

# Úvod do laserové techniky

## Interakce optického záření s látkou

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky  
České vysoké učení technické v Praze  
[jan.sulc@fjfi.cvut.cz](mailto:jan.sulc@fjfi.cvut.cz)

18. září 2018

## Světlo jako elektromagnetické záření

- ▶ Světlo – periodické harmonické kmity *elektrického a magnetického pole*
- ▶ Intenzita elektrického **pole**  $E$  [V/m] × Intenzita **záření**  $I$  [W/m<sup>2</sup>]
- ▶ Superpozice elektromagnetických vln – interference, koherence
- ▶ Rezonátor × optický rezonátor – rezonance, stabilita

## Látka jako soubor kvantových soustav

- ▶ Modelem látky je soubor kvantových soustav
- ▶ Kvantová soustava (atom, iont, molekula) se řídí zákony kvantové mechaniky
  - ▶ Existence diskrétních energetických hladin
  - ▶ Výměna energie po kvantech
- ▶ Populace energetických hladin a Boltzmannovo rozdělení

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} < 1 \quad \text{vždy pro } E_1 < E_2$$

- ▶ Inverze populace hladin, buzení a relaxace kvantových soustav
- ▶ Kvantové přechody, jejich pravděpodobnost a šířka energetické hladiny

## Klasický přístup

- ▶ Záření je elektromagnetická vlna a látka se skládá elektricky z nabitých částic
- ▶ Vzájemné působení popisují (klasické) *fenomenologické* Maxwellovy rovnice
- ▶ Velikost silového působení určuje náboj a intenzita pole
- ▶ Šíření záření v prostředí bez absorpce

## Kvantový přístup

- ▶ Prostředí tvoří soubor kvantových soustav, pole tvoří fotony
- ▶ **Foton** – nejmenší částice (kvantum) elektromagnetického záření. Podle kvantové mechaniky není možné dělit energii nesenou elektromagnetickým zářením do nekonečna.
  - ▶ Vlnová délka  $\lambda$
  - ▶ Vlnový vektor  $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$
  - ▶ Frekvence  $\nu = c/\lambda$
  - ▶ Energie  $E = h\nu$
  - ▶ Hybnost  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$
  - ▶  $h = 6,626 \times 10^{-34}$  Js
- ▶ Interakci popisuje Schrödingerova rovnice
- ▶ Poloklasická teorie (látka je popsána kvantově, záření je popsáno klasicky jako vlna, ale energie se předává po kvantech)
- ▶ Kvantová elektrodynamika (až na jádro a gravitaci vše)

**Základní stav** kvantové soustavy je stav s nejnižší energií. Pro izolovanou soustavu je základní stav nejpravděpodobnějším stavem.

**Excitovaný stav** kvantové soustavy je takový, kdy je její energie vyšší než v základním stavu. Energie kvantové soustavy může nabývat různých hodnot z určité **množiny povolených stavů**. Excitovaný stav není trvalý a kvantová soustava po čase samovolně přechází do stavu s nižší energií.

**Excitace** je děj, při kterém **kvantová soustava přechází ze stavu s nižší energií do stavu s vyšší energií**. Aby tento děj nastal musí kvantová soustava přijmou zcela **přesné množství tzv. excitační energie** charakteristické pro daný přechod, odpovídající rozdílu energie kvantové soustavy před a po excitaci.

