

Úvod do laserové techniky

Laser

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické v Praze
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

19. října 2016

Světlo a jeho interakce s hmotou – opakování

- ▶ **Světlo** = elektromagnetická vlna × proud částic – fotonů

- ▶ Intenzita záření

$$I = \frac{1}{2} c \varepsilon \mathcal{E}_0^2$$

- ▶ Energie fotonu

$$E = h\nu$$

- ▶ Otevřený **rezonátor** – akumulace energie ve formě světla – stojatá vlna

- ▶ Rezonanční frekvence

$$\nu_n = n \frac{c}{2L_{rez}}$$

- ▶ Stabilita rezonátoru
- ▶ Doba života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{2L}{c} \frac{1}{-\ln(R_1 R_2)}$$

- ▶ Prostředí = soubor **kvantových soustav** (atomů, iontů, molekul. . .)

- ▶ Stacionární stav kvantové soustavy, energetické hladiny
- ▶ Výměna energie po kvantech, kvantové přechody
- ▶ Populace hladin, inverze populace, buzení a relaxace kvantových soustav

- ▶ Interakce prostředí se světlem = absorpce, emise, **stimulovaná emise**

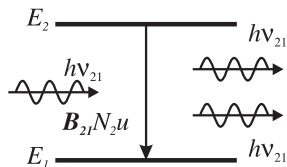
- ▶ Rezonanční (nutná) podmínka:

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}.$$

- ▶ Einsteinovy koeficienty – pravděpodobnost kvantového přechodu

Stimulovaná emise

- ▶ Základní význam pro funkci laseru má zesilování světla využívající **proces stimulované emise**.
- ▶ Stimulovaná emise **může nastat** při interakci excitovaného kvantového systému (atomu, iontu nebo molekuly) s fotonem, jehož energie $h\nu$ odpovídá energetickému rozdílu mezi excitovaným a některým níže položeným stavem kvantového systému.
- ▶ Při přechodu kvantového systému do energeticky chudšího stavu je excitační energie uvolněna v podobě fotonu s energií $h\nu$.



- ▶ Nejen energie, ale i ostatní **vlastnosti emitovaného fotonu jsou stejné jako u fotonu, který emisi stimuloval**.
- ▶ **Zesilování světla = kopírování fotonů s pomocí stimulované emise**

- ▶ Slovo „LASER“ je akronymem anglického názvu *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, což lze přeložit jako „zesilování světla stimulovanou emisí záření“.
- ▶ Laser je kvantový generátor a zesilovač optického záření
 - ▶ **koherentní** (vnitřně uspořádané, sfázované)
 - ▶ **extrémní monochromaticnost** (všechny fotony tohoto záření mají stejnou „barvu“, respektive frekvenci)
 - ▶ **nízká rozbíhavost** (divergence) svazku (všechny fotony laserového záření se pohybují stejným směrem)
 - ▶ **vysoká hustota přenášeného výkonu** či energie
- ▶ **Laser je přístroj zkonstruovaný na principech kvantové mechaniky, využívající stimulované emise, generující záření zcela unikátních vlastností.**

Základní elementy laseru

- ▶ laserové aktivní prostředí
- ▶ buzení (a chlazení)
- ▶ rezonátor

Aktivní prostředí

Aktivní prostředí

- ▶ **Systém kvantových soustav schopných** pod vlivem přívodu excitační (budící) energie **přejít do excitovaného stavu a setrvat v něm** dostatečně dlouhou dobu, aby bylo možné tuto energii uvolnit pomocí stimulované emise záření.
 - ▶ Samostatné atomy, ionty či molekuly a jejich směsi (plyn, plazma)
 - ▶ Periodicky uspořádané skupiny atomů (polovodiče a krystalické izolanty)
 - ▶ Náhodně uspořádané skupiny atomů či molekul (kapaliny a pevné amorfnní látky – sklo, keramika)
- ▶ Při činnosti laseru se aktivní prostředí se nachází v termodynamicky **nerovnovážném** stavu – inverze populace hladin.

