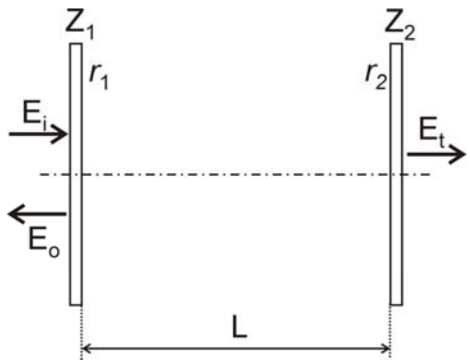
Fabryův-Perotův rezonátor

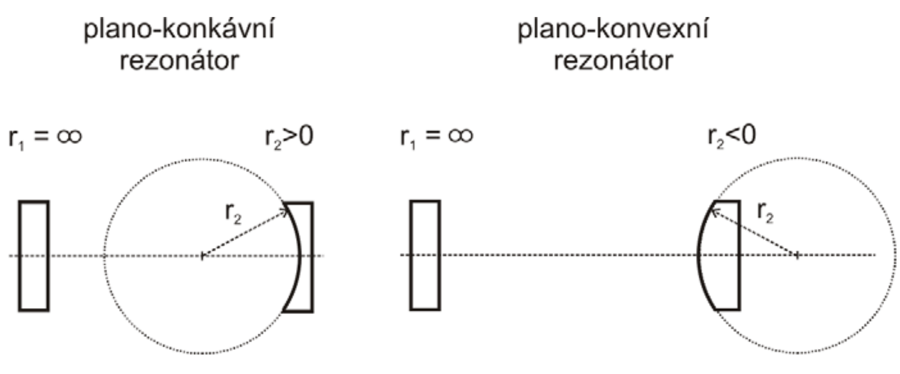
Fabryův-Perotův rezonátor je optické zařízení tvořené dvěma plan-paralelními (rovnoběžnými) rovinnými částečně odraznými plochami (ideálně nekonečně rozlehlými). Odrazivosti zrcadlících ploch jsou charakterizovány amplitudovými činiteli odrazu r_1 a r_2 (reálné veličiny udávající poměr mezi amplitudami elektrického pole vlny odražené k vlně dopadající – proto musí nabývat hodnot od 0 do 1).



Obr. 1. Schéma Fabryova-Perotova rezonátoru.

Rovinné zrcadlo má poloměr křivosti nekonečný.

Znaménková konvence:
Poloměr křivosti zrcadla je kladný v případě, že střed křivosti odrazné plochy zrcadla leží ve směru, kde se nachází rezonátor (druhé zrcadlo).



Obr. 2. Znaménková konvence pro otevřené rezonátory.

Příklad 1:

Fabry-Perotův rezonátor je tvořen zrcadly ve volném prostoru vzdálenými od sebe L = 1 mm. Kolik má rezonančních frekvencí v optickém pásmu kmitočtů a které to jsou?

