

2. metody realizující inverzní populaci hladin na kvantových přechodech v optické optické oblasti.

V roce 1955 N.G.Basov a A.M.Prochorov navrhli optické buzení a prostředek pro dosažení inverze populace. V roce 1957 pak N.G.Basov uvažoval o využití polovodičových materiálů pro kvantové oscilátory a realizoval optický rezonátor leštěnými planoparalelními stěnami na polovodičovém čipu. V témže roce Fabrikant a Butajeva pozorovali zesílení optického záření v experimentu s elektrickým výbojem procházejícím směsí par rtuti, vodíku a helia. V roce 1958 A.M.Prochorov, A.Schawlow a C.Townes vyslovili nezávisle na sobě ideu, že jev stimulované emise, užitý v maseru, může být použit i v infračervené a optické oblasti spektra. R.H.Dicke (Princeton University) navrhl použití otevřeného rezonátoru pro realizaci kladné zpětné vazby v optické oblasti.

V roce 1960 Theodore Maiman publikoval článek o generaci záření ve viditelné oblasti spektra v rubínové tyči. Byl vynalezen rubínový laser. V témže roce (1960) A.Javan, W.R.Bennett a D.R. Herriott demonstrovali laserovou akci ve směsi plynů helia a neonu buzených elektrickým výbojem. Od roku 1961 začal bouřlivý vývoj různých typů laserů zároveň s vývojem laserové technologií. První polovodičový laser byl sestaven v r.1962. Dnes jsou známy tisíce laserových aktivních prostředí.

## Kapitola 2

# Světlo jako elektromagnetické záření

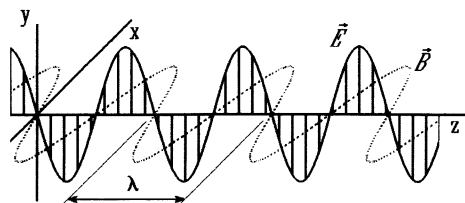
Elektromagnetické záření je jednou z forem přenosu energie prostorem. Energie od Slunce, energie v pečící mikrovlnné troubě, rentgenové záření při lékařském vyšetření nebo vyzařované teplo krbu, to všechno jsou příklady přenosu energie *elektromagnetickým zářením*. I když se tyto formy zářivé energie zdají být rozdílné, vykazují všechny stejnou vlnovou podstatu a přenos energie ve vakuu se děje stejnou rychlostí – rychlostí světla.

Elektromagnetické záření je možné si představit jako jisté zvláštní prostorčasové rozložení elektrického a magnetického pole. Ve volném prostoru (obecněji v každém lineárním prostředí) může být elektromagn. záření považováno za *superpozici* (složení) mnoha elektromagnetických vln. Nejjednodušším příkladem elektromagnetické vlny je tzv. rovinná vlna.

### 2.1 Rovinná elektromagnetická vlna

Elektromagnetická vlna představuje navzájem svázané periodické kmity elektrického a magnetického pole [8][5]. Šíření energie prostorem probíhá jako postupné přelévání energie od magnetického k elektrickému poli a naopak. Ve volném prostoru se šíří tzv. rychlostí světla  $c = 299\,792\,458\text{ ms}^{-1}$ , která je jednou z univerzálních fyzikálních konstant.

Ze všech elektromagnetických vln je pak nejjednodušším modelem li-



Obr. 2.1: Rovinná vlna

neárně polarizovaná rovinná elektromagnetická vlna, která je zobrazena na obr. 2.1. Tuto vlnu popisuje prostorově časové rozložení vektoru intenzity elektrického pole  $\vec{E}$  a vektoru magnetické indukce  $\vec{B}$  ve tvaru:

$$\vec{E} = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \Phi), \quad (2.1)$$

$$\vec{B} = \vec{i}_x B_0 \cos(\omega t - kz + \Phi), \quad (2.2)$$

kde  $E_0$ , resp.  $B_0$  jsou amplitudy elektrického pole, resp. magnetické indukce vlny, přičemž platí  $B_0 = E_0/c$ ,  $\omega$  je *kuhová frekvence* vlny a  $k$  je *vlnové číslo*. Vlnové číslo je ve volném prostoru dáno *kuhovou frekvencí* vlny, platí  $k = \omega/c$ .  $\Phi$  je tzv. *fázová konstanta*.

Kartézská souřadná soustava je zvolena tak, že se elektromagnetická vlna šíří ve směru osy  $z$ , vektor intenzity elektrického pole  $E$  má směr osy  $y$  daný jednotkovým vektorem  $\vec{i}_y$ , zatímco vektor magnetické indukce  $B$  je k němu vždy kolmý, má směr osy  $x$  definovaný jednotkovým vektorem  $\vec{i}_x$ .

V každém pevně zvoleném bodě  $z = z_0$  je intenzita elektrického pole harmonickou funkcí času  $t$ :

$$\vec{E} = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t + \Phi_0), \quad (2.3)$$

kde  $\Phi_0 = \Phi - kz_0$ .

Vzhledem k tomu, že perioda funkce cosinus je  $2\pi$ , jsou *kuhová frekvence*  $\omega$  a *perioda času*  $T$  vzájemně svázány vztahem  $\omega T = 2\pi$ . Někdy periodické kmity charakterizujeme *frekvencí*  $f = 1/T = \omega/2\pi$ , tj. počtem kmitů za

sekundu (Hz). Má-li elektromagnetická vlna být modelem světla, musíme uvažovat o kmitech s frekvencí  $f \doteq 10^{15}$  Hz.

V každém pevně zvoleném čase  $t = t_0$  je intenzita el. pole harmonickou funkcí prostorové souřadnice  $z$ :

$$\vec{E} = \vec{i}_y E_0 \cos(kz + \Phi_0), \quad (2.4)$$

kde  $\Phi_0 = -\Phi - \omega t_0$ . Prostorovou periodu této funkce  $\lambda = 2\pi/k$  nazýváme *vlnovou délkou*. Vlnová délka  $\lambda$  ve volném prostoru pak souvisí s *kuhovou frekvencí*  $\omega$ , resp. *frekvencí*  $f$  podle následujícího vztahu:

$$\lambda = 2\pi c/\omega = c/f. \quad (2.5)$$

Někdy namísto vlnové délky charakterizujeme vlnu tzv. *vlnočtem*  $\nu$ :

$$\nu = 1/\lambda = f/c. \quad (2.6)$$

Charakteristický vlnocet pro světelnou vlnu je přibližně  $2 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ . Fáze vlny (argument cosinu ve vzorci 2.1) se nemění, pokud mezi prostorovou a časovou souřadnicí platí vztah  $\omega t - kz = \text{konst.}$  Tento vztah definuje v prostoru *vlnoplochu*, tj. geometrické místo stejné fáze. V daném případě je to rovina, a proto popisovaná vlna bývá označována jako *rovinná*. Jestliže současná změna času a souřadnice  $\Delta t$  a  $\Delta z$  vyhovuje vztahu  $\omega \Delta t - k \Delta z = 0$ , bod pozorování je svázán s vlnoplochu. Vlnoplocha se pohybuje (tzv. *fázovou rychlostí*)  $v = \Delta z/\Delta t = \omega/k$ . Pro volný prostor  $v = c$ , tj. *fázová rychlost šíření* je rovna rychlosti světla  $c$ .

Jestliže směr šíření nesouhlasí se směrem osy  $z$ , potom lze rovinnou lineárně polarizovanou vlnu zapsat ve tvaru:

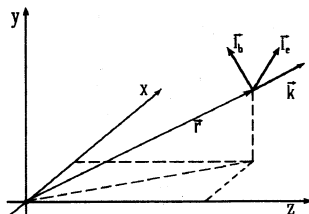
$$\vec{E} = \vec{i}_e E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi), \quad (2.7)$$

$$\vec{B} = \vec{i}_b B_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi), \quad (2.8)$$

kde  $\vec{r}(x, y, z)$  je polohovým vektorem bodu, ve kterém pole popisujeme,  $\vec{k}$  je vlnový vektor, jehož absolutní hodnota je rovna vlnovému číslu  $k$ ,  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  je skalární součin. Vektory  $\vec{i}_e, \vec{i}_b, \vec{k}$  jsou vektory navzájem ortogonální (svírají

každý s každým pravý úhel). Vektor  $\vec{i}_e$  se nazývá vektorem polarizace. I v tomto případě je plocha konstantní fáze (vlnoplocha) rovina (kolmá k vektoru  $\vec{k}$ ). Rovinná vlna se šíří ve směru  $\vec{k}$ .