**Deexcitace** je opačný proces k excitaci (mohlo by se použít i označení **relaxace**).

## Podmínka rezonance

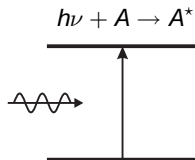
- ▶ Interakce optického záření s látkou má kvantový charakter
- ▶ Energie mezi prostředím a zářením se vyměňuje po kvantech (fotonech), jejichž velikost závisí na frekvenci záření
- ▶ Energie fotonu  $E = h\nu$  se musí rovnat rozdílu energie počátečního a konečného stavu kvantové soustavy  $\Delta E = E_n - E_m$
- ▶ Podmínka rezonance (Bohrův vztah):

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}$$

Tři základní procesy nastávající při interakci kvantové soustavy (atomu) s elektromagnetickým polem – **zářivé přechody**

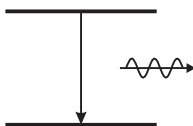
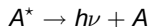
- ▶ **Absorpce** fotonu kvantovou soustavou
- ▶ **Spontánní emise** fotonu kvantovou soustavou
- ▶ **Stimulovaná emise** fotonu kvantovou soustavou

**Absorpce** fotonu nastává, pokud dojde k jeho **pohlcení** při interakci s kvantovou soustavou.



- ▶ Energie fotonu musí být kvantovou soustavou pohlcena **bezezbytku**.
- ▶ **Foton zaniká** a jeho energie je využita pro excitaci kvantové soustavy.
- ▶ Pro kvantovou soustavu v daném stavu musí existovat takový přechod, aby excitační energie byla přesně rovna energii absorbovaného fotonu.
- ▶ Kvantová soustava se musí nacházet ve stavu odpovídajícímu dolní energetické hladině tohoto přechodu.
- ▶ Po absorpci fotonu se **energie kvantové soustavy zvýší**.

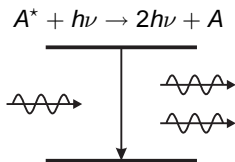
Spontánní emise (nebo jen emise) fotonu je děj opačný absorpci fotonu.



- ▶ Při deexcitaci je **energie kvantové soustavy uvolněna formou elektromagnetického záření** – fotonu.
- ▶ Při jednom deexcitačním přechodu **je uvolněn právě jeden foton** a jeho energie se beze zbytku rovná rozdílu energie kvantové soustavy na počátku a na konci tohoto děje.
- ▶ Emitovaný foton má **s výjimkou energie ostatní vlastnosti**, jako je směr šíření, fáze a polarizace, **zcela náhodné**.
- ▶ Po spontánní emisi fotonu se **energie kvantové soustavy sníží**.

# Stimulovaná emise

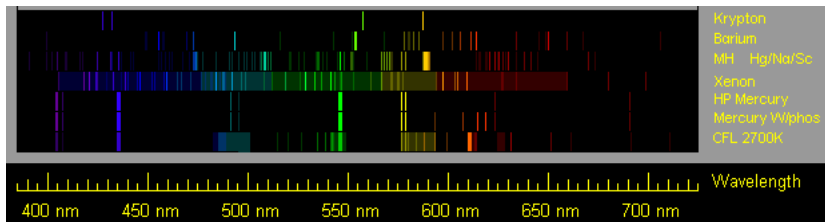
Stimulovaná emise je proces **vyzáření (emise) fotonu** excitovanou kvantovou soustavou, **vyvolaný interakcí s fotonem vnějšího (stimulujícího) záření.**



- ▶ Nutná podmínka vzniku stimulovaná emise je, aby se energie stimulujícího fotonu rovnala energii některého přechodu excitované kvantové soustavy.
- ▶ Kvantová soustava musí být před tímto procesem ve stavu odpovídajícím horní energetické hladině přechodu.
- ▶ Zásadní je, že **všechny vlastnosti** (frekvence, fáze, polarizace a směr šíření) **nově emitovaného a stimulujícího fotonu jsou totožné.**
- ▶ Po stimulované emisi fotonu se **energie kvantové soustavy snižší.**
- ▶ Proces je podstatou zesilování světla v laserech.