$$\boxed{\nu_m = m\frac{c}{2L} = m\Delta\nu}$$

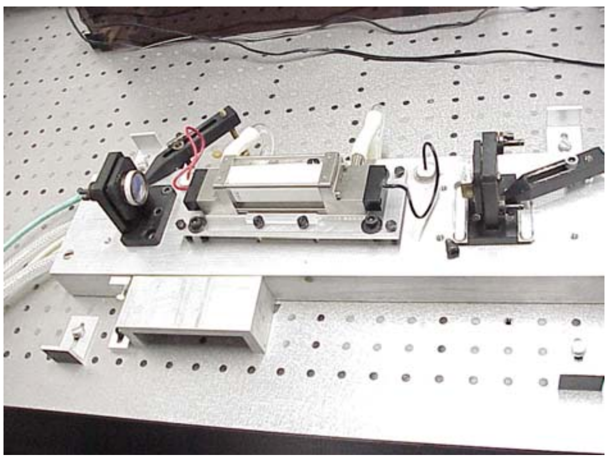
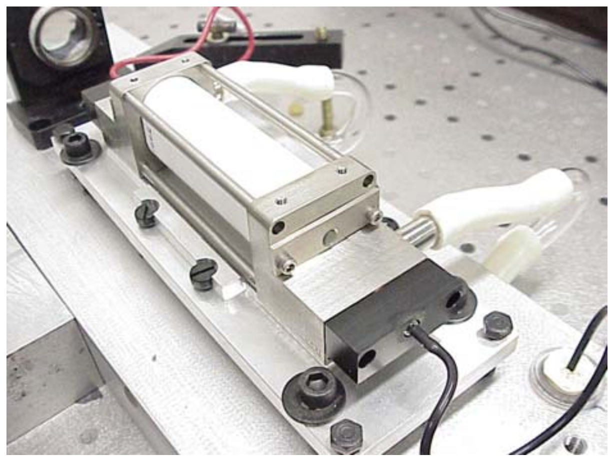
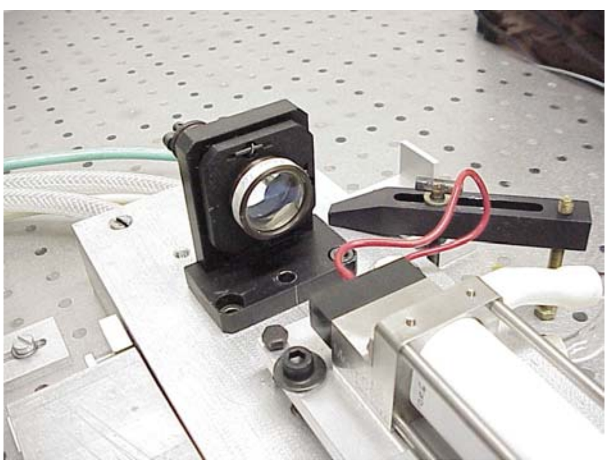
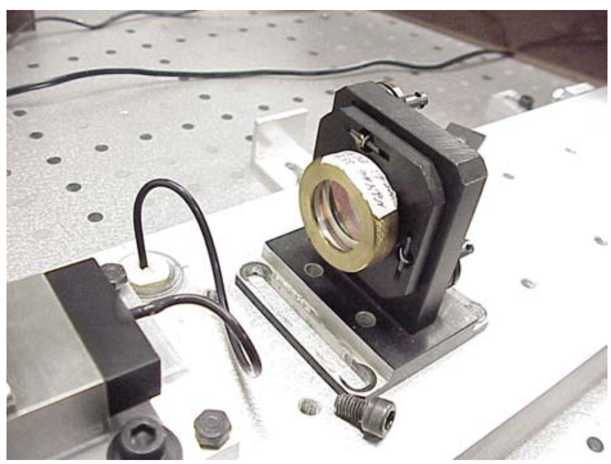
Předpokládáme, že optické pásmo záření je v intervalu vlnových délek λ = (400,800) nm. Tomuto intervalu vlnových délek odpovídá interval frekvencí optického záření ν = (3.75,7.50)x10^{14} Hz.
Vypočítáme hodnoty m ve vztahu (2.1.1) pro dané hraniční frekvence:

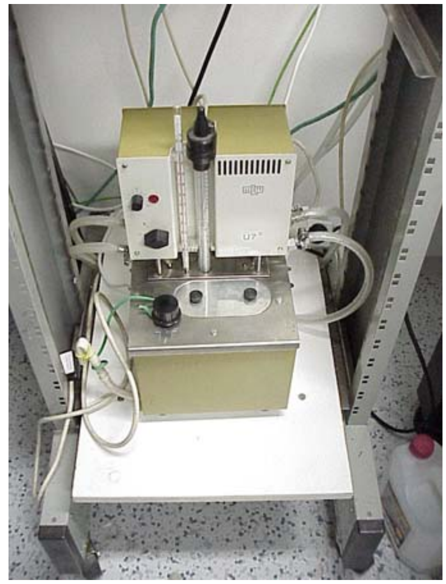
$$m_1 = \frac{\nu_1.2.L}{c} = \frac{3.75\times10^{14}\times2\times10^{-3}}{3\times10^8} = 2.5\times10^3,$$

$$m_2 = \frac{\nu_2.2.L}{c} = \frac{7.50\times10^{14}\times2\times10^{-3}}{3\times10^8} = 5.0\times10^3.$$

To znamená, že daný F-P interferometr má n = $m_2 - m_1$ = 2.5x10^3 rezonančních frekvencí v optickém pásmu kmitočtů.

Optický rezonátor



Optický rezonátor je zařízení, které je schopno hromadit, nebo na jistou dobu udržet optické záření v omezené oblasti prostoru. Optické rezonátory mohou být obecně tvořeny odraznými plochami různých tvarů.
V žádném reálném rezonátoru není možné uchovat energii po nekonečně dlouhou dobu. Pokles energie uvnitř rezonátoru (nebuzeného vnějším prostředím) je dán především jeho vlastními ztrátami.
Časový pokles celkové energie záření uvnitř rezonátoru může být zpravidla popsán exponenciálním zákonem:

$$U(t) = U_0 . \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right)$$

τ_c **- doba života fotonu v rezonátoru**

$$\tau_c = \frac{2L}{c} \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right)}$$

Činitel jakosti rezonátoru – poměr energie uložené v rezonátoru k energii uvolněné z rezonátoru za dobu $1/\omega_{rez}$

$$Q = \frac{U(0)}{U(0) - U(1/\omega_{rez})} = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{1}{\omega_{rez}\tau_c}\right)} \mathrm{B}\, \omega_{rez}\tau_c = 2\pi f_n \tau_c$$

Vyjadřuje míru schopnosti rezonátoru uchovat energii. Čím menší jsou ztráty rezonátoru, tím větší je doba života fotonu v rezonátoru (foton se v rezonátoru déle „udrží“) a tím je také větší činitel jakosti rezonátoru Q (schopnost uchovat energii je větší).