## 2.2 Kulová elektromagnetická vlna



Obr. 2.2: Kulová vlna

Kulová vlna je takové prostorčasové uspořádání elektromagnetického vlnění, že plocha konstantní fáze (vlnoplocha) má tvar koule. Ve zvláštním případě může být elektrické pole harmonické kulové elektromagnetické vlny, rozbíhající se od počátku souřadnic popsáno takto:

$$\vec{E} = \vec{i}_e \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \Phi), \quad (2.9)$$

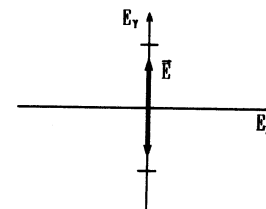
$$\vec{B} = \vec{i}_b \frac{B_0}{r} \cos(\omega t - kr + \Phi), \quad (2.10)$$

kde  $r$  je absolutní hodnota polohového vektoru  $\vec{r}(x, y, z)$  bodu, ve kterém pole popisujeme,  $k$  je (vlnové číslo) absolutní hodnota vlnového vektoru  $\vec{k}$ . Vektory  $\vec{i}_e, \vec{i}_b, \vec{k}$  jsou závislé na polohové souřadnici. Vždy jsou navzájem ortogonální viz obr. 2.2. Vlnové číslo nezávisí na souřadnicích. Směr vektoru  $\vec{k}$  je dán polohovým vektorem uvažovaného místa  $\vec{r}$ . Amplituda intenzity elektrického resp. magnetického pole ubývá s rostoucí vzdáleností od počátku souřadnic, (který je středem — singulárním bodem), v němž vlna není definována.

## 2.3 Polarizace elektromagnetické vlny

Elektromagnetické vlny ve volném prostoru jsou obecně vlnami *transverzálními*, tj. vektor intenzity elektrického pole  $\vec{E}$  je vždy kolmý ke směru šíření popsaném vlnovým vektorem  $\vec{k}$ . Množina všech kolmých vektorů ke  $\vec{k}$  vyplňuje celou rovinu.

*Polarizace* elektromagnetické vlny je dána změnami směru intenzity elektrického pole elektromagnetické vlny ve zvoleném místě prostoru, nebo přesněji geometrickým místem bodů, jimiž prochází koncový bod intenzity elektrického pole v rovině kolmé ke směru šíření (směr vektoru  $\vec{k}$ ).



Obr. 2.3: Lineární polarizace rovinné elektromagnetické vlny

Vlna popsaná vztahem (2.1) má polarizaci lineární, neboť směr vektoru intenzity elektrického pole  $\vec{i}_y$  se nemění, koncový bod vektoru se pohybuje po přímce (přesněji úsečce) viz obr. 2.3.

Vlna, jejíž intenzita elektrického pole je popsána matematickým výrazem

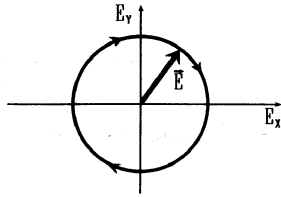
$$\vec{E} = \vec{i}_x E_0 \cos(\omega t - kz + \Phi) + \vec{i}_y E_0 \sin(\omega t - kz + \Phi), \quad (2.11)$$

je vlnou kruhově polarizovanou, neboť koncový bod intenzity elektrického pole v rovině  $z = \text{konst.}$  opisuje kruhovou dráhu (viz obr. 2.4).

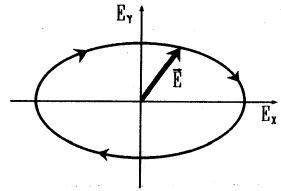
Vlna s intenzitou elektrického pole ve tvaru:

$$\vec{E} = \vec{i}_x E_{0x} \cos(\omega t - kz + \Phi) + \vec{i}_y E_{0y} \sin(\omega t - kz + \Phi), \quad (2.12)$$

je vlnou elipticky polarizovanou (viz obr. 2.5).



Obr. 2.4: Kruhová polarizace rovinné elektromagnetické vlny



Obr. 2.5: Eliptická polarizace rovinné elektromagnetické vlny

Přirozené světlo (od Slunce, rozžhavených těles apod.) bývá nepolarizované. Orientace vektoru intenzity je náhodná, v čase se mění nedeterministickým způsobem, má náhodný směr i velikost [9].

## 2.4 Objemová hustota energie

Energie  $u$  elektromagnetického pole v jednotce objemu v okolí jistého bodu je dána velikostmi skalárních součinů elektrické intenzity  $\vec{E}$  a elektrické indukce  $\vec{D}$  a magnetické intenzity  $\vec{H}$  a magnetické indukce  $\vec{B}$ :

$$u = \frac{(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H})}{2}. \quad (2.13)$$

Ve volném prostoru platí

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (2.14)$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}, \quad (2.15)$$

kde  $\epsilon = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ ,  $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$  jsou *permitivita* a *permeabilita vakua* pro které současně platí  $(\epsilon\mu)^{-1} = c^2$ . Dosadíme-li za těchto předpokladů do vzorce (2.13) elektrickou intenzitu  $\vec{E}$  a magnetickou indukci  $\vec{B}$  pro rovinnou vlnu (2.1) dostáváme:

$$u = \epsilon E_0^2 \cos^2(\omega t - kz + \Phi). \quad (2.16)$$

Uvážíme-li, že obecně platí  $\cos^2 \alpha = (1/2)(1 + \cos(2\alpha))$ , bude

$$u = \frac{\epsilon E_0^2}{2} (1 + \cos(2(\omega t - kz + \Phi))). \quad (2.17)$$

Objemová hustota energie má dvě části, jednu na čase nezávislou a druhou harmonicky proměnnou s dvojnásobnou frekvencí, než je frekvence časové změny elektrického pole. Uvažujeme-li o střední energii  $\bar{u}$  za čas, který je podstatně větší než je perioda optického kmitu ( $\approx 10^{-15} \text{ s}$ ), je možné příspěvek od druhého členu zanedbat.

*Střední hodnota objemové energie* rovinné elektromagnetické vlny s amplitudou intenzity elektrického pole  $E_0$  je dána vztahem:

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \epsilon E_0^2. \quad (2.18)$$

Jestliže je intenzita elektrického pole vlny  $1 \text{ Vm}^{-1}$ , je v každém kubickém metru soustředěna energie  $4,425 \cdot 10^{-12} \text{ J}$  (bez ohledu na její frekvenci).

## 2.5 Plošná hustota výkonu elektromagnetické vlny

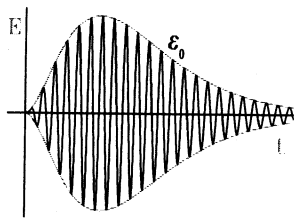
Rovinná elektromagnetická vlna představuje rovnoměrné rozdělení energie v prostoru. Energie se šíří prostorem rychlostí elektromagnetické vlny  $c$  ve směru vlnového vektoru. Energie procházející jednotkou plochy (kolmé ke směru šíření) za jednotku času (*plošná hustota výkonu*) je:

$$I = c\bar{u} = \frac{1}{2} c\epsilon E_0^2. \quad (2.19)$$

Fyzikální jednotkou této veličiny je  $\text{Wm}^{-2}$  a častěji než plošnou hustotou výkonu bývá tato veličina nazývána *intenzitou* elektromagnetické vlny nebo intenzitou elektromagnetického záření.

## 2.6 Impuls optického záření

Až doposud jsme uvažovali o optickém záření jako o vlnění trvajícím nekonečně dlouhou dobu. V moderní optice, a zejm. v souvislosti s impulsními lasery, se setkáváme se zářením, jehož přítomnost trvá jen po jistou dobu, tj. hustota výkonu je v daném bodě prostoru nenulová jenom v jistém časovém intervalu, viz obr. 2.6.



Obr. 2.6: Impuls optického záření

Tento časový interval se nazývá *dobou trvání impulsu* nebo (nepřesně) *délkou impulsu*. Laserová technika umožňuje generovat impulsy optického záření trvajících milisekundy, mikrosekundy, nanosekundy, pikosekundy až desítky femtosekund. Pikosekundové až femtosekundové impulsy bývají označovány jako *velmi krátké*.

Impuls optického záření v jistém bodě prostoru může být popsán intenzitou elektrického pole:

$$\vec{E} = \vec{i}_y \mathcal{E}_0(t) \cos(\omega t + \Phi(t)), \quad (2.20)$$

kde  $\mathcal{E}_0(t)$  a  $\Phi(t)$  jsou *pomalou proměnná amplituda* a *pomalou proměnná*

*fáze* (v měřítku určeném periodou kmitu). V případě izolovaného impulsu má amplituda  $\mathcal{E}_0(t)$  zprav. jen jediné maximum.

