Úvod do laserové techniky

Látka jako soubor kvantových soustav

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické v Praze
petr.koranda@gmail.com

18. září 2018

Světlo jako elektromagnetické záření – opakování

- Světlo – elektromagnetická vlna

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{i}_y E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \Phi)$$

- Intenzita elektrického pole E [V/m] $\times$ Intenzita záření I [W/m^2]

$$I = \frac{1}{2} c \varepsilon E_0^2$$

- *Superpozice* elektromagnetických vln – **interferenční jevy**
- Rezonátor $\times$ otevřený rezonátor $\times$ **optický rezonátor**
- **Rezonance** – při jednom oběhu se v rezonátoru se naskládá sudý počet půlvln (pro lineární rezonátor $2L =$ celočíselný násobek vlnových délek)

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad \nu_n = \frac{nc}{2L}, \quad \Delta\nu = \frac{c}{2L}$$

- Ztráty, doba života fotonu v rezonátoru

$$\tau_c = \frac{2L}{c} \frac{1}{\ln \frac{1}{R_1 R_2}}$$

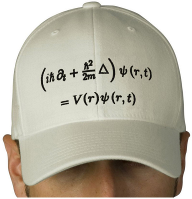
- Stabilita rezonátoru ($0 < g_1 g_2 < 1$), diagram stability

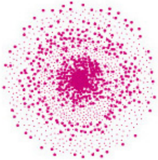
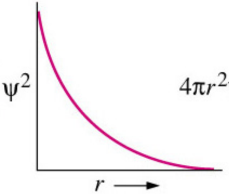
Látka jako soubor kvantových soustav

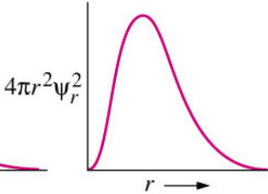
- Základní stavební jednotkou látkové hmoty jsou atomy (ionty)
- Vnitřní strukturu atomů a molekul a její projevy (např. výměnu energie s okolím) nelze vysvětlit pomocí klasické fyziky
- Kvantová mechanika (Max Plank, Albert Einstein, Louis de Broglie, Erwin Schrödinger, Paul Dirac, Werner Karl Heisenberg)

> ***Energie, hybnost a další měřitelné veličiny (moment hybnosti, čas. . .) se mohou měnit pouze po určitých diskrétních hodnotách – kvantech, a nikoliv spojitě.***

- Atomy, ionty a molekuly jsou kvantové soustavy skládající se z vázaných elektronů, protonů a neutronů
- Kvantová mechanika umožňuje odvodit obecné vlastnosti kvantových soustav bez ohledu na jejich strukturu





Kvantová soustava

Z kvantové teorie pro izolovanou kvantovou soustavu vyplývá:

1. Kvantová soustava se může vyskytovat v různých vnitřních stavech – konfiguracích (např. různé rozmístění elektronů v elektronovém obalu).
2. Ve stacionárním stavu každé konfiguraci (izolované) kvantové soustavy přísluší přesně definovaná vnitřní energie kvantové soustavy.
3. Energie kvantové soustavy je kvantovaná – tj. celková energie kvantové soustavy může nabývat spočetného počtu *diskrétních* hodnot E_i, $i = 0, 1, 2 \ldots$
   - Pokud se soustava nachází ve stavu s energií E_i, říkáme pro zjednodušení, že se nachází na i-té energetické hladině.
4. Existuje určitá minimální energie kvantové soustavy E_0, která se nazývá *klidová* (základní). Stavy s vyšší energií se označují jako excitované.
   - Základnímu stavu odpovídá **základní hladina**, excitovanému **hladina excitovaná**.
   - Excitační energie i-té hladiny $\Delta E_i = E_i - E_0$
5. Energie kvantové soustavy může nabývat jen určité maximální hodnoty. Nejvyšší energetická hladina odpovídá rozpadu kvantové soustavy na jednodušší systémy. Příslušná excitační energie se označuje jako disociační.
6. Pokud si kvantová soustava vyměňuje energii s okolím, mění se její stacionární stav. Přijatá nebo odevzdaná energie se musí rovnat rozdílu energií počátečního a konečného stacionárního stavu soustavy.