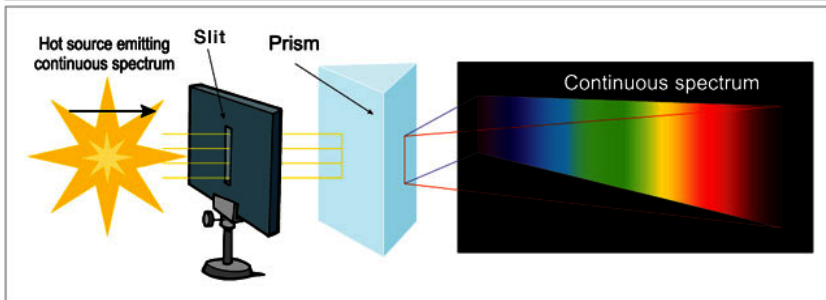
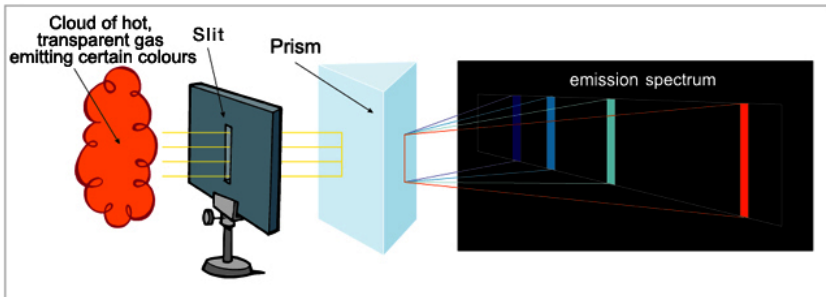


## Emisní spektrum (zářivka)

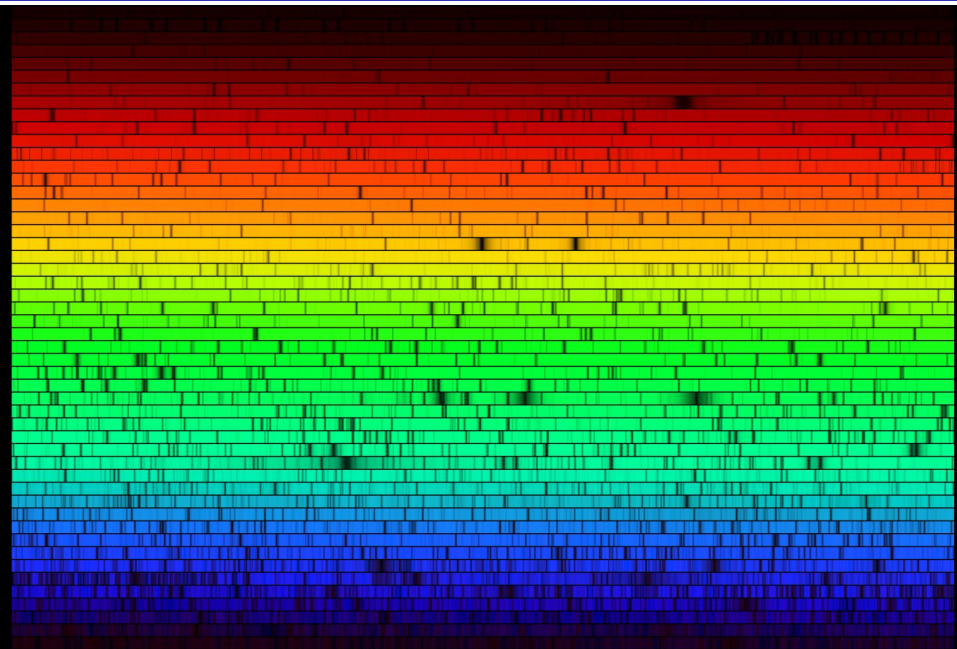


- ▶ Volné atomy a volné ionty v excitovaných kvantových stavech vysílají elektromagnetické záření zcela určitých hodnot kmitočtu – elektromagnetické spektrum se v tomto případě nazývá emisní.
- ▶ Je nespojité – čárové (pásové).
- ▶ Spektrální čára, odpovídající jediné hodnotě kmitočtu, by měla být nekonečně úzká. Ve skutečnosti je však její šířka konečná s určitým rozložením intenzity záření.
- ▶ Každému prvku přísluší charakteristické rozložení spektrálních čar, přičemž jejich šířka a rozložení intenzity záření závisí na vnějších podmínkách.