Závislost příslušné intenzity záření (plošné hustoty výkonu)  $I$  na čase je úměrná druhé mocnině amplitudy, tj.:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon c \mathcal{E}_0(t)^2, \quad (2.21)$$

a s ohledem na přijatý předpoklad představuje také veličinu, která se mění jen velmi málo během jedné periody kmitu optické vlny.

Detailnější analýza ukazuje, že každý impuls s pomalu proměnnou obálkou a fází může být popsán jako výsledek skládání mnoha vln, jejichž frekvence se navzájem jen málo liší. Takový signál, jak bude ukázáno později, nazýváme *kvazimonochromatickým*.

## 2.7 Princip superpozice elektromagnetických vln

Jestliže se ve volném prostoru vyskytují dvě elektromagnetické vlny současně a jejich intenzity elektrického pole (resp. magnetické indukce) jsou popsány prostorovočasovými vektorovými funkcemi  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$  a  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$  (resp.  $\vec{B}_1(\vec{r}, t)$  a  $\vec{B}_2(\vec{r}, t)$ ), potom výsledné elektromagnetické pole je popsáno vektorem intenzity elektrického pole  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  (resp. magnetické indukce  $\vec{B}(\vec{r}, t)$ ):

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t), \quad (2.22)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_1(\vec{r}, t) + \vec{B}_2(\vec{r}, t). \quad (2.23)$$

Je velmi důležité si uvědomit, že princip superpozice (skládání, sčítání), jak byl uveden, *neplatí pro intenzity záření* (pro plošné hustoty zářivého toku). Máme-li např. dvě elektromagnetické vlny stejné frekvence šířící se ve stejném směru, každou o intenzitě  $I$ , neplatí obecně, že by výsledné pole mělo intenzitu  $2I$ . Výsledná intenzita záření musí být odvozena na základě zjištění výsledné intenzity elektrického a magnetického pole, pro které zákon superpozice platí.

## 2.8 Pole dvou elektromagnetických vln

Nyní popíšeme několik zvláštních případů elektromagnetického pole vytvořeného superpozicí dvou elektromagnetických vln. Vyjádříme výsledné elektrické pole a výsledné prostorovočasové rozložení intenzity (plošné hustoty výkonu, resp. energie) záření.

### 2.8.1 Vlny různých frekvencí, stejné polarizace, šířící se ve stejném směru

Dvě elektromagnetické vlny různých frekvencí a stejných amplitud, šířící se ve směru osy  $z$ , lineárně polarizované ve směru osy  $y$ , jsou popsány vektory intenzity elektrického pole  $\vec{E}_1$  a  $\vec{E}_2$ :

$$\vec{E}_1 = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 z + \Phi_1), \quad (2.24)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 z + \Phi_2), \quad (2.25)$$

kde  $\omega_1, \omega_2$  jsou kruhové frekvence,  $k_1, k_2$  příslušná vlnová čísla a  $\Phi_1, \Phi_2$  fázové faktory uvažovaných elektromagnetických vln.

Výsledné elektrické pole je  $\vec{E}$  je dáno součtem

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (2.26)$$

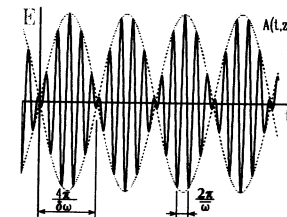
$$\vec{E} = \vec{i}_y E_0 [\cos(\omega_1 t - k_1 z + \Phi_1) + \cos(\omega_2 t - k_2 z + \Phi_2)], \quad (2.27)$$

$$\vec{E} = \vec{i}_y 2E_0 \cos\left(\frac{\delta\omega}{2}t - \frac{\delta k z}{2} + \frac{\delta\Phi}{2}\right) \cos(\bar{\omega}t - \bar{k}z + \bar{\Phi}), \quad (2.28)$$

kde  $\delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ ,  $\delta k = k_1 - k_2$ ,  $\delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  označují rozdíly kruhových frekvencí, vlnových čísel a fázových faktorů uvažovaných vln, zatímco  $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ ,  $\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$  a  $\bar{\Phi} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}$  označují střední hodnoty kruhové frekvence, vlnového čísla a fázových faktorů. Pokud jsou si frekvence vln velmi blízké, tj.  $\delta\omega \ll \bar{\omega}$ , potom z rovnice (2.28) vyplývá, že signál může být popsán jako nosná vlna s kruhovou frekvencí  $\bar{\omega}$  a vlnovým číslem  $\bar{k}$  s pomalu proměnnou amplitudou  $A$  v prostoru i v čase, viz obr.2.7

$$A(t, z) = 2E_0 \cos\left(\frac{\delta\omega}{2}t - \frac{\delta k z}{2} + \frac{\delta\Phi}{2}\right). \quad (2.29)$$

Prostorová i časová perioda  $2\pi/\delta k$  i  $2\pi/\delta\omega$  obálky jsou podstatně větší než vlnová délka i perioda kmitu  $2\pi/\bar{k}$  i  $2\pi/\bar{\omega}$ . Amplituda  $A(t, z)$  se prostorem šíří rychlostí  $c_g = \delta\omega/\delta k$ , kterou někdy nazýváme *grupovou rychlostí*. Intenzita



Obr. 2.7: Výsledné elektrické pole dvou vln

záření (plošná hustota výkonu)  $I(t, z)$  je úměrná druhé mocnině pomalu proměnné amplitudy  $A(t, z)$ , viz (2.19):

$$I(t, z) = \frac{1}{2} c \epsilon A^2(t, z), \quad (2.30)$$

$$= \frac{1}{2} c \epsilon 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\delta\omega}{2}t - \frac{\delta k z}{2} + \frac{\delta\Phi}{2}\right), \quad (2.31)$$

$$= c \epsilon E_0^2 (1 + \cos(\delta\omega t - \delta k z + \delta\Phi)), \quad (2.32)$$

je tedy periodickou funkcí prostoru i času s periodami danými rozdílem kruhových frekvencí a rozdílem vlnových čísel. Měříme-li intenzitu  $I$  v jistém bodě prostoru  $z$  (měření tzv. kvadratickým detektorem), nazýváme tuto periodickou změnu intenzity *záznějemí*. V souvislosti s prostorovou změnou mluvíme o *interferenci*, resp. o interferenčních obrazcích.

### 2.8.2 Vlny stejných frekvencí, stejné polarizace, šířící se v různých směrech

Uvažujeme-li o dvou elektromagnetických vlnách se stejnými frekvencemi  $\omega$  a stejnými amplitudami intenzity elektrického pole  $E_0$ , šířícími se v různých směrech daných vektory  $\vec{k}_1$ , a  $\vec{k}_2$  a orientujeme soustavu souřadnic tak, že

vlnové vektory mají nenulové jen dvě ze tří vektorových složek  $\vec{k}_1 = (k_x, 0, k_z)$  a  $\vec{k}_2 = (-k_x, 0, k_z)$  (viz obr. 2.8) a předpokládáme-li lineární polarizaci ve směru osy  $y$ , mohou být vlny matematicky popsány takto:

$$\vec{E}_1 = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - k_z z - k_x x + \Phi_1), \quad (2.33)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - k_z z + k_x x + \Phi_2). \quad (2.34)$$

Výsledné elektrické pole je  $\vec{E}$  vyjádřené jako součet vektorů je

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (2.35)$$

$$= \vec{i}_y 2E_0 \cos\left(k_x x + \frac{\delta\Phi}{2}\right) \cos(\omega t - k_z z + \bar{\Phi}). \quad (2.36)$$

Z rovnice (2.36) vyplývá, že signál může být též představen jako nosná vlna s kruhovou frekvencí  $\omega$  a s pomalu proměnnou amplitudou

$$A(x) = 2E_0 \cos\left(k_x x + \frac{\delta\Phi}{2}\right), \quad (2.37)$$

která je funkcí jen prostorové souřadnice  $x$ . Rozložení intenzity záření, úměrné druhé mocnině této amplitudy je:

$$I(x) = \frac{1}{2} c \epsilon A^2(x) \quad (2.38)$$

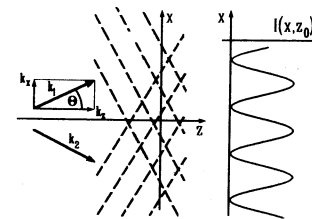
$$= \frac{1}{2} c \epsilon 4E_0^2 \cos^2\left(k_x x + \frac{\delta\Phi}{2}\right) \quad (2.39)$$

$$= c \epsilon E_0^2 (1 + \cos(2k_x x + \delta\Phi)) \quad (2.40)$$

Uvedené rozložení intenzity záření  $I(x)$  popisuje vlastně *interferenční proužky* pozorovatelné v rovině  $x, y$  (např. na fotografickém záznamu). Perioda proužků bude tím větší, čím menší bude vzájemný úhel, který vlnové vektory svírají viz obr. 2.8.