Otevřený rezonátor

Částečně odrazné plochy mají konečné příčné rozměry.
Činné ztráty
Difrakční ztráty
Diagram stability otevřeného optického rezonátoru, parametry g_1, g_2, znaménková konvence

$$g_1 = 1 - \frac{L}{r_1},\ g_2 = 1 - \frac{L}{r_2}$$

Podmínka stability otevřeného optického rezonátoru:

$$0 < g_1 g_2 < 1$$

Fresnelovo číslo – velikost difrakčních ztrát

Příklad 2:

Předpokládejme, že pro sestavení optického rezonátoru máme k dispozici rovinné zrcadlo a zrcadlo s křivostí 50 cm. Jaká musí být vzdálenost zrcadel L, aby daný rezonátor byl stabilní?

Poloměry křivosti rezonátoru jsou: $r_1 = \infty$ a $r_2 = 0.5m$. Bezrozměrné parametry pro klasifikaci stability rezonátoru budou:

$\boxed{g_1 = 1 - \frac{L}{r_1}}$ a tedy: $g_1 = 1 - \frac{L}{r_1} = 1 - \frac{L}{\infty} \to 1,\ g_2 = 1 - \frac{L}{r_2} = 1 - \frac{L}{0.5}$

Kritérium stability rezonátoru je dána: $\boxed{0 < g_1 g_2 < 1}$

Protože parametr g_1 = 1, aby daný rezonátor byl stabilní, musí parametr g_2 nabývat hodnot v intervalu $g_2 \in (0,1)$. Hraniční hodnoty tohoto intervalu dosadíme do předchozích vztahů.

$0 = g_2 = 1 - \frac{L}{0.5} \Rightarrow L = 0.5m$ a zároveň $1 = g_2 = 1 - \frac{L}{0.5} \Rightarrow L = 0m$.

Aby rezonátor s danými zrcadly byl stabilní, musí vzdálenost zrcadel L být menší než 0.5 m.

Příklad 3:

Požadujeme, aby postavený rezonátor byl stabilní a měl délku L = 25 cm. Pro sestavení rezonátoru musíme použít kulové zrcadlo (vyduté, konkávní) s poloměrem křivosti r_1 = 0.4 m. Jaké by mělo být druhé zrcadlo rezonátoru?

$$g_1 = 1 - \frac{L}{r_1} = 1 - \frac{0.25}{0.40} = 1 - 0.625 = 0.375,$$

$$g_2 = 1 - \frac{L}{r_2} = 1 - \frac{0.25}{r_2}.$$

Aby byl rezonátor stabilní, musí platit kritérium stability otevřeného rezonátoru $0 < g_1 g_2 < 1$.

Tuto soustavu dvou nerovnic vyřešíme tak, že budeme řešit odděleně dvě dílčí nerovnice a výsledné řešení celé původní soustavy nerovnic určíme jako průnik jednotlivých řešení dílčích nerovnic:

<table>
<tr><th>Řešení nerovnice $0 < g_1 g_2$</th><th>Řešení nerovnice $g_1 g_2 < 1$</th></tr>
<tr><td>
$0 < 0.375\left(1 - \frac{0.25}{r_2}\right)$
$0 < 0.375 - \frac{0.09375}{r_2}$
$4 > \frac{1}{r_2}$
Dále rozlišíme dvě možnosti:
a) pro $\boxed{r_2 > 0}$
po vynásobení $4r_2 > 1$
výsledek $\boxed{r_2 > 0.25}$
b) pro $\boxed{r_2 < 0}$
po vynásobení $4r_2 < 1$
neboli $r_2 < 0.25$
výsledek $\boxed{r_2 < 0}$
</td><td>
$0.375\left(1 - \frac{0.25}{r_2}\right) < 1$
$-\frac{0.09375}{r_2} < 0.625$
$-\frac{1}{r_2} < \frac{100}{15}$
Dále rozlišíme dvě možnosti:
a) pro $\boxed{r_2 > 0}$
po vynásobení $-1 < \frac{100}{15} r_2$
neboli $r_2 > -0.15$
výsledek $\boxed{r_2 > 0}$
b) pro $\boxed{r_2 < 0}$
po vynásobení $-1 > \frac{100}{15} r_2$
výsledek $\boxed{r_2 < -0.15}$
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Souhrnný výsledek je průnikem dílčích řešení:
a) pro $\boxed{r_2 > 0}$ je souhrnný výsledek $r_2 \in (0.25, \infty)\, m$
b) pro $\boxed{r_2 < 0}$ je souhrnný výsledek $r_2 \in (-\infty, -0.15)\, m$
</td></tr>
</table>

Závěrem je možno říci, že aby sestavovaný rezonátor byl stabilní a měl délku 0.25 m, musí být jeho druhé zrcadlo buď vyduté (konkávní) s poloměrem křivosti $r_2 \in (0.25, \infty)\, m$ nebo vypuklé (konvexní) s poloměrem křivosti $r_2 \in (-\infty, -0.15)\, m$, přičemž první zrcadlo bylo zadáno jako vyduté (konkávní) s poloměrem křivosti $r_1 = 0.4\ m$.