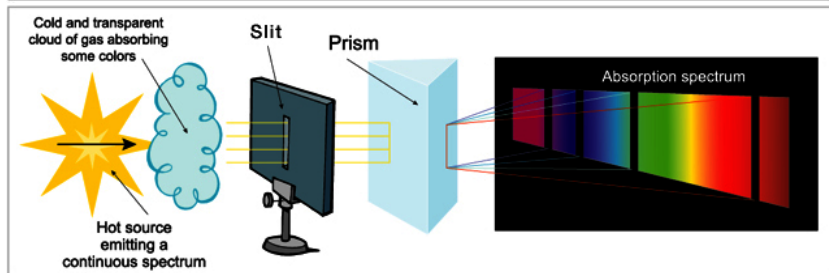
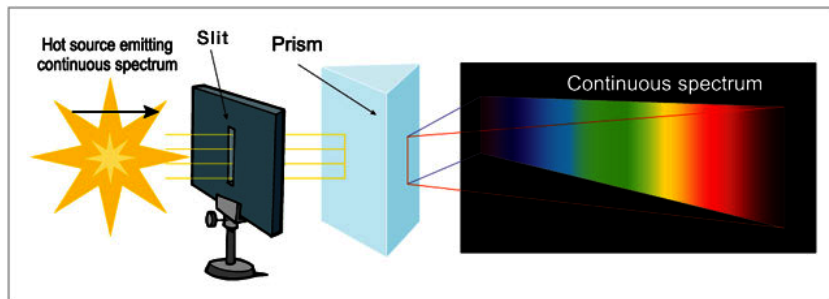
# Emisní spektrum látky



# Emisní spektrum hvězdy (Slunce)

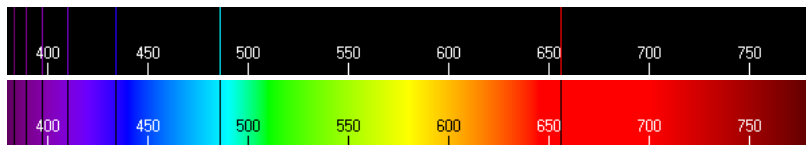


# Emission spectrum of a substance



## Absorpční spektrum (spektrum hvězd)

### Emisní a absorpční spektrum vodíku – Balmerova série vodíku



- ▶ Prochází-li elektromagnetické záření se spojitém spektrem prostředím, ve kterém jsou volné atomy, některé fotony procházejícího záření se v prostředí pohltí a jejich energie se spotřebuje na excitaci atomů.
- ▶ Hodnoty kmitočtu pohlcených (absorbovaných) fotonů jsou shodné s hodnotami kmitočtu, odpovídajícími čárám ve spektru emisním.
- ▶ Absorpční spektrum je spojitě s tmavými absorpčními čarami odpovídajícími hodnotám kmitočtu pohlcených fotonů; má také hrany sérií. Hrana odpovídá fotonu s energií potřebnou k úplnému odtržení elektronu od atomového jádra.

**Podmínka rezonance** mezi kvantovým přechodem a frekvencí elektromagnetického pole **je podmínka nutná, nikoliv postačující** pro procesy absorpce, emise a stimulované emise. Pravděpodobnost těchto dějů udávají v případě rezonance tzv. **Einsteinovy koeficienty**.