### 2.8.3 Superpozice vln před zrcadlem

Předpokládáme ideální rovinné zrcadlo umístěné kolmo k ose  $z$ . Současně předpokládáme, že na zrcadlo dopadá rovinná elektromagnetická vlna, šířící



Obr. 2.8: Interference v poli dvou vln

se ve směru osy  $z$ , která je lineárně polarizovaná ve směru osy  $y$ . Takovou vlnu lze popsat vektorem intenzity elektrického pole

$$\vec{E}_1 = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \Phi_1). \quad (2.41)$$

Vlna odražená od ideálního zrcadla bude mít stejnou amplitudu a bude se šířit v opačném směru, takže může být vyjádřena ve tvaru:

$$\vec{E}_2 = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t + kz + \Phi_2). \quad (2.42)$$

Výsledné pole pak je dáno součtem

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (2.43)$$

$$= \vec{i}_y E_0 [\cos(\omega t - kz + \Phi_1) + \cos(\omega t + kz + \Phi_2)], \quad (2.44)$$

$$= \vec{i}_y 2E_0 \cos\left(kz + \frac{\delta\Phi}{2}\right) \cos(\omega t + \bar{\Phi}). \quad (2.45)$$

Z posledního výrazu je pak zřejmé, že se výsledná vlna mění periodicky v prostoru i čase, avšak v prostoru se nepohybuje. Takovou vlnu nazýváme *stojatou* elektromagnetickou vlnou. Výkon záření, který postupuje směrem k zrcadlu, je stejný jako výkon záření postupující směrem od zrcadla. Objemová hustota energie záření dvou vln středovaná v časovém intervalu podstatně delším, než je doba trvání kmitu optické vlny, je periodickou proměnnou v závislosti na vzdálenosti od zrcadla (viz obr. 2.9)

$$\bar{u}(z) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 \left( kz + \frac{\delta\Phi}{2} \right) \quad (2.46)$$

$$= \epsilon_0 E_0^2 (1 + \cos(2kz + \delta\Phi)) \quad (2.47)$$

t.j. prostorová periodická funkce s periodou  $\pi/k$  tj. periodou rovnou polovině vlnové délky záření  $\lambda/2$ .

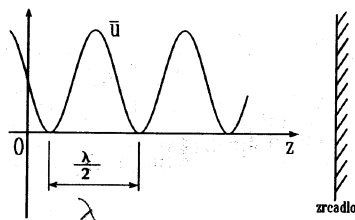
## 2.9 Fabryův-Perotův rezonátor

Fabryův-Perotův rezonátor je jednoduché optické zařízení. Tvoří jej dvě rovinné částečně odrazivé planoparalelní plochy (obr. 2.10). Zrcadlicí plochy jsou na obrázku označeny  $Z_1$  a  $Z_2$  jejich odrazivost (schopnost odrazet) je charakterizována tzv. amplitudovými činiteli  $r_1$  a  $r_2$ . Jsou to veličiny reálné, kladné, nejvýše rovné jedné. Jsou definovány jako poměry amplitud elektrického pole vlny odražené k dopadající.

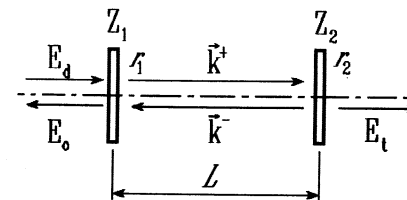
### 2.9.1 Superpozice vln ve Fabryově-Perotově rezonátoru

Uvažujme nejprve o vlně, která se šíří mezi zrcadly zleva doprava:

$$\vec{E}_0^+ = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - kz + \Phi_+). \quad (2.48)$$



Obr. 2.9: Objemová hustota energie záření před zrcadlem



Obr. 2.10: Fabryův-Perotův rezonátor

Po odrazu od plochy  $Z_2$  se směr, amplituda i fáze vlny změní tak, že odraženou vlnu je možné popsat takto:

$$\vec{E}_0^- = \vec{i}_y r_2 E_0 \cos(\omega t + kz + \Phi_-). \quad (2.49)$$

Tato vlna postupuje rezonátorem zprava doleva a po odrazu od zrcadla  $Z_1$  má sníženou amplitudu a pohybuje se ve stejném směru jako vlna  $\vec{E}_0^+$ . Je možné ji zapsat ve tvaru:

$$\vec{E}_1^+ = \vec{i}_y r_1 r_2 E_0 \cos(\omega(t - \tau) - kz + \Phi_+ + \Delta_{12}), \quad (2.50)$$

kde  $\tau = 2L/c$  je časové zpoždění dané dobou oběhu světla mezi zrcadly (vzdálenými od sebe o délku  $L$ ) tam a zpět ( $c$  je rychlost světla),  $\Delta_{12}$  je přídavná fázová změna, ke které může dojít při odrazu od zrcadel. Postupují-li současně vlny původní a odražená, bude výsledné elektrické pole (princip superpozice) popsáno součtem:

$$\vec{E}_0^+ + \vec{E}_1^+ = \vec{i}_y E_0 [\cos(\psi) + R \cos(\psi + \delta)], \quad (2.51)$$

kde  $\psi = \omega t - kz + \Phi_+$  a  $\delta = \omega\tau + \Delta_{12}$ ,  $R = r_1 r_2$ . Při uplatnění trigonometrických vzorců pro součty harmonických funkcí a harmonických funkcí součtu je možné poslední rovnici přepsat do tvaru:

$$\vec{E}_0^+ + \vec{E}_1^+ = \vec{i}_y E_0 \sqrt{1 + R^2 + 2R \cos(\delta)} \cos(\psi + \beta), \quad (2.52)$$

kde

$$\beta = \arccos\left(\frac{1 + R \cos(\delta)}{\sqrt{1 + R^2 + 2R \cos(\delta)}}\right). \quad (2.53)$$



Amplituda výsledné vlny

$$A = E_0 \sqrt{1 + R^2 + 2R \cos(\delta)} \quad (2.54)$$

závisí na délce rezonátoru, bude největší pokud  $\cos(\delta)$  bude největší, tj. pokud  $\delta = 2n\pi$ , kde  $n$  je libovolné celé číslo.

Tato poslední podmínka odpovídá situaci, že vlna po dvojnásobném odrazu od zrcadel má stejnou fázi jako vlna původní. Okamžité amplitudy se sčítají. Uvážíme-li, že přídavný fázový faktor  $\Delta_{12}$  leží v intervalu  $(0, 2\pi)$ , potom pro optické kmitočty a alespoň milimetrové vzdálenosti  $L$  zrcadel může být přídavný fázový faktor zanedbán vzhledem k  $2L\omega/c$ . Podmínku sčítání amplitud je možné vyjádřit jako podmínku na vzdálenost zrcadel. Zrcadla musí být od sebe vzdálená o celistvý počet půlvln uvažovaného záření, tj.:  $L = n\lambda/2$ . Nebo naopak pro každou frekvenci  $f_n$ , pro kterou je splněna podmínka  $f_n = nc/2L$ , se vlny sčítají (nastává rezonance),  $f_n$  jsou tzv. rezonanční frekvence Fabryova-Perotova rezonátoru. Při těchto frekvencích má elektrické pole uvnitř rezonátoru maximální hodnotu.

