Aktivní prostředí v optickém rezonátoru – laserový generátor

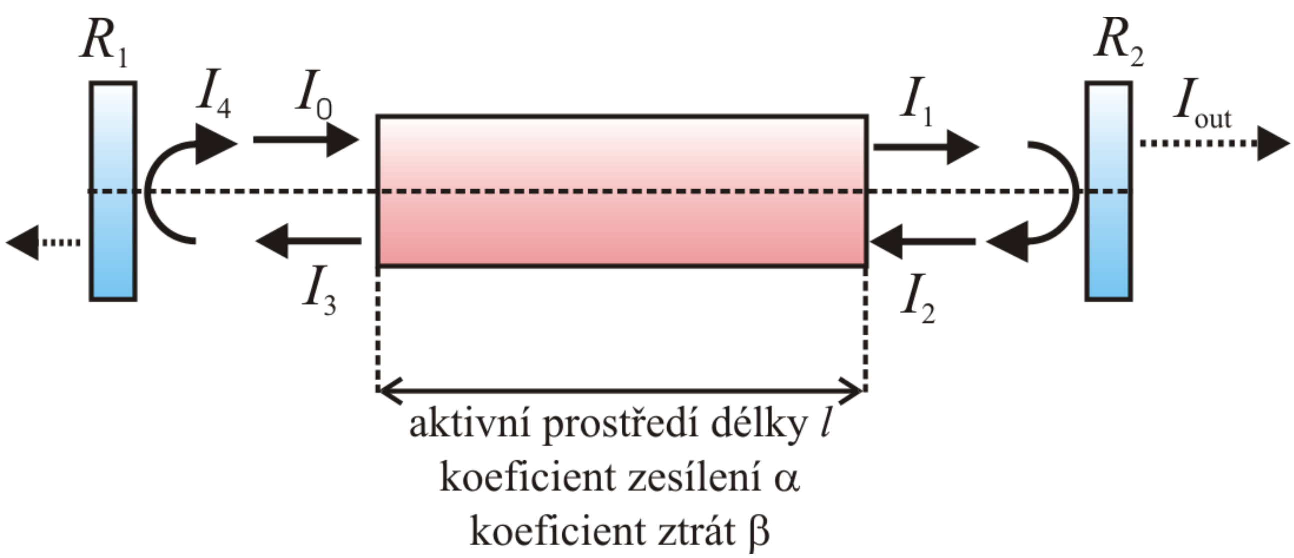
Vhodným umístěním zesilujícího aktivního prostředí, které je čerpáno, do optického rezonátoru je možno získat generátor laserového záření – laser. Záření je zesilováno v čerpaném aktivním prostředí a na zrcadlech optického rezonátoru se odráží (úplně nebo částečně podle dané reflexivity zrcadel) zpět do laserové dutiny a znovu vstupuje do aktivního prostředí, kde je opět zesilováno. Záření vystupující z polopropustného zrcadla je výstupní záření laseru – generátoru (z hlediska optického rezonátoru se jedná o činné ztráty rezonátoru). Pro dosažení laserové generace daného laseru je potřeba splnit *prahovou podmínku generace*.

Práh generace

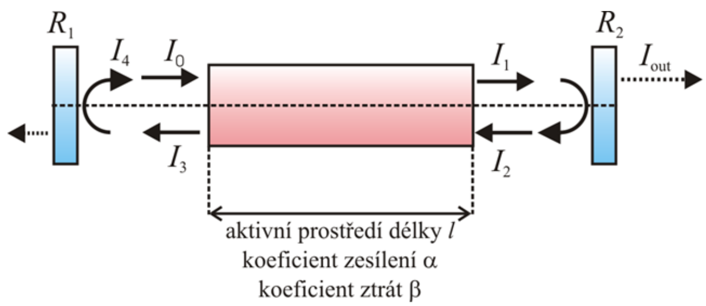
Práh generace laseru jako generátoru je obecně stav laserového systému, při kterém zesílení optického záření v aktivním prostředí právě kompenzuje všechny ztráty optického rezonátoru (činné ztráty, difrakční ztráty nebo ztráty způsobené parazitní absorpcí v materiálech optických prvků umístěných v rezonátoru).