Buzení

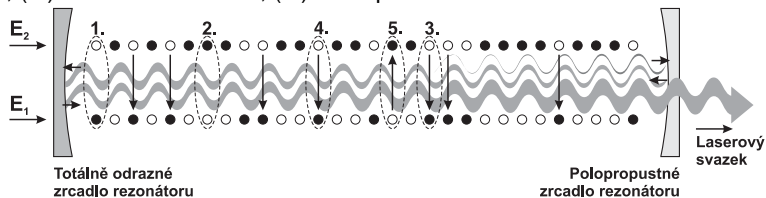
- ▶ **Přísun energie** pro excitaci aktivního prostředí **zajišťuje vznik inverze populace** hladin v aktivním prostředí, díky které je stimulovaná emise pravděpodobnější než absorpce.
- ▶ Způsob buzení závisí na použitém aktivním prostředí.
 - ▶ Optické záření (výbojka, laserová dioda, slunce)
 - ▶ Elektrický výboj
 - ▶ Elektronový svazek, injekce nosičů náboje
 - ▶ Chemická reakce, expanze plynu, . . .

Laserový (otevřený) rezonátor

- ▶ Rezonátor zajišťuje **akumulaci energie a kladnou zpětnou vazbu** mezi zářením a aktivním prostředím. Ta vede ke vzniku laserových oscilací.
- ▶ Jde o soustavu minimálně dvou zrcadel.
- ▶ Jedno zrcadlo má obvykle co nejvyšší odrazivost pro odpovídající vlnovou délku laserového záření. Odrazivost druhého se řídí způsobem vyvážení energie z rezonátoru.

Aktivní prostředí v optickém rezonátoru

- ▶ Buzení udržuje v aktivním prostředí dostatek kvantových soustav v excitovaném stavu. (1.) kvantové soustavy v základním a (2.) v excitovaném stavu, (4.) stimulovaná emise, (5.) absorpce.



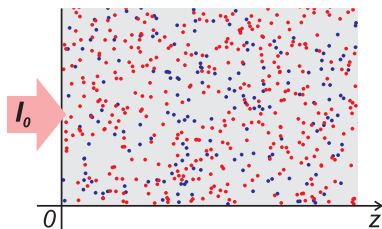
- ▶ Poté, co některá kvantová soustava aktivního prostředí přejde náhodně spontánní emisí na nižší hladinu (3.), může uvolněné kvantum stimulovat i další kvantové soustavy k přechodu na spodní energetickou hladinu a emisi fotonů (4.).
- ▶ Část fotonů se může kvantovými soustavami opět absorbovat (5.). Pokud však bude v aktivním prostředí více kvantových soustav v excitovaném stavu (**inverze populace hladin**), bude s větší pravděpodobností docházet ke stimulované emisi a záření se bude zesilovat.
- ▶ Rezonátor zajišťuje selektivní kladnou zpětnou vazbu systému – jen rezonující fotony se budou zesilovat.

<http://perg.phys.ksu.edu/vqm/laserweb/Java/Javaliste.htm>

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/lasers>

Popis zesilování v aktivním prostředí

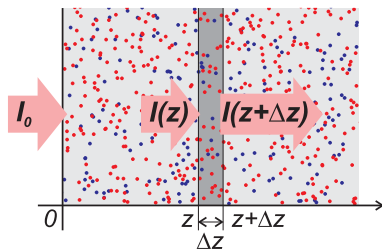
- ▶ Nechť aktivní prostředí tvoří značně početný N_{tot} stejných kvantových soustav v jednotce objemu se dvěma nedegenerovanými energetickými hladinami 1. a 2.
 - ▶ Hustota populace hladin je N_1 a N_2 ; $N_1 + N_2 = N_{\text{tot}}$
 - ▶ Energie hladin je E_1 a E_2 ; přitom $E_1 < E_2$, rezonanční frekvence $\nu_{21} = (E_2 - E_1)/h$.
- ▶ Do prostředí vstupuje v místě $z = 0$ záření s rezonanční frekvencí ν_{21} a intenzitou I_0 a šíří se ve směru osy z .