Vlna prochází uvnitř rezonátoru mnohokrát, při každém odrazu od zrcadla se její amplituda sníží. V ustáleném režimu bude výsledná amplituda vlny postupující zleva doprava dána součtem amplitud všech vln postupujících zleva doprava:

$$\vec{E}^+ = \vec{E}_0^+ + \vec{E}_1^+ + \vec{E}_2^+ + \dots + \vec{E}_m^+ + \dots \quad (2.55)$$

kde každá  $m$ -tá složka

$$\vec{E}_m^+ = \vec{i}_y R^m E_0 \cos(\psi + m\delta). \quad (2.56)$$

Při rezonanci, když  $\delta = 2n\pi$  pak platí:

$$\vec{E}_m^+ = \vec{i}_y R^m E_0 \cos(\psi), \quad (2.57)$$

takže

$$\vec{E}^+ = \vec{i}_y \frac{E_0}{1 - R} \cos(\psi), \quad (2.58)$$

$$= \vec{i}_y \frac{E_0}{1 - R} \cos(\omega t - kz + \Phi_1). \quad (2.59)$$

Výsledná vlna postupující uvnitř rezonátoru v opačném směru bude mít amplitudu

$$\vec{E}^- = \vec{i}_y \frac{r_2 E_0}{1 - R} \cos(\omega t + kz + \Phi_2). \quad (2.60)$$

Ve zvláštním případě vysoké odrazivosti zrcadlové plochy  $Z_2$  ( $r_2 = 1$ ) jsou amplitudy vln v obou vstříčných směrech stejné a v prostoru mezi zrcadly stojatá vlna o amplitudě  $2E_0/(1 - R)$ , tj. stojatá vlna, jejíž amplituda velmi rychle vzrůstá, když se činitel amplitudové odrazivosti blíží k hodnotě jedna. Je-li délka rezonátoru rovna lichému počtu půlvln, tj. když  $\delta = (2n + 1)\pi$ , bude výsledná amplituda vln v obou směrech nejmenší a rovná:

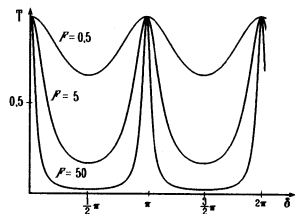
$$\vec{E}^+ = \vec{i}_y \frac{E_0}{1 + R} \cos(\omega t - kz + \Phi_1), \quad (2.61)$$

$$\vec{E}^- = \vec{i}_y \frac{r_2 E_0}{1 + R} \cos(\omega t + kz + \Phi_2). \quad (2.62)$$

## 2.9.2 Odrazivost a propustnost Fabryova-Perotova rezonátoru

Amplituda základní vlny, o které jsme uvažovali uvnitř rezonátoru  $E_0^+$ , může být zadána amplitudou dopadající vlny  $E_d$ :  $E_0 = tE_d$ , kde  $t$  je amplitudová propustnost (transmitance) zrcadla. Vlna odražená  $E_o$  od Fabryova-Perotova etalonu bude určena výslednou vlnou šířící se uvnitř rezonátoru zprava doleva  $E^-$ :  $E_o = tE^+$ . Poměr intenzit  $I_o$  a  $I_d$  neboli poměr druhých mocnin  $E_o^2$  a  $E_d^2$  určuje odrazivost (reflektanci)  $R_{FPR}$  Fabryova-Perotova rezonátoru. Propustnost (transmitance)  $T_{FPR}$  je definovaná obdobně jako reflektance, tj. jako poměr intenzity vlny vystupující (za zrcadlem  $Z_2$ ) k intenzitě vlny dopadající (v. obr. 2.10).

Obdobným způsobem, jako v předchozím odstavci pro vlny šířící se kolmo k zrcadlům, je možné odvodit vzorce pro transmitanci i reflektanci i v obecnější případě, kdy elektromagnetická vlna dopadá na zrcadla Fabryova-Perotova interferometru šikmo (pod úhlem  $\Theta$ ).



Obr. 2.11: Propustnost Fabryova-Perotova etalonu

V případě, že obě zrcadla rezonátoru jsou stejná, je reflektance  $R_{FPR}$  (odrazivost) vyjádřena takto:

$$R_{FPR} = \frac{F \sin^2 \delta}{1 + F \sin^2 \delta} \quad (2.63)$$

a poměr  $T_{FPR}$  intenzit vystupujícího a dopadajícího záření (*transmitance*) je roven

$$T_{FPR} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \delta}, \quad (2.64)$$

kde  $\delta = 2\pi L/\lambda \cos \Theta$  a  $\Theta$  je úhel dopadu,  $F = 4R/(1 - R)^2$  je tzv. *finesa* daná jen odrazivostmi  $R$  zrcadlových ploch, které rezonátor tvoří.

Odrzivost i propustnost Fabryova-Perotova etalonu jsou periodickými funkcemi  $\delta$  (viz. obr. 2.11), tj. mění se např. se změnou vlnové délky nebo se změnou úhlu náklonu. Rozdíl mezi maximální a minimální transmitancí je tím větší, čím větší je finesa  $F$  ploch tvořících Fabryův-Perotův rezonátor, neboli čím větší jsou odrazivosti zrcadel.

Fabryův-Perotův rezonátor (resp. *etalon* nebo *interferometr*) se používá jednak jako analytické zařízení pro určování spektrálního složení optického záření, jednak pro prostorovou filtraci — výběr vln s některými vlnovými vektory.

Fabryův-Perotův rezonátor je současně příkladem ideálního optického rezonátoru. V laserové technice se používají rezonátory obecnějšího typu, které nazýváme rezonátory otevřenými.

## 2.10 Optický rezonátor

Optickým rezonátorem se rozumí zařízení, které je schopné hromadit, nebo na jistou dobu udržet optické záření v omezené oblasti prostoru. Dvě planparalelní zrcadla, která tvoří Fabryův-Perotův rezonátor, vymezují oblast prostoru, ve kterém dochází k jistému hromadění energie, pokud směr šíření a frekvence vln vyhovují rezonančním podmínkám.

Optické rezonátory obecně mohou být složeny z odrazných ploch různých tvarů. Hypotetickým příkladem optického rezonátoru je odrazná vnitřní plocha koule, nebo soustava zrcadel vymezující jistý konečný prostor (vnitřek kvádry, jehlanu apod.)

V žádném reálném rezonátoru však není možné energii uchovat navždy. Pokles energie v nebuzeném rezonátoru určují především jeho vlastní ztráty. Necht'  $U(t)$  je celková energie záření o frekvenci  $f$  uvnitř rezonátoru vyjádřená časem  $t$ . Necht' v čase  $t = 0$  je v rezonátoru energie  $U(0)$ . Časový pokles může být zpravidla popsán exponenciálním zákonem:

$$U = U(0)e^{-\frac{t}{\tau_c}} \quad (2.65)$$

Parametr  $\tau_c$  je vlastně časový interval, za který energie uvnitř rezonátoru klesne na hodnotu  $U(0)/e$ , je to relaxační doba energie v rezonátoru, někdy se nazývá *dobou života fotonu v rezonátoru*. Na základě elementárních představ o Fabryově-Perotově rezonátoru, tvořeném zrcadly s reflektancemi  $R_1$  a  $R_2$ , lze nahlédnout, že energie  $U(0)$  soustředěná uvnitř poklesne o hodnotu  $\Delta U$  za dobu oběhu rezonátorem  $\Delta t = 2L/c$ . Z toho je možné nahlédnout, že

$$\tau_c = \frac{2L}{c} \cdot \frac{1}{1 - R_1 R_2}. \quad (2.66)$$

Přesněji je možné odvodit vzorec:

$$\tau_c = \frac{2L}{c} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right)}. \quad (2.67)$$

Bezrozměrná veličina  $Q = 2\pi f_r \tau_c$ , kde  $f_r$  je rezonanční frekvence, se nazývá *činitelem jakosti* rezonátoru. Je mírou schopnosti optického rezonátoru uchovat energii. Čím menší jsou ztráty v rezonátoru, tím bývá  $\tau_c$  větší a tím větší je i činitel jakosti rezonátoru  $Q$ . Množina rezonančních frekvencí  $f_r$  je množinou diskretních hodnot (není to množina jednobodová), jak tomu bývá u elektronických rezonančních obvodů.

Idealizovaný Fabryův-Perotův rezonátor (o kterém jsme uvažovali) je prostor uzavřený nekonečnými zrcadly. Ztráty energie z rezonátoru jsou dány jen transmitancí zrcadel. V praxi však mají zrcadla jen konečné rozměry. Prostor, v němž dochází k soustředění energie optického záření, není uzavřen. Rezonátor označujeme jako *otevřený* [10].

### 2.10.1 Otevřený rezonátor

Mají-li odrazné plochy konečný rozměr, dochází k úniku části energie kolem zrcadel. V laserech se používají dvojice zrcadel, ve kterých je jedna plocha vysoce odrazná, druhá plocha částečně propustná sloužící k vyvedení energie z rezonátoru. Výkon záření prostupující zrcadlem představuje tzv. *činné ztráty* rezonátoru. Částečně odraznou plochu označujeme jako *výstupní zrcadlo* otevřeného rezonátoru.

Základními rozměry otevřeného rezonátoru jsou vzdálenost  $L$  odrazných ploch (zrcadel) a příčný rozměr zrcadel. Je-li příčný rozměr podstatně menší než vzdálenost, dochází k významnému úniku energie optického záření z otevřeného rezonátoru. Ztráty energie takto vznikající se nazývají *difrakční ztráty*.

Zrcadla rezonátoru mohou mít různé geometrické tvary. Zvláštními případy jsou *planparalelní rezonátor*, kdy obě odrazné plochy jsou rovinná zrcadla (od Fabryova-Perotova rezonátoru se liší tím, že příčné rozměry jsou konečné) a *sférické rezonátory*, kdy plochy jsou částmi kulových povrchů (někdy s pravouhlou, častěji s kruhovou aperturou).