Konfigurace elektronového obalu atomu vodíku

Stav kvantové soustavy = konfigurace elektronového obalu (u vodíku stačí 3 čísla – hlavní $n = 1, 2, \ldots$, vedlejší $l = 0 \ldots n - 1$, magnetické $m = -l, \ldots, l$)

Degenerace = počet různých konfigurací se stejnou vnitřní energií

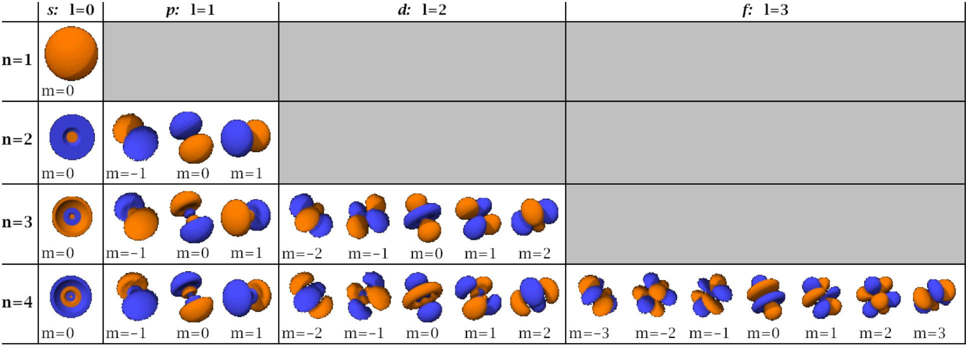
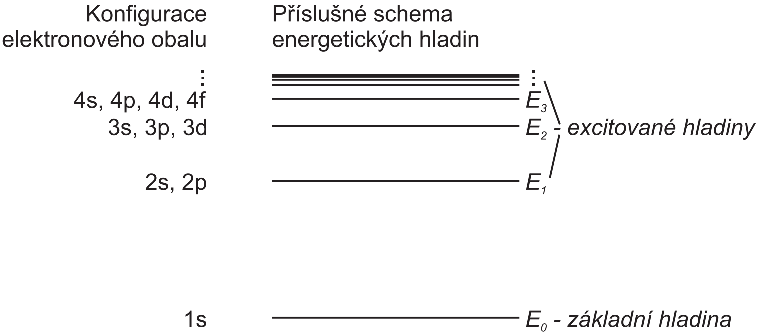


Schéma energetických hladin kvantové soustavy

- Příklad struktury energetických hladin atomu vodíku:



- Osa *y* odpovídá energii, osa *x* nemá žádný význam
- Pokud jedné energetické hladině odpovídá *n* různých konfigurací kvantové soustavy, hovoříme o *n*-násobně degenerované hladině

Soubor kvantových soustav, populace hladin

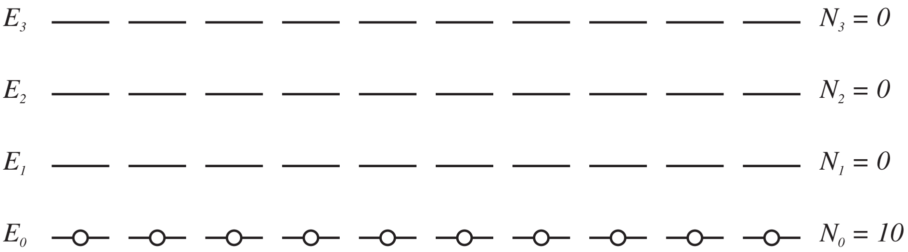
- Základní model látkového prostředí – *makroskopického systému* – je soubor N *stejných* nezávislých kvantových soustav (na jednotku objemu, obecně $N \gg 1$)
  - Obvykle $N \sim N_L = 2{,}69 \times 10^{25}$ částic/m^3 (Loschmidtovo číslo – hustota částic ideálního plynu při normálních fyzikálních podmínkách)
- Ačkoliv jsou všechny kvantové soustavy stejné, mohou se v souboru obecně nacházet ve všech možných kvantových stavech – tj. v různých vnitřních konfiguracích a na různých energetických hladinách E_i, $i = 0, 1, 2 \ldots$.
- V daném okamžiku se na i-té hladině s energií E_i z celého souboru N kvantových soustav nachází vždy jen určité množství částic. Statistická střední hodnota tohoto počtu vztažená na jednotku objemu se udává číslem N_i a nazývá se populace (obsazení) i-té energetické hladiny.
- Každé energetické hladině E_i lze v daném systému přiřadit její populaci N_i
- Součet populací všech hladin musí splňovat podmínku

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} N_i$$

- Velikost jednotlivých čísel N_i závisí na stavu celého souboru – tj. na makroskopických podmínkách, ve kterých se látka nachází (možný stav je např. *termodynamická rovnováha*).