- ▶ Při šíření se ovlivňují intenzitu záření tři základní procesy interakce záření s látkou – absorpce, spontánní a stimulovaná emise

Popis zesilování v aktivním prostředí

- ▶ Sledujeme průchod záření tenkou vrstvou aktivního prostředí tloušťky Δz



- ▶ Příspěvky jednotlivých procesů (pravděpodobnost absorpce a stimulované emise udává účinný průřez σ [cm^2] úměrný $B_{21} = B_{12}$, $\sigma = h\nu B/c$)
Stimulovaná emise – přibudou fotony stejných vlastností → intenzita se **zvýší**

$$(\Delta I)_{\text{stim}} = +\sigma N_2 I \Delta z$$

Absorpce – ubudou fotony → intenzita se **sníží**

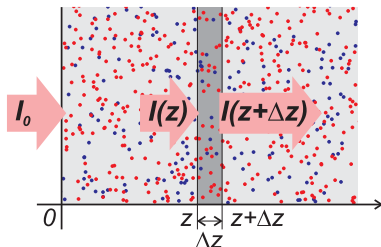
$$(\Delta I)_{\text{abs}} = -\sigma N_1 I \Delta z$$

- Spontánní emise** – náhodná a probíhá do všech směrů a tak občas může přispět k intenzitě záření několika fotony

$$(\Delta I)_{\text{spont}} = +k A_{21} N_2 \Delta z$$

Popis zesilování v aktivním prostředí

- ▶ Sledujeme průchod záření tenkou vrstvou aktivního prostředí tloušťky Δz



- ▶ Příspěvky jednotlivých procesů:

$$(\Delta I)_{\text{stim}} = +\sigma N_2 I \Delta z$$

$$(\Delta I)_{\text{abs}} = -\sigma N_1 I \Delta z$$

$$(\Delta I)_{\text{spont}} = +k A_{21} N_2 \Delta z$$

- ▶ Celková změna intenzity při průchodu tenkou vrstvou (pro dostatečně velké I bude příspěvek spontánní emise při zesilování zanedbatelný)

$$\Delta I \doteq (\Delta I)_{\text{stim}} + (\Delta I)_{\text{abs}} = \sigma(N_2 - N_1) I \Delta z$$

neboli:

$$\frac{\Delta I}{\Delta z} = \sigma(N_2 - N_1) I$$

Popis zesilování v aktivním prostředí

- ▶ Pro $\Delta \rightarrow 0$ přejde diferenční rovnice na rovnici diferenciální:

$$\frac{dI}{dz} = \sigma(N_2 - N_1)I$$

- ▶ Pokud N_2 a N_1 nezávisí na souřadnicích – homogenní prostředí – má rovnice řešení:

$$I(z) = I_0 e^{\alpha z}$$

kde $\alpha = \sigma(N_2 - N_1)$ je **součinitel zesílení** [cm^{-1}]

- ▶ **Pokud je aktivní prostředí ve stavu s inverzí populace hladin, tj. pokud je $N_2 - N_1 > 0$, bude $\alpha > 0$ a záření se při průchodu tímto prostředím exponenciálně zesiluje.**

$$I(z) = I_0 \exp[\sigma(N_2 - N_1)z]$$

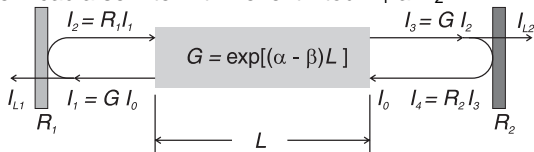
- ▶ V reálném prostředí dochází k úbytku fotonů také v důsledku jiných procesů, než je absorpce přechodem $E_1 \rightarrow E_2$, což vede ke ztrátám a je nutné zavést *součinitel ztrát* $\beta > 0$:

$$I(z) = I_0 e^{(\alpha - \beta)z}$$

- ▶ K zesilování tak dochází pouze tehdy, pokud je $\alpha > \beta$

Práh generace laseru

- ▶ Pokud v aktivním prostředí je $\alpha > \beta$, funguje toto prostředí jako zesilovač světla
- ▶ Laserový generátor světla = aktivní prostředí + rezonátor, zajišťující kladnou zpětnou vazbu
- ▶ Nezbytný odvod fotonů z rezonátoru v podobě laserového záření představuje dodatečné – činné – ztráty. Pro kompenzaci těchto ztrát musí dosahovat zesílení aktivního prostředí určité minimální – **prahové** – hodnoty, aby došlo ke generaci laserového záření (nestačí jen $\alpha > \beta$).
- ▶ Rezonátor: dvě zrcadla se intenzitní reflektivitou R_1 a R_2



- ▶ Aktivní prostředí délky L : zesílení na jeden průchod $G = \exp[(\alpha - \beta)L]$
- ▶ Jednoduchá bilance intenzity záření:

$$I_4 = R_2 I_3 = R_2 G I_2 = R_2 G R_1 I_1 = R_2 G R_1 G I_0$$

- ▶ Protože po jednom oběhu se musí intenzita záření minimálně reprodukovat, aby se neustále nezeslabovala, musí platit $I_4 \geq I_0$, a tedy podmínka generace laseru má tvar:

$$R_1 R_2 G^2 \geq 1$$

- ▶ Podmínka generace laseru má tvar:

$$R_1 R_2 G^2 \geq 1$$

- ▶ Po dosazení za zesílení na jeden průchod $G = \exp[(\alpha - \beta)L]$

$$R_1 R_2 \exp[2(\alpha - \beta)L] \geq 1.$$

- ▶ Prahová podmínka pak odpovídá rovnosti. Další možné vyjádření ve tvaru rovnice pro prahový součinitel zesílení aktivního prostředí:

$$\alpha_{\text{prah}} = \beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

- ▶ Další možné vyjádření pro minimální velikost inverze populace hladin:

$$(N_2 - N_1)_{\text{prah}} = \frac{1}{\sigma} \left(\beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right)$$

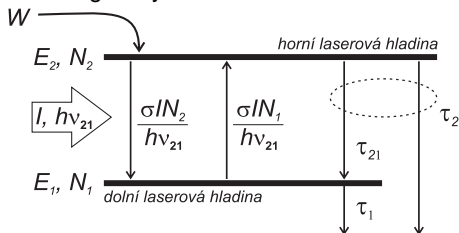
- ▶ Proto, aby laser generoval záření je nutná minimálně taková hodnota výkonu buzení, která zajistí dosažení prahové inverze populace hladin.

- Přenos energie čerpání do laserového záření a s tím spojené změny hustoty populace energetických hladin aktivního prostředí udávají tzv. **rychlostní rovnice**

$$\frac{dN_2}{dt} = W - \frac{\sigma}{h\nu_{21}}(N_2 - N_1)I - \frac{N_2}{\tau_2}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{\sigma}{h\nu_{21}}(N_2 - N_1)I + \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_1}$$

- Odpovídající schéma energetických hladin



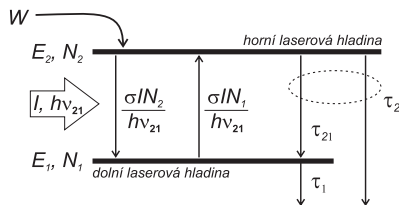
- W – čerpací rychlost (počet excitací 2. hladiny za jednotku času v důsledku buzení)
- τ_1, τ_2 – doba života na 1. a 2. hladině
- τ_{21} – charakteristická doba života na 2. hladině spontánního kvantového přechodu $2 \rightarrow 1$

Stacionární řešení rychlostních rovnic

- ▶ Výchozí rychlostní rovnice

$$\frac{dN_2}{dt} = W - \frac{\sigma}{h\nu_{21}}(N_2 - N_1)I - \frac{N_2}{\tau_2}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{\sigma}{h\nu_{21}}(N_2 - N_1)I + \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_1}$$