Difrakční ztráty jsou dány skutečností, že apertury (vnější rozměry) rezo-

nátorových zrcadel a dalších optických komponent mají malé rozměry. Záření, které postupuje směrem k zrcadlu, částečně zrcadlo „obtéká“ a nevrací se zpět. Difrakční ztráty otevřeného rezonátoru rostou, pokud klesá příčný rozměr zrcadla  $a$ , nebo roste délka  $L$  rezonátoru. Jsou také tím větší, čím je větší vlnová délka  $\lambda$ . Proto, aby difrakční ztráty byly zanedbatelné, musí platit:

$$N_F = \frac{a^2}{4\lambda L} \gg 1. \quad (2.68)$$

Bezrozměrný parametr  $N_F$  se nazývá *Fresnelovým číslem*. Velikost Fresnelova čísla je kritériem velikosti difrakčních ztrát rezonátoru.

### 2.10.2 Sférické otevřené rezonátory

Nejčastěji používané otevřené rezonátory jsou sférické rezonátory, tvořené dvěma kulovými plochami s poloměry  $r_1$  a  $r_2$ . Jejich zvláštními případy jsou:

planparalelní, pro který platí	$r_1 = r_2 = \infty$
konfokální	$r_1 + r_2 = 2L$
koncentrický	$r_1 + r_2 = L$
hemisférický	$r_1 = L, r_2 = \infty$ .

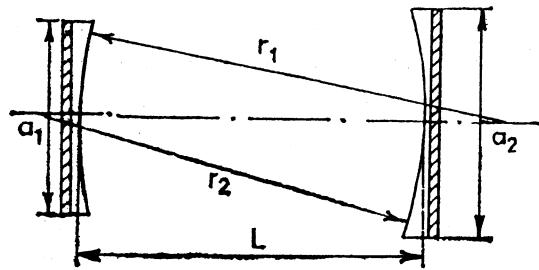
Otevřené sférické rezonátory jsou definovány průměry apertur  $a_1, a_2$ , poloměry křivosti zrcadel  $r_1, r_2$  a vzdálenosti zrcadel  $L$ . (viz obr. 2.12). Existují tři podobnostní bezrozměrné parametry  $N_F, G_1, G_2$ , jimiž jsou charakterizovány difrakční ztráty:

$$N_F = \frac{a_1 a_2}{4\lambda L} \quad (\text{Fresnelovo číslo}) \quad (2.69)$$

$$G_1 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \left(1 - \frac{L}{r_1}\right) \quad (2.70)$$

$$G_2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \left(1 - \frac{L}{r_2}\right). \quad (2.71)$$

Rezonátory se stejnými parametry  $N_F, G_1$  a  $G_2$  nazýváme *rezonátory ekvivalentními*.



Obr. 2.12: Otevřený rezonátor tvořený dvěma sférickými zrcadly s poloměry křivosti  $r_1$  a  $r_2$  a aperturami  $a_1$ ,  $a_2$ .

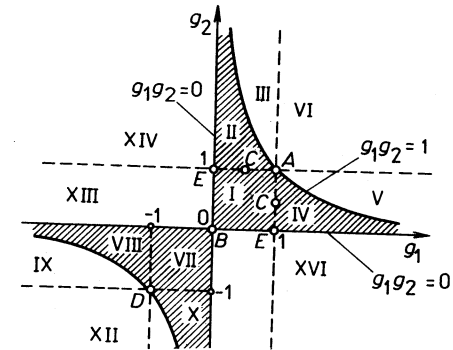
V závislosti na velikosti difrakčních ztrát dělíme otevřené rezonátory na *stabilní* a *nestabilní*. Stabilním je ten rezonátor, ve kterém záření při mnohonásobném průchodu rezonátorem mezi zrcadly tam a zpět neztrácí podstatnou část své energie. Pro zařazení konkrétního sférického rezonátoru mezi *stabilní* nebo *nestabilní* lze s výhodou provést pomocí diagramu stability. Diagram stability, mají-li zrcadla stejně velké apertury (viz obr. 2.13), je diagram v rovině bezrozměrných parametrů  $g_1$  a  $g_2$ :

$$g_1 = 1 - \frac{L}{r_1}, \quad (2.72)$$

$$g_2 = 1 - \frac{L}{r_2}. \quad (2.73)$$

Používá se znaménková konvence taková, že poloměr křivosti zrcadla  $r_1$  (resp.  $r_2$ ) je kladný v případě, že střed křivosti zrcadla leží ve směru, kde se nachází rezonátor (druhé zrcadlo). V opačném případě je poloměr záporným. Ve zvláštním případě rovinného zrcadla je  $1/r = 0$ ,  $g = 1$ . Rezonátor je stabilní, jestliže platí:

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (2.74)$$



Obr. 2.13: Diagram stability

V případě, že  $g_1 g_2 = 0$  nebo 1, je rezonátor na hranicích stability (obr. 2.13). V uvedeném diagramu stability každý bod odpovídá některému sférickému rezonátoru. Bod A reprezentuje rezonátory tvořené dvěma rovinnými zrcadly (planoparalelní rezonátory), pro které  $g_1 = g_2 = 1$ . Bod 0 odpovídá konfokálnímu rezonátoru tvořenému dvěma konkávními zrcadly stejné křivosti, pro kterou platí vztah  $r_1 = r_2 = L$ ,  $g_1 = g_2 = 0$ .

## 2.11 Druhy elektromagnetického záření

Elektromagnetické záření ve volném prostoru (vakuu) je možné si představit jako superpozici (složení) rovinných elektromagnetických vln obecně různých *frekvencí*  $f$  (resp. různých vlnových délek  $\lambda$ ), různých *směrů šíření* (tj. různých orientací vlnového vektoru  $\vec{k}$ ) a různých *polarizací*. Charakteristické vlastnosti elektromagnetického záření jsou pak dány množinou (spektrum) frekvencí vln, množinou směrů vlnových vektorů (úhlovým spektrem), popř. množinou vektorů polarizace a příslušnými amplitudami a fázovými faktory jednotlivých vln.

V závislosti na frekvencích (resp. vlnových délkách) rozeznáváme gama záření, optické záření, radiové vlny apod. (viz tab. 2.1).

Tabulka 2.1: Elektromagnetické záření

frekvence [Hz]	označení	vlnová délka [m]
nad $10^{20}$	Gama záření	pod $10^{-11}$
$10^{18} - 10^{20}$	Rentgenové záření	$10^{-9} - 10^{-11}$
$10^{15} - 10^{18}$	Ultrafialové záření	$10^{-7} - 10^{-9}$
$10^{14} - 10^{15}$	Světlo	$10^{-6} - 10^{-7}$
$10^{12} - 10^{14}$	Infračervené záření	$10^{-3} - 10^{-6}$
$10^9 - 10^{11}$	Mikrovlny	$10^{-1} - 10^{-3}$
$10^8$	Televizní vlny	1
$10^3 - 10^7$	Radiové vlny	$10^5$

Oblast frekvencí definující podmnožinu elektromagnetických vln, označovanou jako světlo, je dáno intervalem citlivosti lidského oka. Někdy se proto namísto „světlo“ používají označení „viditelné záření“ nebo „optické záření“. V původním smyslu slova „optos“ znamená viditelný. Pod pojmem *optické záření* se však v současnosti rozumí záření s vlnovými délkami z viditelné oblasti a přilehlých oblastí infračerveného a ultrafialového pásma viz tab. 2.2.

Lidské oko vnímá signály různých frekvencí z viditelného pásma jako různé barvy. Z tabulky jsou patrné orientační hodnoty frekvencí a vlnových délek pro některé vybrané barvy.

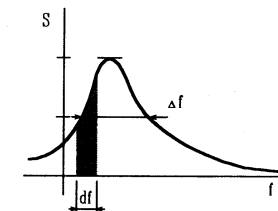
### 2.11.1 Spektrum elektromagnetického záření

Jestliže množina frekvencí vln přítomných v elektromagnetickém poli je část spojitého intervalu, mluvíme o *spojitém spektru*. Základní charakteristikou záření se spojitým spektrem je tzv. *spektrální hustota*  $S$ , definovaná jako plošná hustota výkonu spadající do jednotkového intervalu frekvencí v okolí uvažované frekvence  $S = \frac{\Delta I}{\Delta f}$  (popř. vlnové délky). Závislost spektrální hustoty na frekvenci (vlnové délce) se nazývá spektrální křivkou (viz př. na

Tabulka 2.2: Optické záření

frekvence $f[10^{14}]$	označení	vlnová délka $\lambda[m]$
3	Blízké infračervené	$1 \cdot 10^{-6}$
3,9	Červené (hrana)	$7,6 \cdot 10^{-7}$
4,9	Oranžové	$6,1 \cdot 10^{-7}$
5,1	Žluté	$5,9 \cdot 10^{-7}$
5,6	Zelené	$5,4 \cdot 10^{-7}$
6,5	Modré	$4,6 \cdot 10^{-7}$
7,5	Modré (hrana)	$4,0 \cdot 10^{-7}$
10	Blízké ultrafialové	$3 \cdot 10^{-7}$
1000	Rentgenové	$3 \cdot 10^{-9}$

obr. 2.14). Spektrální křivka závisí na vlastnostech zdroje záření a může být velmi složitá, nebo vykazovat jednoduché maximum. Často se k vyjádření spektrálních vlastností používá parametr označovaný jako šířka spektra.