Pro jednoduchost si můžeme představit válcové aktivní prostředí s kolmými čely (délka l) umístěné v ose plan-paralelního optického rezonátoru tvořeného dvěma rovinnými zrcadly s intenzitními reflexivitami R_1 a R_2. Předpokládáme dále, že dané aktivní prostředí je charakterizováno obecným součinitelem zesílení α a obecným součinitelem ztrát (způsobených parazitní absorpcí nebo rozptylem) β. Zároveň v tomto případě zanedbáváme difrakční ztráty na zrcadlech rezonátoru.

Popis zesilování záření v aktivním prostředí s cílem odvodit vztah pro prahovou hodnotu koeficientu zesílení α_0 aktivního prostředí můžeme schématicky vyjádřit v následujících krocích:



0. Počáteční intenzita záření směřujícího od zrcadla R_1 směrem k aktivnímu prostředí je I_0.
1. Toto záření je po průchodu aktivním prostředím o délce l zesíleno (podle exponenciálního průběhu zesílení) na hodnotu intenzity
   $I_1 = I_0.\exp\left[(\alpha-\beta).l\right]$ (α představuje zesílení, β představuje ztráty)
2. Takto zesílené záření směřuje k druhému zrcadlu R_2, na kterém se část záření podle hodnoty intenzitní reflexivity R_2 odrazí a zbylá část projde zrcadlem z rezonátoru ve formě činných ztrát:
   odražené záření má po dosazení z 1. intenzitu $I_2 = R_2.I_1 = R_2.I_0.\exp\left[(\alpha-\beta)l\right]$
   prošlé záření má po dosazení z 1. intenzitu $I_{out} = (1-R_2).I_1 = (1-R_2).I_0.\exp\left[(\alpha-\beta)l\right]$
3. Odražené záření opět projde aktivním prostředím, kde je zesíleno, a na jeho výstupu má intenzita záření hodnotu:
   $I_3 = \exp\left[(\alpha-\beta)l\right].I_2 = \exp\left[(\alpha-\beta)l\right].R_2.I_1 = R_2.I_0.\exp\left[2(\alpha-\beta)l\right]$
4. Takto zesílené záření směřuje k prvnímu zrcadlu R_1, na kterém se část záření podle hodnoty intenzitní reflexivity R_1 odrazí:
   $I_4 = R_1.I_3 = R_1.\exp\left[(\alpha-\beta)l\right].I_2 = R_1.\exp\left[(\alpha-\beta)l\right].R_2.I_1 = R_1.R_2.I_0.\exp\left[2(\alpha-\beta)l\right]$



V tomto okamžiku jsme se při jednom oběhu záření celým rezonátorem dostali do původního výchozího bodu, z kterého se tento proces neustále opakuje po celou dobu buzení aktivního prostředí. Pro to, aby intenzita záření uvnitř rezonátoru po jednom oběhu nepoklesla pod původní hodnotu, musí v tomto bodě platit podmínka: $I_4 \geq I_0$, po dosazení vztahu z bodu 4. tedy musí platit:

$$R_1.R_2.I_0.\exp\left[2(\alpha-\beta)l\right] \geq I_0$$

Po matematických úpravách získáme podmínku generace laseru pro koeficient zesílení:

$R_1.R_2 \exp\left[2(\alpha-\beta)l\right] \geq 1$ neboli $R_1.R_2.G^2 \geq 1$, tj. **podmínka generace laseru**

$$\exp\left[2(\alpha-\beta)l\right] \geq \frac{1}{R_1.R_2}$$

$$2(\alpha-\beta)l \geq \ln\left(\frac{1}{R_1.R_2}\right)$$

$$\alpha \geq \frac{1}{2l}\ln\left(\frac{1}{R_1.R_2}\right)+\beta$$

Prahová podmínka generace laseru je vyjádřena rovností v uvedené nerovnosti:

$$\alpha_{threshold} = \frac{1}{2l}\ln\left(\frac{1}{R_1.R_2}\right)+\beta$$

Protože mezi koeficientem zesílení α a hustotou inverze populace hladin platí vztah $\alpha = \sigma\left(N_2 - N_1\right)$, kde σ je účinný průřez pro stimulovanou emisi, můžeme zároveň definovat prahovou hodnotu hustoty inverze populace hladin:

$$\left(N_2 - N_1\right)_{threshold} = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{1}{2l}\ln\left(\frac{1}{R_1.R_2}\right) + \beta\right)$$

Příklad 6.1

Laserový krystal Nd:YAG laseru (λ = 1,064 mm) s průměrem 6,4 mm a délkou 7,5 mm je buzen tak, aby zesílení na jeden průchod bylo rovno 20. Kolik extrahovatelné energie je uloženo v aktivním prostředí? (Účinný průřez laserového přechodu je $4{,}6.10^{-19}$ cm^2.)