- ▶ Zjednodušující předpoklady

1. Předpokládáme, že depopulace hladiny E_1 je velmi rychlá ($\tau_1 \rightarrow 0$), tj. tato hladina je prakticky pořád prázdná $N_1 \approx 0$
2. Zanedbáme ztrátu z hladiny E_2 , tj. $\tau_2 \approx \tau_{21}$

$$\frac{dN_2}{dt} = W - \frac{\sigma N_2 I}{h\nu_{21}} - \frac{N_2}{\tau_{21}}$$

- ▶ Řešíme stacionární případ (soustava se nemění, časová derivace udávající rychlost změny bude rovna nule):

$$\frac{dN_2}{dt} \equiv 0 = W - \frac{\sigma N_2 I}{h\nu_{21}} - \frac{N_2}{\tau_{21}}$$

- ▶ Dostaneme výraz svazující buzení, populaci horní laserové hladiny a intenzitu laserového záření v aktivním prostředí:

$$N_2 = \frac{W\tau_{21}}{1 + I/I_s} \quad \text{kde} \quad I_s = \frac{h\nu_{21}}{\sigma\tau_{21}} \quad \text{je saturační intenzita}$$

Saturace zesílení aktivního prostředí

- ▶ Součinitel zesílení $\alpha(I) = \sigma(N_2 - N_1)$ má tvar ($N_1 \approx 0$):

$$\alpha(I) = \frac{W\sigma\tau_{21}}{1 + I/I_s}$$

- ▶ Zesílení pro „slabý signál“ $\alpha_0 = W\sigma\tau_{21}$ – dostaneme pro $I \approx 0$. Potom:

$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_s}$$

- ▶ Zesílení aktivního prostředí G , respektive součinitel zesílení α se zvyšuje s rostoucím buzením, neboť to zvyšuje inverzi populace hladin $N_2 - N_1$.
- ▶ Generované laserové záření však inverzi populace hladin (a tím tedy i zesílení) snižuje, protože prostřednictvím stimulované emise odnáší část energie uložené v podobě excitace hladiny E_2 a zvyšuje obsazení hladiny E_1 .
- ▶ Zesílení aktivního prostředí tedy závisí na intenzitě generovaného záření I .
- ▶ S rostoucí intenzitou I při konstantním buzení zesílení klesá (nemůžeme z aktivního prostředí odvést víc energie, než do něj vstupuje).
- ▶ Pro velké intenzity laserového záření přestává aktivní prostředí zesilovat – dochází k saturaci zesílení.

- ▶ Pokud čerpání dosáhne takové hodnoty, že činitel zesílení pro slabý signál α_0 překročí prahovou hodnotu, dojde ke generaci laserového záření
- ▶ Ve stacionárním režimu se ustálí výkon laserového záření v rezonátoru právě na takovou hodnotu, aby se satureovaný činitel zesílení rovnal právě prahové hodnotě činitele zesílení
 - ▶ kdyby byla intenzita v rezonátoru větší, došlo by k větší saturaci zesílení a činitel zesílení by klesal, takže by klesal i výkon laseru
 - ▶ naopak, pokud by výkon laseru klesal pod uvedenou hodnotu, zesílení by rostlo a záření by se zase začalo zesilovat.
- ▶ Z prahové podmínky laseru, která udává velikost součinitele zesílení aktivního prostředí po celou dobu generace

$$\alpha_{\text{prah}} = \beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

- ▶ a z velikosti satureovaného součinitele zesílení při dané intenzitě I

$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_s}$$

- ▶ dostáváme rovnici pro intenzitu laserového záření I v aktivním prostředí

$$\frac{\alpha_0}{1 + I/I_s} = \beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

- ▶ Podmínka stacionárního režimu generace laseru:

$$\frac{\alpha_0}{1 + I/I_s} = \beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

- ▶ Pro intenzitu uvnitř rezonátoru dostaneme:

$$I = I_s \frac{\alpha_0 - \beta - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}{\beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}}$$