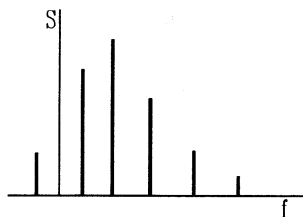


Obr. 2.14: Spektrální křivka

Pokud má spektrální křivka jen jediné maximum, bývá za *šířku spektra*  $\Delta f$  považován interval frekvencí (vlnových délek), uvnitř kterého je spektrální hustota větší než polovina maximální hodnoty (viz obr. 2.14). V případě, že je spektrum složitě, definuje se šířka spektra jako interval frekvencí (popř. interval vlnových délek nebo vlnočtů), uvnitř kterého je soustředěna polovina

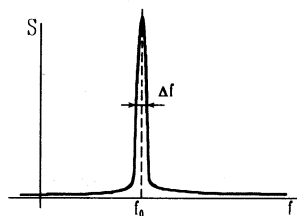
z celkového výkonu uvažovaného záření (t.j. polovina plochy pod spektrální křivkou).

Spektrum čárové je teoretickým přiblížením pro spektrum složené z jednoho nebo více maxim s velmi malými spektrálními šířkami. V takové případě je možné záření popsat jako součet (superpozici) vln s obecně různými frekvencemi viz obr. 2.15.



Obr. 2.15: Čárové spektrum elektromagnetického záření

V mezním (teoretickém) případě, kdy záření obsahuje jen jedinou frekvenční složku diskrétního spektra, mluvíme o *monochromatickém záření*. Monochromatické záření není totožné s jedinou vlnou. I monochromatické záření může být složeno obecně z vln různých směrů, různé polarizace a různých fází.



Obr. 2.16: Spektrum kvazimonochromatického elektromagnetického záření

*Kvazimonochromatické záření* lze definovat jako záření obsahující har-

monické složky jen z jistého malého intervalu ( $\Delta f$ ) v okolí střední nebo základní frekvence  $\bar{f}$ , tj. když poměr  $\Delta f/\bar{f}$  je podstatně menší než 1 (viz obr. 2.16).

## 2.12 Koherence optického záření

Jednoduchá elektromagnetická vlna nebo složení dvou a více vln jsou dobrým modelem pro pochopení základních fyzikálních principů. Od popisu reálných elektromagnetických polí reálných zdrojů jsou však velmi vzdálené. Optické záření reálných zdrojů si lze představit jako složení velkého množství elektromagnetických vln, které se navzájem liší frekvencí, polarizací i fází.

Jestliže frekvence, polarizace nebo fáze skládajících se vln nejsou navzájem nijak vázány, vzniká velmi neuspořádané elektromagnetické pole. Má charakter náhodných fluktuací (šumů). Takové optické záření označujeme jako *nekoherentní* [?]. Statistická střední hodnota amplitudy intenzity elektrického pole bývá nulová, přenášený výkon (tj. statistická střední hodnota druhé mocniny amplitudy elektrického pole) nikoliv.

V opačném případě, kdy jsou jednotlivé složky vzájemně vázány (korelovány), má výsledné pole uspořádanější strukturu a mluvíme o něm jako o poli *koherentním*. Pole, které jsme popisovali v prostoru mezi odraznými plochami Fabryova-Perotova rezonátoru, vzniká superpozicí mnoha vzájemně fázově i amplitudově vázaných vln a je to příklad pole koherentního.

Koherence optického záření je tedy míra statistického uspořádání. Každé optické pole může být charakterizováno jistým parametrem, který charakterizuje míru statistické neuspořádanosti. Zjišťování statistické uspořádanosti (neuspořádanosti) v optických polích se zabývá *teorie koherence*.

Často bývá pojem koherence svazován s pojmem interference, neboť v polích, kde lze pozorovat interference, lze hovořit o jisté míře statistické uspořádanosti, tj. o koherenci. Pokud interference nevznikají, považují se skládané signály za vzájemně nekoherentní.

Jistou výhodou nekoherence je, že výkon záření přenášený dvěma nekoherentními soubory vln je dán součtem výkonů přenášených jednotlivými soubory (tj. zákon superpozice výkonů platí pro nekoherentní elektromagnetická pole).

Zdroje, které vysílají nekoherentní záření, nazýváme nekoherentními zdroji (Slunce, žárovka, výbojka), příkladem zdrojů koherentního záření jsou laser a parametrický generátor.

## 2.13 Měřitelné veličiny optických polí

Vlnová délka optických elektromagnetických vln 350 – 800 nm je příliš malá ve srovnání s charakteristickými rozměry makrosvěta, v němž žijeme, a doba trvání jednoho kmitu  $10^{-14}$  s je příliš krátká ve srovnání s časovými intervaly měřitelnými v makrosvětě. Makroskopickými měřícími prostředky je prakticky nemožné zjistit okamžitou nebo lokální intenzitu elektrického pole elektromagnetického záření. V optice používaná měřící zařízení pak nejčastěji vypovídají o energetických účincích a optické elektromagnetické pole bývá charakterizováno tzv. radiometrickými veličinami

### 2.13.1 Radiometrické veličiny a jednotky

Energie, kterou elektromagnetické záření přenáší, bývá nazývána zářivou energií. Zářivá energie obsažená v jednotce objemu, tj. objemová hustota zářivé energie  $u(r, t)$  je skalární veličina s fyzikálním rozměrem  $\text{Jm}^{-3}$ .

Základní spektrální charakteristikou je spektrální objemová hustota *zářivé energie*, tj. energie v jednotce objemu přenášená vlnami s frekvencemi v jednotkovém frekvenčním intervalu v okolí zvolené frekvence  $u_f(r, t, f)$  s fyzikálním rozměrem  $\text{Jm}^{-3}\text{s}$  [12].

Zářivý tok je pak množství zářivé energie přenášené polem za jednotku času. V teorii elektromagnetického pole a v laserové fyzice pak častěji namísto zářivý tok používáme označení *výkon optického záření*.

Veličina, kterou se nejčastěji charakterizuje energie přenášená polem v daném bodě prostoru, je plošná hustota zářivého toku, častěji označovaná jako *intenzita záření*. Je to množství energie přenášené za jednotku času jednotkou plochy (ve směru kolmém k této ploše). Fyzikální rozměr je  $\text{Wm}^{-2}$  (srovnej odst. 2.5).

Spektrální veličinou je spektrální intenzita neboli (podle radiometrické terminologie) plošná hustota spektrálního zářivého toku s fyzikálním rozměrem  $\text{Wm}^{-2}\text{s}$ .

Radiometrické veličiny a jednotky a jejich definice jsou shrnuty v tabulce 2.3 (viz norma ČSN 01 1306 — Veličiny a jednotky světla a příbuzných elektromagnetických záření).

### 2.13.2 Fotometrické veličiny a jednotky

Fotometrické veličiny jsou zastaralé veličiny jednotky pro měření energetických a výkonových vlastností optického záření, často předpokládají měření v poli nekoherentních zdrojů. Jsou odvozeny ze srovnávacích pozorování nekoherentních polí lidským okem, tj. jsou vztaženy ke spektrální citlivosti lidského oka. Fotometrické veličiny a jednotky jsou součástí normy ČSN 01 1306 a jsou shrnuty v tabulce 2.4. Setkáváme se s nimi v ve starších knihách z oblasti optiky.

Příklady ke kapitole 2

- 2.1 Jaká je vlnová délka elektromagnetické vlny s frekvencí  $f = 3 \cdot 10^8$  Hz šířící se ve vakuu ?
- 2.2 Šířka pásma vlnových délek zeleného světla je v rozmezí 492 až 577 nm. Jaký je odpovídající frekvenční interval?
- 2.3 Vyjádřete úhel, který svírají vlnové vektory dvou rovinných kvazimono-chromatických vln s vlnovou délkou 500 nm, jestliže jsou při jejich interferenci pozorovány interferenční proužky s periodou 1 mm.
- 2.4 Vypočítejte maximální intenzitu elektrického pole vlny s okamžitým výkonem 20 kW uvnitř kruhu o poloměru 1 mm.