Teoretický úvod - objemová hustota extrahovatelné energie

Předpokládáme-li, že v jistém časovém okamžiku je v aktivním prostředí ustavena inverze populace hladin, tj. $N_2 > N_1$, potom celkový počet kvant (fotonů), které mohou být okamžitě předány rezonančnímu záření, je roven počtu kvant, které vedou k vyrovnání populací obou hladin na hodnotu $(N_1\text{-}N_2)/2$. Objemová hustota extrahovatelné energie je tedy

$$u_e = hf\left[N_2 - \frac{N_2 + N_1}{2}\right] = hf\,\frac{N_2 - N_1}{2} = \frac{hf}{2\sigma}\alpha = \omega_s\alpha$$

Je dána součinitelem zisku α (který je poměrně snadno měřitelnou veličinou) a materiálovou konstantou

$$\omega_s = \frac{hf}{2\sigma},$$

která bývá označována jako saturační hustota energie. Přesněji, jde o saturační plošnou hustotou energie s fyzikálním rozměrem J.cm^{-2}.

Řešení 6.1

Objemová hustota extrahovatelné energie $u_e = \frac{hf}{2\sigma}\alpha$,

kde h = $6{,}626 \,.\, 10^{-34}$ J.s, frekvence $f = c/\lambda$, σ = $4{,}6.10^{-19}$ cm^2.

Součinitel zisku α se získá z rovnice $I = I_0 e^{\alpha l}$, kde l je délka krystalu a poměr I/I_0 je požadované zesílení (v našem případě 20).

Po dosazení

$$u_e = \frac{hf}{2\sigma}\frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{l} = \frac{6{,}626.10^{-34}\,\frac{3.10^8}{1{,}064.10^{-6}}}{2\times 4{,}6.10^{-19}}\,\frac{\ln 20}{7{,}5.10^{-1}} = 0.81\,J.cm^{-3}$$

Extrahovatelná energie $E = u_e.V = u_e.\pi\frac{d^2}{4}l = 195\,mJ$

Příklad 6.2

Vypočítejte činitel jakosti a dobu života fotonu v zaplněném rezonátoru s rovinnými zrcadly. Vzdálenost mezi zrcadly je 1 m, vlnová délka generovaná v rezonátoru 0,6 µm, odrazivost každého zrcadla se rovná 95 %. Průměr zrcadel je mnohem větší než průměr paprsku, takže difrakční ztráty lze zanedbat.

Řešení 6.2

Doba života fotonu v rezonátoru:

$$\tau_c = \frac{2L}{c}\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right)} = \frac{2.1}{3.10^8}\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{0.95\times 0.95}\right)} = 65\,ns$$

Činitel jakosti rezonátoru:

$$Q = 2\pi f_r \tau_c = 2\pi\frac{c}{\lambda_r}\tau_c = 2\pi\frac{3.10^8}{0,6.10^{-6}}65.10^{-9} = 2.10^8$$

Příklad 6.3

Zrcadla rezonátoru mají reflektance 1 resp. 0,9 a jsou naneseny přímo na čelech aktivního prostředí s délkou 10 cm. Určete: a) součinitel zesílení aktivního prostředí nutný pro vznik generace v laseru; b) minimální délku aktivního prostředí, jestliže je vytvářena inverze populace se součinitelem zesílení rovným 0,3 cm^{-1}.

Řešení 6.3

a) součinitel zesílení aktivního prostředí:

$$\alpha_{threshold} = \frac{1}{2l}\ln\left(\frac{1}{R_1.R_2}\right) + \beta = \frac{1}{2\times 10}\ln\left(\frac{1}{1\times 0.9}\right) + 0 = 0.005\,cm^{-1}$$

b) délka aktivního prostředí:

$$l = \frac{1}{2\left(\alpha_{threshold} - \beta\right)}\ln\left(\frac{1}{R_1.R_2}\right) = \frac{1}{2\times 0.3}\ln\left(\frac{1}{1\times 0.9}\right) = 0.17\,cm = 1.7\,mm$$