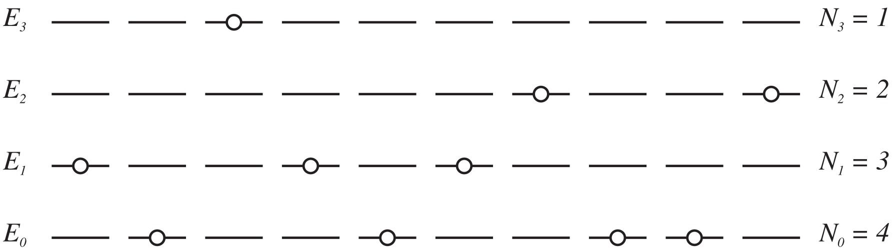
Soubor kvantových soustav, populace hladin

Soubor deseti kvantových soustav ($N = 10$)
Všechny kvantové soustavy souboru v základním stavu:



Soubor kvantových soustav, populace hladin

Soubor deseti kvantových soustav ($N = 10$)
Soustavy se nachází v různých stavech:



Kvantové přechody

- Stacionární stav izolované kvantové soustavy se nemění. Změna je možná pouze v důsledku porušení izolace a následné interakce s okolím.
- Změna jednoho stacionárního stavu kvantové soustavy v jiný se nazývá **kvantový přechod**.
- Pokud je energie kvantové soustavy po kvantovém přechodu menší než před ním, pak kvantová soustava energii uvolňuje – **emise**.
- Má-li být energie kvantové soustavy po kvantovém přechodu vyšší, musí kvantová soustava energii přijmout – **absorpce**.

  Přechody zářivé kvantová soustava vyměňuje s okolím energii formou elektromagnetického pole (fotonů)

  Přechody nezářivé kvantová soustava s okolím vyměňuje jiné formy energie (např. kinetickou energie při srážce)
- Vždy platí, že energie, kterou si kvantová soustava vymění s okolím ΔE se musí rovna rozdílu energie výchozího a konečného stavu kvantové soustavy $\Delta E = E_i - E_j$ (zákon zachování energie).

Pravděpodobnost kvantového přechodu

- Obecně není povolen přechod mezi libovolnými dvěma stavy kvantové soustavy (výběrová pravidla).
- K některý přechodům dochází s větší pravděpodobností, k některým s menší. Některé přechody jsou „zakázané“.
- Pravděpodobnost konkrétního přechodu závisí jak na vlastnostech kvantových soustav, tak interakci s okolím.

Změna populace *i*-té hladiny v důsledku přechodů za jednotku času

$$dN_i = -A_i N_i dt$$

A_k součinitel charakterizující účinnost přenosu energie [s^{-1}]

A_i – pravděpodobnost kvantových přechodů z *i*-té hladiny za jednotku času

$$p_i dt = -\frac{dN_i}{N_i} = A_i dt$$

Doba života kvantové soustavy na *i*-té hladině $\tau_i = 1/A_i$ doba, za kterou pravděpodobnost výskytu soustavy na *i*-té hladině poklesne $1/e$-krát.

$$\frac{dN_i}{dt} = -A_i N_i$$

$$N_i(t) = N_i(0)\mathrm{e}^{-A_i t}$$

Šířka energetické hladiny

- Izolovaná soustava má přesně určené energie stacionárního stavu ve kterém může setrvat nekonečně dlouhou dobu.
- Reálný systém interaguje s okolím, doba života na hladině je konečná a v důsledku *Heisenbergových relací neurčitosti* nelze hodnotu energie kvantového stavu systému určit. Míra neurčitosti („rozmazání“ energií) je dána vztahem:

$$\Delta E_k \approx \frac{h}{\tau_k}$$

  $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J.s je Planckova konstanta
- **Přirozená šířka čáry** je pak daná neurčitostí energie přechodu $E_2 \leftrightarrow E_1$:

$$\Delta\nu_{12} \approx \frac{\Delta E_1 + \Delta E_2}{h} \approx \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}, \quad \nu_{12} \doteq \frac{E_2 - E_1}{h}$$

- Skutečnou pozorovanou šířku čáry makroskopického systému velmi ovlivňuje celkový charakter souboru kvantových soustav a jejich interakce s okolím (plyn $\times$ pevná látka).

Populace hladin při termodynamické rovnováze

Termodynamická rovnováha

- Stav *makroskopické soustavy*, ve které *neprobíhají žádné makroskopické změny* (procesy).
- Je to nejobecnější stav rovnováhy, zahrnuje v sobě rovnováhu mechanických sil, tepelnou, chemickou atd.
- Všechny veličiny, jimiž je makroskopický stav popsán, mají časově neproměnné hodnoty.
- **V termodynamické rovnováze soustava jako celek, ani žádná její makroskopická část nemění své makroskopické vlastnosti (populace i-té hladiny N_i je makroskopická veličina).**
- **Základní charakteristikou termodynamické rovnováhy je termodynamická teplota T.**

Populace hladin při termodynamické rovnováze

Boltzmannovo rozdělení

- Zákon kvantové mechaniky určující populaci hladin kvantových soustav tvořících látku nacházející se ve stavu termodynamické rovnováhy.
- Udává pravděpodobnost $p(i)$, že jedna libovolně zvolená kvantová soustava makroskopické soustavy v termodynamické rovnováze bude právě ve stavu s danou energií E_i odpovídající i-té hladině:

$$p(i) = \frac{N_i}{N} = \frac{1}{Z}\,\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad \text{kde} \quad Z = \sum_{i=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-\frac{E_i}{kT}}$$

  $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K je Boltzmannova konstanta
  T je absolutní termodynamická teplota [K] ($0\,^\circ$C = 273,15 K)
  Pro $T = 300$ K bude $kT \doteq 4{,}14 \times 10^{-21}$ J $= 26$ meV $= 209$ cm^{-1}.
- Populace i-té energetické hladiny N_i

$$N_i = Np(i)$$

  klesá monotónně s rostoucí energií hladiny E_i.