Tabulka 2.3: Radiometrické veličiny a jednotky a jejich definice

Veličina	Značka	Jednotka	Definice
zářivá energie (energie optického záření)	$Q_e (E)$	J	Časový integrál zářivého toku: $Q_e = \int_0^t \Phi_e dt$
zářivý tok (výkon optického záření)	$\Phi_e (P)$	W	Vyjadřuje výkon přenášený zářením; je určen energií $dQ_e$ procházející sledovaným místem (plochou za čas $dt$ )
zářivost	$I_e \left(\frac{dP}{d\Omega}\right)$	W.sr <sup>-1</sup>	Vyjadřuje schopnost daného, přibližně bodového zdroje, vyzařovat v daném směru, je určena podílem elementárního zářivého toku $d\Phi_e$ a elementárního prostorového úhlu $d\Omega$ , v němž je tento tok vyzařován: $I_e = d\Phi_e/d\Omega$
zář, plošná zářivost (jas)	$L_e (L)$	W.m <sup>-2</sup> .sr <sup>-1</sup>	Je určena podílem zářivosti $dI_e$ elementární plošky o obsahu $dS$ zdroje ve zvoleném směru $\alpha$ a kolmého průměru plošky v tomto směru: $L_e = dI_e/(dS \cos \alpha)$
plošná hustota zářivého toku (intenzita optického záření)	$\varphi_e (I)$	W.m <sup>-2</sup>	Podíl zářivého toku $d\Phi_e$ kolmo postupujícího elementární plochou a jejího plošného obsahu $dS_n$ : $\varphi_e = d\Phi_e/dS_n$
intenzita vyzařování	$M_e (I)$	W.m <sup>-2</sup>	Je určena podílem zářivého toku $d\Phi_e$ vysílaného danou ploškou zdroje do poloprostoru o obsahu $dS$ této plošky: $M_e = d\Phi_e/dS$
intenzita ozařování	$E_e (I)$	W.m <sup>-2</sup>	Je určena podílem zářivého toku $d\Phi_e$ a obsahu $dA$ plošky, na kterou tento tok dopadá: $E_e = d\Phi_e/dA$
expoze, dávka ozáření	$H_e$	W.s.m <sup>-2</sup>	Plošná hustota zářivé energie, která dopadla na danou plochu v časovém intervalu od $t_0 = 0$ do $t$ ; je to součin střední intenzity ozáření $E_{estř}$ a doby $t$ , po kterou ozáření působí: $H_e = E_{estř}t$

Tabulka 2.4: Fotometrické veličiny a jednotky a jejich definice

Veličina	Značka	Jednotka	Definice
světelné množství	$Q$	lm.s	Časový integrál světelného toku: $Q = \int_0^t \Phi dt$
světelný tok	$\Phi$	lm	Vyjadřuje schopnost zářivého toku vyvolat zrakový vjem. Světelný tok vysílaný z přibližně bodového zdroje do prostorového úhlu $\Omega$ je určen integrálem svítivosti $I$ v oboru tohoto úhlu, tedy součinem střední svítivosti $I_{stř}$ a velikosti úhlu $\Omega$ : $\Phi = \int_0^{\Omega} I d\Omega = I_{stř}\Omega$
svítivost	$I$	cd	Vyjadřuje schopnost přibližně bodového zdroje vyvolat v daném směru zrakový vjem. Svítivost je základní fotometrická veličina. $I = d\Phi/d\Omega$
jas	$L$	cd.m <sup>-2</sup>	Je určen podílem svítivosti $dI$ elementární plošky o obsahu $dS$ zdroje ve zvoleném směru $\alpha$ a kolmého průměru plošky v tomto směru: $L = dI/(dS \cos \alpha)$
světlení, intenzita světlení	$M$	lm.m <sup>-2</sup>	Je určeno podílem světelného toku $d\Phi$ vysílaného danou ploškou zdroje do poloprostoru a obsahu $dS$ této plošky: $M = d\Phi/dS$
osvětlení, intenzita osvětlení	$E$	lx	Je určeno podílem světelného toku $d\Phi$ a obsahu $dA$ plošky, na kterou tento tok dopadá: $E = d\Phi/dA$
osvit, expoze	$H$	lx.s	Plošná hustota světelného množství, které dopadlo nadanou plochu v časovém intervalu od $t_0 = 0$ do $t$ ; je to součin středního osvětlení a doby $t$ , po kterou osvětlení působí: $H = E_{stř}t$



- 2.5 Odhadněte střední intenzitu elektrického pole a magnetické indukce slunečního záření na zemském povrchu a porovnejte je s intenzitou zemského elektrického pole, které je  $100 \text{ Vm}^{-1}$  ( $I = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Wm}^{-2}$ )
- 2.6 Jas slunce představuje  $15 \cdot 10^5 \text{ Imm}^{-2}\text{srad}^{-1}$ . Porovnejte tento jas s jasnem *He-Ne* laseru ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ), který má výkon  $1 \text{ mW}$ , průměrem svazku  $1 \text{ mm}$ , frekvenčním intervalem o šířce  $0,2 \text{ nm}$ , divergenci  $3 \text{ mrad}$ .
- 2.7 Ve Fabry-Perotově interferometru je vzdálenost mezi deskami  $4,5 \text{ cm}$ . Vypočítejte oblast frekvenční disperzi přístroje. Šířka čáry *He-Ne* laseru  $632,8 \text{ nm}$  je přibližně  $0,01 \text{ nm}$ . Může Fabry-Perotův interferometr naměřit tuto čáru?
- 2.8 Ve Fabryově-Perotově interferometru jsou zrcadla umístěna ve vzdálenosti  $20 \text{ mm}$ . Jaká vlnová délka, blízká  $515,6 \text{ nm}$ , bude tímto interferometrem procházet bez změny amplitudy.
- 2.9 Svazek laserového záření je polarizován ve vertikální rovině. Polarizátor  $P_1$ , jehož optická osa je horizontální, je umístěn do svazku. Která část světla bude propuštěna, jestliže je  $P_1$  ideálním polarizátorem? Nyní umístíme do svazku mezi  $P_1$  a laser polarizátor  $P_2$ . Jeho osa svírá s vertikální osou úhel  $45^\circ$ . Jaká část záření je propouštěna v tomto případě? Načrtněte graf závislosti transmitance na úhlu mezi optickou osou polarizátoru  $P_2$  a vertikální osou ( $0^\circ$ ) nebo horizontální osou ( $90^\circ$ ).
- 2.10 Fabryův-Perotův rezonátor je tvořen zrcadly ve volném prostoru vzdálenými od sebe  $1 \text{ mm}$ . Kolik má rezonančních frekvencí v optickém pásmu kmotočtů a které to jsou?
- 2.11 Dokažte, že, jestliže má Fabryův-Perotův etalon ztráty intenzity záření za jeden průchod rovnající se  $(1 - A)$ , rovná se jeho maximální transmitance  $(1 - R)^2 A / (1 - RA)^2$ .  $R$  je reflektance zrcadel etalonu.

## Kapitola 3

### Látka jako soubor kvantových soustav

#### 3.1 Kvantová soustava

Podle současných představ o hmotě se látkové prostředí skládá z molekul, atomů, popř. iontů. Molekuly, atomy a ionty jsou soustavy složené z navzájem vázaných elementárních částic — protonů, neutronů a elektronů.

Stacionární stavy vázaných soustav mají přesně definované energie (ve směs nižší než odpovídá celkové energii stejného souboru navzájem nevázaných elementárních částic). Pro soustavy vázaných částic existuje více vnitřních stacionárních stavů, jimž přísluší různé hodnoty energie. Tyto hodnoty energie nabývají diskrétních hodnot a nazýváme je *energetickými hladinami*. Protože energie stacionárních stavů soustav nemůže nabývat jakýchkoliv hodnot (je kvantována), používáme pro atom, iont nebo molekulu atd. společné označení *kvantová soustava*.

V teoretických úvahách můžeme o kvantové soustavě (např. o atomu vodíku) uvažovat jako o izolované soustavě, tj. vyloučit veškeré působení okolního prostředí. Pro každou izolovanou kvantovou soustavu je možné nalézt množinu stacionárních stavů, jimž odpovídá množina diskrétní spektrum energetických hladin (viz obr. 3.1).

Stav, kterému odpovídá nejmenší hodnota energie  $E_0$ , bývá označován