Objemová spektrální hustota záření  $u(\nu)$  je energie záření z jednotkového intervalu frekvencí v jednotkovém objemu prostoru

Uvažujeme kvantové přechody v jednoduchém dvouhladinovém systému  $n > m$ ,  
 $E_n > E_m$ , např.  $m = 1$  a  $n = 2$

Populace  $n$ -té energetické hladiny  $N_n$

Einsteinův koeficient spontánní emise  $A_{nm}$  v součinu s hustotou populace příslušné hladiny  $N_n$  udává změnu (pokles) populace této hladiny za jednotku času v důsledku spontánní emise fotonu a následného přechodu na  $m$ -tou hladinu.

- Obsazení vyšší hladiny klesá (-):<sup>1</sup>

$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{spont } n \rightarrow m} = -A_{nm}N_n$$

- Obsazení nižší hladiny roste (+):

$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{spont } n \rightarrow m} = +A_{nm}N_n = -\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{spont } n \rightarrow m}$$

- Každému přechodu odpovídá emise jednoho fotonu, takže hustota spontánně emitovaných fotonů odpovídající přechodu (deexcitaci)  $n \rightarrow m$  je úměrná  $A_{nm}N_n \Rightarrow$  emisní spektrum (fluorescence).

---

<sup>1</sup>Derivace udává přírůstek, je-li kladná, nebo úbytek je-li záporná jako v tomto případě.

## Einsteinovy součinitele (koeficienty)

Einsteinův koeficient absorpce  $B_{mn}$  charakterizuje proces absorpce fotonu, který vede k excitaci kvantové soustavy z  $m$ -té hladiny na  $n$ -tou hladinu.

- ▶ Počet kvantových soustav které v důsledku tohoto procesu změni svůj stav, tj. přejdou z hladiny  $m$  na hladinu  $n$  je úměrný součinu  $B_{mn}N_m u(\nu_{mn})$ .
- ▶ Obsazení nižší hladiny klesá:

$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{abs } m \rightarrow n} = -B_{mn}N_m u(\nu_{mn})$$

- ▶ Obsazení vyšší hladiny roste:

$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{abs } m \rightarrow n} = B_{mn}N_m u(\nu_{mn}) = -\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{abs } m \rightarrow n}$$

- ▶ Každému přechodu odpovídá úbytek fotonu z elektromagnetického pole  $\Rightarrow$  absorpční spektrum.



Einsteinův koeficient stimulované emise  $B_{nm}$  charakterizuje deexcitaci kvantové soustavy a následnou emisi v důsledku interakce s fotonu vhodným rezonančním fotonem.

- ▶ Počet kvantových soustav, které v důsledku tohoto procesu změni svůj stav, tj. přejdou z vyšší hladiny  $n$  na hladinu  $m$  je přitom úměrný součinu  $B_{nm}N_n u(\nu_{nm})$ .
- ▶ Obsazení vyšší hladiny klesá:

$$\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{stim. em. } n \rightarrow m} = -B_{nm}N_n u(\nu_{nm})$$

- ▶ Obsazení nižší hladiny roste:

$$\left(\frac{dN_m}{dt}\right)_{\text{stim. em. } n \rightarrow m} = B_{nm}N_n u(\nu_{nm}) = -\left(\frac{dN_n}{dt}\right)_{\text{stim. em. } n \rightarrow m}$$

- ▶ V důsledku každého přechodu přibude v elektromagnetickém poli jeden foton se stejnými vlastnostmi, jako foton, který přechod stimuloval  $\Rightarrow$  zesilování světla.