Inverze populace hladin

Termodynamická rovnováha

- Pokud pro dvě vybrané hladiny E_1 a E_2 platí $E_1 < E_2$, bude poměr populace těchto hladin podle Boltzmannova rozděleni:

$$\frac{N_2}{N_1} = \mathrm{e}^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} < 1 \quad \text{vždy pro} \quad E_1 < E_2$$

  neboť $T > 0$ a v exponentu bude záporné číslo.
- Obecně platí, že v termodynamické rovnováze je na vyšších hladinách excitováno méně soustav než na nižších hladinách ($N_i > N_j$ pro $E_i < E_j$).

Inverze populace hladin

- Inverze populace hladin je označení pro takový stav makroskopické soustavy, kdy populace některé hladiny s vyšší energií je větší, než populace jiné hladiny s nižší energií:

$$\frac{N_2}{N_1} > 1 \quad \text{pro} \quad E_1 < E_2.$$

- V soustavě, která se nachází v termodynamické rovnováze, stav odpovídající inverzi populace hladin nemůže nastat.

Inverze populace hladin a termodynamická rovnováha

- Inverze populace hladin je nutná podmínka pro zesilování světla prostřednictvím stimulované emise.
- Inverze populace hladin je možná pouze v termodynamicky nerovnovážném stavu.
  - Například makroskopickému systému dodáváme víc energie, než ji v daném okamžiku systém uvolňuje.

Záporná teplota

- Kdyby měla inverze populace nastávat v systému s termodynamickou rovnováhou a splňovat Boltzmannovo rozdělení, musela by teplota souboru kvantových soustav být záporná.
- Teplota však může nabývat minimální hodnoty 0 K a i to je podle III. termodynamického zákona vyloučené.
- Záporná teplota nemá fyzikální smysl.
- Záporná teplota se používá jen jako zkratka, která vyjadřuje, že jde o systém s inverzí populace hladin.

Buzení kvantových soustav

- Obecně je **buzení** způsob, jak u makroskopického souboru kvantových soustav **dosáhnout inverzi populace hladin** – tj. jedná se o specifické udržování termodynamiky nerovnovážného stavu.
- Realizuje se přeměnou vhodné formy energie na excitační energii kvantových soustav
  1. Energie elektromagnetická – optické buzení
  2. Energie kinetická – srážkové buzení
  3. Energie chemických vazeb
  4. Energie elektrická
  5. Energie jaderná
  6. . . .
- Buzení je nutnou podmínkou činnosti laseru
- **Rychlost buzení** W_i – přírůstek populace i-té hladiny za jednotku času v důsledku buzení $W_i = \Delta N_i / \Delta t$.

Relaxace v souboru kvantových soustav

- Poté, co je zastaven přísun budící energie, převládnou procesy, které postupně makroskopický systém uvedou do termodynamické rovnováhy s okolím – tyto procesy se souhrnně označují jako **relaxace** populace hladin.
- Relaxace je proces inverzni k buzení.
- Časový vývoj populace jednotlivých hladin je při relaxaci dán exponenciálním zákonem:

$$\frac{dN_i}{dt} = -\frac{1}{\tau_R}\left(N_i - N_{i,0}\right)$$

- Relaxační doba τ_R

$$N_i(t) = N_{i,0}e^{-t/\tau_r}$$

Shrnutí

- Modelem látky je soubor kvantových soustav
- Kvantová soustava (atom, iont, molekula) se řídí zákony kvantové mechaniky
  - Existence diskrétních energetických hladin
  - Výměna energie po kvantech
- Populace energetické hladiny souboru kvantových soustav
- Poměr populace hladin při termodynamické rovnováze a Boltzmannovo rozděleni

$$\frac{N_2}{N_1} = \mathrm{e}^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} < 1 \quad \text{vždy pro} \quad E_1 < E_2$$

- Inverze populace hladin a záporná teplota
- Kvantové přechody, jejich pravděpodobnost a šířka energetické hladiny
- Buzení a relaxace kvantových soustav

Literatura

- VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 (http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/)
- VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
- Sochor V.: *Lasery a koherentní svazky*, Academia, Praha,1990
- Engst P., Horák M.: *Aplikace laserů*, SNTL, Praha, 1989