- ▶ Předpokládejme, že $R_2 = 1$ a pak je výstupní intenzita laserového záření dána vztahem:

$$I_{\text{výstup}} = \frac{1 - R_1}{1 + R_1} I \approx (1 - R_1) \frac{I}{2} \quad (\text{pro } R_1 \sim 1)$$

- ▶ Protože α_0 je přímo úměrné čerpací rychlosti W a ta je v prvním přiblížení úměrná čerpacímu výkonu, dostaneme následující lineární výstupní charakteristiku laseru:

$$P_{\text{výstup}} = \eta(P_{\text{buzení}} - P_{\text{práh}})$$

- ▶ Pro dané parametry aktivního prostředí (ztráty, účinný průřez) a pro daný čerpací výkon lze nalézt takovou reflexivitu výstupního zrcadla, že je výkon laseru maximální.
- ▶ Pro $R_2 = 1$ máme

$$I_{\text{výstup}} = (1 - R_1) \frac{I_s}{2} \frac{\alpha_0 - \beta - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1}}{\beta + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1}}$$

- ▶ Pro $R \doteq 1$ je $\ln(1/R) \approx (1 - R) = T$ a dostaneme:

$$I_{\text{výstup}}(T) = T \frac{I_s}{2} \frac{2L(\alpha_0 - \beta) - T}{2L\beta + T}$$

- ▶ Optimální vazba – najdeme extrém $I_{\text{výstup}}(T)$:

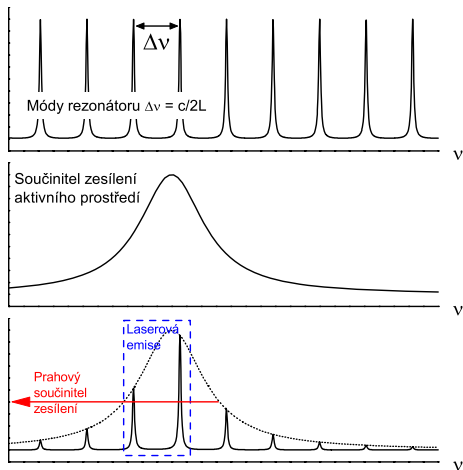
$$T_{\text{opt}} = \sqrt{2L\beta} \left(\sqrt{2L\alpha_0} - \sqrt{2L\beta} \right) \approx 2L\sqrt{\beta\alpha_0} \quad (\text{pro } \beta \ll \alpha_0)$$

- ▶ Maximální výstupní výkon laseru: (chyba ve skriptu)

$$I_{\text{výstup,max}} = I_s L \alpha_0 \frac{\sqrt{\alpha_0} - \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha_0} + \sqrt{\beta}} \approx I_s L \alpha_0 \quad (\text{pro } \beta \ll \alpha_0)$$

Spektrum laserového záření

- ▶ Je dáno průnikem módů rezonátoru s emisní křivkou aktivního prostředí








- ▶ Diskrétní spektrum – módy
- ▶ Rozšíření čáry
- ▶ Synchronizace módů – „zázněje“

Režim generace laseru

- ▶ Kontinuální režim laseru
- ▶ Impulsní režim laseru
- ▶ Režim volné generace
- ▶ Modulace parametrů rezonátoru

- ▶ Laser – generátor světla využívající stimulované emise
- ▶ Základní části laseru – aktivní prostředí, buzení, rezonátor
- ▶ Prahová podmínka laseru
- ▶ Saturace zesílení, saturační intenzita
- ▶ Rychlostní rovnice
 - ▶ Výstupní výkon laseru
 - ▶ Optimální vazba
- ▶ Spektrum laseru

-  VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 (<http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/>)
-  VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
-  Sochor V.: *Lasery a koherentní svazky*, Academia, Praha, 1990 ([http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/Lasery a koherentni svazky.pdf](http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/Lasery%20a%20koherentni%20svazky.pdf))
-  Engst P., Horák M.: *Aplikace laserů*, SNTL, Praha, 1989 ([http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/Aplikace laseru.pdf](http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/Aplikace%20laseru.pdf))
-  SALEH, B. E. A. TEICH, M. C.: *Základy fotoniky - 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995.