## Einsteinovy součinitele (koeficienty)

Proces	Koeficient	Pravděpodobnost za 1 s
Spontánní emise	$A_{nm}$	$N_n A_{nm}$
Absorpce	$B_{mn}$	$N_m B_{mn} u(\nu_{mn})$
Stimulovaná emise	$B_{nm}$	$N_n B_{nm} u(\nu_{mn})$

- ▶ Zakázané  $\times$  povolené přechody
- ▶ Doba života na  $n$ -té hladině  $1/\tau_n = \sum_{0 \leq m < n} A_{nm}$
- ▶ Pořadí indexů  $mn$  nebo  $nm$  udává směr procesu
- ▶ Rezonanční frekvence  $\nu_{mn} \equiv \nu_{nm}$ , tj.  $u(\nu_{nm}) \equiv u(\nu_{mn})$
- ▶ vzájemné vztahy mezi koeficienty lze získat s pomocí vlastností rovnovážného záření (tzv. **záření černého tělesa**)

## Rovnovážné záření – záření černého tělesa

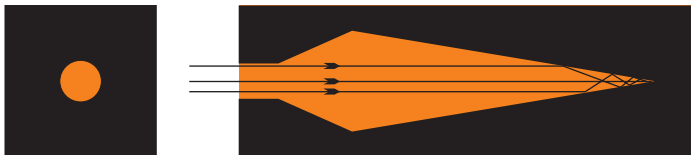
**Tepelné záření** vzniká přeměnou energie tepelného pohybu částic tělesa na energii záření (pokud  $T > 0$  částice tělesa, obvykle nabitě, se pohybují; srážky znamenají nerovnoměrný pohyb; *nerovnoměrný pohyb nabitě částice vede k emisi elektromagnetického záření*, přičemž jeho frekvence závisí na zrychlení nebo zpomalení částice, což je náhodná veličina, takže tepelné záření má spojité spektrum).

**Černé těleso** pohltí veškeré dopadající záření a žádné neodrazí, takže pokud by samo nezářilo (což ale může), jevílo by se jako dokonale černé (Měsíc je bílý proto, že odráží sluneční záření a ne proto, že by sám svítil).

**Rovnovážné záření** je záření ideálního černého tělesa, které je v termodynamické rovnováze s okolím. Jeho vlastnosti (objemová spektrální hustota) nezáleží na materiálu a struktuře černého tělesa, pouze na jeho teplotě.

# Rovnovážné záření – záření černého tělesa

**Model černého tělesa** – dutina s černými matnými stěnami s malým otvorem na pozorování, udržovaná při konstantní teplotě. Dopadající paprsky jsou pohlceny a nemohou ovlivnit vlastní emisi černého tělesa.



**Praktická realizace** – sklářská pec



**Rovnovážné záření** je tepelné záření černého tělesa, které je v termodynamické rovnováze se svým okolím (energie přijatá = energie uvolněná). Experimentálně bylo zjištěno, že:

1. **spektrum** rovnovážného záření **závisí jen na** termodynamické **teplotě** (materiál **černého** tělesa na něj nemá vliv);
2. toto spektrum je prostá funkce vlnové délky s jedním maximem, které se s rostoucí teplotou posouvá k fialové části spektra – **Wienův posunovací zákon** (1893):

$$\lambda_{\max} = \frac{2898}{T} \quad (\mu\text{m}, \text{K});$$

3. energie vyzařená černým tělesem za jednotku času z jednotkové plochy je přímo úměrná čtvrté mocnině absolutní teploty – **Stefan-Boltzmanův zákon** (1879):

$$Q = \sigma T^4 \quad (\text{W/m}^2, \text{K}),$$

kde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$  je Stefan-Boltzmanova konstanta;

4. na základě klasických představ o interakci záření s látkou se chování černého tělesa nedá vysvětlit.

- ▶ Planckův zákon (1900)

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left[\frac{h\nu}{kT}\right] - 1}$$

resp.:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi c}{\lambda^5} \frac{h}{\exp\left[\frac{hc}{kT\lambda}\right] - 1}$$

