \text{ J}$$

kde  $h$  je Planckova konstanta  $h \doteq 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Protože energie  $1 \text{ eV}$  odpovídá  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ , můžeme uvedenou hodnotu energie zapsat jako:

$E = 1.99 \times 10^{-19} \text{ J} = 1.24 \text{ eV}$  (na tuto hodnotu energie se lze dívat také tak, že je to kinetická energie elektronu, který byl urychlen ve vnějším poli s potenciálovým rozdílem 1.24 V)

*Poznámka: převodní vztah mezi hodnotou energie fotonu [eV] vlnovou délkou fotonu [ $\mu\text{m}$ ] je jednoduchý:  $E[\text{eV}] \cong 1.24 / \lambda[\mu\text{m}]$*

**Příklad 5. Pulsní režim laseru – energetické charakteristiky**

Nd:YAG laser generuje záření v pulsním režimu s opakovací frekvencí 1 Hz. Energie jednoho pulsu je 0.2 mJ a délka tohoto pulsu je 250  $\mu\text{s}$ . Určete hodnotu špičkového výkonu, hodnotu středního výkonu. Dále určete tok energie a intenzitu záření dopadající na místo aplikace záření (terč), pokud víte, že průměr stopy svazku dopadajícího na terč je 3 mm. Jak se hodnoty změní, pokud opakovací frekvence bude 5 Hz, přičemž ostatní parametry zůstanou zachovány.

**Řešení 5.**

**Špičkový výkon:**  $P_{\text{špičkový}} = \frac{E}{\tau} = \frac{0.2}{250 \times 10^{-6}} = 0.8 \times 10^3 \text{ W} = 0.8 \text{ kW}$ ,  $\tau$  je délka pulsu.

**Střední výkon:**  $P_{\text{střední}} = E \cdot f = 0.2 \text{ W}$ ,  $f$  je opakovací frekvence.

Pokud je průměr stopy svazku dopadajícího na terč 3 mm, je plocha stopy svazku:

$$S = \pi r^2 = \pi (1.5 \times 10^{-3})^2 = 7.065 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

**Tok energie:**  $\phi = \frac{E}{S} = \frac{0.2}{7.065 \times 10^{-6}} = 28 \times 10^3 \text{ J.m}^{-2}$

**Intenzita záření:**

$$I = \frac{P_{\text{špičkový}}}{S} = \frac{E}{\tau \cdot S} = \frac{0.2}{250 \times 10^{-6} \times 7.065 \times 10^{-6}} = 113.2 \times 10^6 \text{ W.m}^{-2} = 11.32 \text{ kW.cm}^{-2}$$

Pokud bude opakovací frekvence laseru 5 Hz, špičkový výkon bude stejný, střední výkon 5 krát vyšší, tok energie i intenzita záření budou stejné.



**Příklad 6. Vlnová délka záření v prostředí s indexem lomu  $n$** 

Určete vlnovou délku záření s frekvencí  $f = 242$  THz ve vodě (index lomu vody  $n = 1,33$ ). Jaká je energie jednoho fotonu tohoto záření v jednotkách  $eV$ ?

**Řešení 6.**

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{n f} = 931.4 \text{ nm}, \quad E = \frac{h\nu}{1.6 \times 10^{-19}} = 1 \text{ eV}$$

**Příklad 7. Barvy viditelného spektra**

Přiřaďte, jaké barvě odpovídá příslušná vlnová délka?

370 nm, 460 nm, 530 nm, 680 nm

zelená, červená, modrá, fialová

**Řešení 7.**

Jde o to zadané vlnové délky správně seřadit a vzájemně porovnat (se znalostí spektra viditelného optického záření – “duhy”), přičemž ani nemusíme znát přesné intervaly vlnových délek pro jednotlivé barvy:

370 nm - fialová

460 nm - modrá

530 nm - zelená

680 nm - červená

**Příklad 8. Energie fotonu**

V následující tabulce jsou uvedeny 4 příklady fotonů různých laserových záření a jejich vlnové délky. Doplňte tabulku: uveďte, do které části spektra elektromagnetického záření uvedené fotony patří (vyberte RTG, UV, VIS, nebo IR), určete frekvenci těchto fotonů [Hz] a energii fotonů [J] a [eV].

Foton laserového záření	Vlnová délka [nm]	Část elmag. spektra [RTG, UV, VIS, IR]	Frekvence [Hz]	Energie [J]	Energie [eV]
Er:YAG	2940				
Nd:YAG	1064				
Cr <sup>2+</sup> :Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	693.4				
ArF	193				

**Řešení 8.**

Při řešení použijeme známé vztahy:  $\lambda f = c_0$ ,  $E = hf$ ,  $1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$

Foton laserového záření	Vlnová délka [nm]	Část elmag. spektra	Frekvence [Hz]	Energie [J]	Energie [eV]
Er:YAG	2940	Střední IR	$1.02 \times 10^{14}$	$6.759 \times 10^{-20}$	0.42
Nd:YAG	1064	Blízká IR	$2.82 \times 10^{14}$	$18.658 \times 10^{-20}$	1.17
Cr <sup>2+</sup> :Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	693.4	VIS - červená	$4.33 \times 10^{14}$	$28.691 \times 10^{-20}$	1.79
ArF	193	UV	$1.55 \times 10^{15}$	$102.703 \times 10^{-20}$	6.42