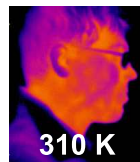
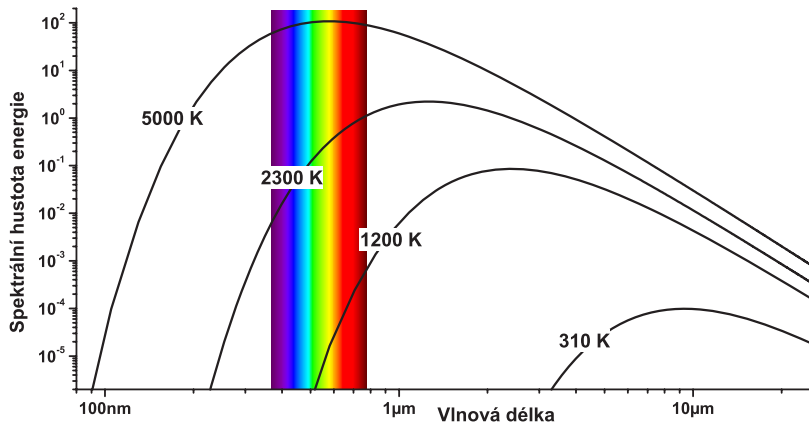
- ▶ Položíme-li derivaci = 0 (maximum), dostaneme Wienův posunovací zákon

$$\lambda_{\max} = \frac{2898}{T} \quad (\mu\text{m}, \text{K});$$

- ▶ Integrací (celkový výkon) Stefan-Boltzmanův zákon

$$Q = \sigma T^4 \quad (\text{Wm}^2, \text{K}),$$

# Spektrální hustota energie



## Vztahy mezi Einsteinovými koeficienty (1916)

- ▶ Uvažujeme prostředí tvořené souborem dvouhladinových kvantových systémů (1 – základní hladina, 2 – excitovaný stav) interagující s rovnovážným zářením
- ▶ Uvažujme termodynamickou rovnováhu – prostředí je v rovnováze s okolním zářením a jak rozložení záření, tak obsazení hladin se nemění, tj.:

$$\begin{aligned}\frac{dN_2}{dt} &= \left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{spont}} + \left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{abs}} + \left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{stim}} = \\ &= -A_{21}N_2 + B_{12}N_1u(\nu_{21}, T) - B_{21}N_2u(\nu_{21}, T) \equiv 0\end{aligned}$$

- ▶ V termodynamické rovnováze je poměr obsazení hladin daný Boltzmannovým rozdělovacím zákonem, tj.:

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left[-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right] = \exp\left[-\frac{h\nu_{21}}{kT}\right]$$

- ▶ Po dosazení:

$$u(\nu_{21}, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{\frac{B_{12}}{B_{21}} \exp\left[\frac{h\nu_{21}}{kT}\right] - 1}$$

- ▶ Porovnáním s Planckovým zákonem:

$$B_{21} = B_{12}, \quad A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21} \quad \text{platí obecně...}$$








- ▶ Existují tři základní procesy interakce kvantových soustav s elektromagnetickým zářením:
  1. Absorpce (fotonu)
  2. Spontánní emise (fotonu)
  3. Stimulovaná emise (fotonu)
- ▶ Každému procesu odpovídá změna vnitřní energie kvantové soustavy.
- ▶ Platí rezonanční podmínka (Bohrův vztah):

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}.$$

- ▶ Pravděpodobnost těchto procesů vyjadřují Einsteinovy koeficienty  $B_{mn}$ ,  $A_{nm}$  a  $B_{nm}$  ( $n > m$ )
- ▶ Ze znalosti průběhu spektrální charakteristiky záření černého tělesa lze odvodit vztah mezi  $B_{mn}$ ,  $A_{nm}$  a  $B_{nm}$ . Pro systém nedegenerovaných hladin platí:

$$B_{mn} = B_{nm}, \quad A_{nm} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{mn}.$$

-  VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 (<http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/>)
-  VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
-  Sochor V.: *Lasery a koherentní svazky*, Academia, Praha, 1990
-  Engst P., Horák M.: *Aplikace laserů*, SNTL, Praha, 1989
-  Přednášky, cvičení: <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ult/>