

# Fyzika laserů

Přitahování frekvencí. Spektrum laserového záření. Modelocking

Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky  
České vysoké učení technické  
jan.sulc@fjfi.cvut.cz

4. dubna 2013

1. Kvantová teorie tlumení, řídicí rovnice
2. Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. Aplikace na laser – kontinuální režim
6. Aplikace na laser – Q-spínání
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. **Spektrum laseru a režim synchronizace módů**
10. Kvantová teorie laseru, F.-P. rovnice
11. F.-P. rovnice pro záření a atom
12. F.-P. rovnice pro laser
13. Statistické vlastnosti laserového záření

# Interakce rezonančního záření s prostředím poloklasicky

Záření elektromagnetická vlna, popisují MR **klasicky**

Prostředí soubor dvouhladinových **kvantových** soustav,  $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$

Interakce záření s hmotou prostřednictvím polarizace prostředí

Odezva prostředí 3 vektorové parciální nelineární diferenciální rovnice 2. řádu pro  $\vec{E}$ ,  $\vec{P}$  a  $N$ . Prostředí je pro rezonanční záření **disperzní** a **nelineární**

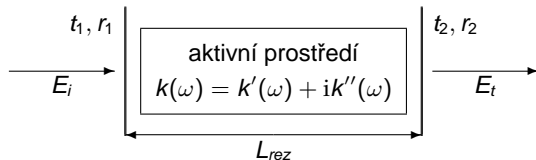
Signál pomalu proměnný impuls s harmonickou nosnou frekvencí  $\omega \gg T_{\text{imp}}^{-1}$  v rezonanci ( $\omega = \omega_{21}$ ) a bez fázové modulace  $\rightarrow$  tři rovnice pro obálku

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z'} &= \frac{\mu_0 \omega_{21} c}{2} \mathcal{P}_2 \\ \frac{\partial \mathcal{P}_2}{\partial t'} &= -\frac{\mathcal{P}_2}{T_2} - \frac{|d_{21}|^2}{\hbar} \mathcal{E} N \\ \frac{\partial N}{\partial t'} &= -\frac{N - N_0}{T_1} + \frac{1}{\hbar} \mathcal{E} \mathcal{P}_2\end{aligned}$$

Rezonanční prostředí je **disperzní** susceptibilita je funkcí frekvence

Rezonanční prostředí je **nelineární** v blízkosti rezonanční frekvence může v závislosti na obsazení hladin docházet k pohlcení nebo zesílení záření (susceptibilita je komplexní)

- ▶ Laser = rezonátor + aktivní prostředí



- ▶ Aktivní laserové prostředí je popsáno vlnovým vektorem:

$$k(\omega) = k'(\omega) + ik''(\omega) \doteq \frac{\omega}{c} \left[ 1 + \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right] + i \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \chi''(\omega)$$

- ▶ Amplitudová podmínka generace  $\Leftrightarrow$  zisk = ztráty:

$$k''(\omega) = \frac{1}{2L_{rez}} \ln \frac{1}{r_1 r_2} \quad \text{respektive:} \quad \chi''(\omega) = \frac{c}{\omega L_{rez}} \ln \frac{1}{r_1 r_2}$$

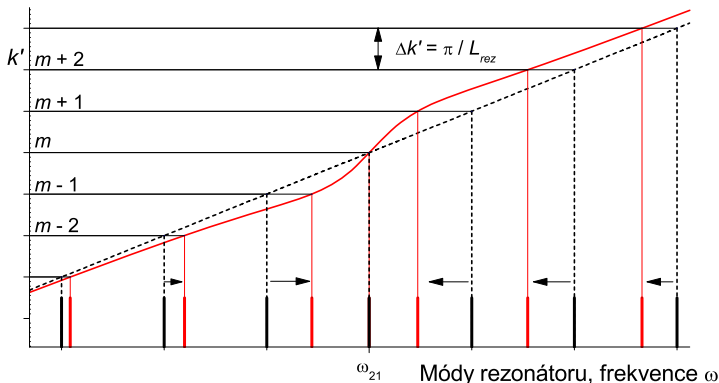
- ▶ Fázová podmínka  $\Leftrightarrow$  na jeden oběh rezonátoru připadá celočíselný počet vln:

$$2L_{rez} k'(\omega) = m 2\pi, \quad m = 1, 2, 3, \dots \Leftrightarrow \omega_m = \frac{mc\pi}{L_{rez}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right]^{-1}$$

# Přítahování frekvencí

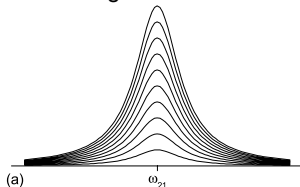
- ▶ Mezimódová vzdálenost se po vložení (vybuzení) aktivního prostředí do rezonátoru zmenší

$$\omega_m = \frac{mc\pi}{L_{rez}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right]^{-1} \doteq \frac{mc\pi}{L_{rez}} \left[ 1 - \frac{1}{2} \chi'(\omega) \right]$$



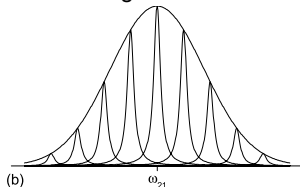
- ▶ Módy jsou „přitahovány“ k maximu zisku aktivního prostředí  $\omega_{21}$

## Homogenní rozšíření



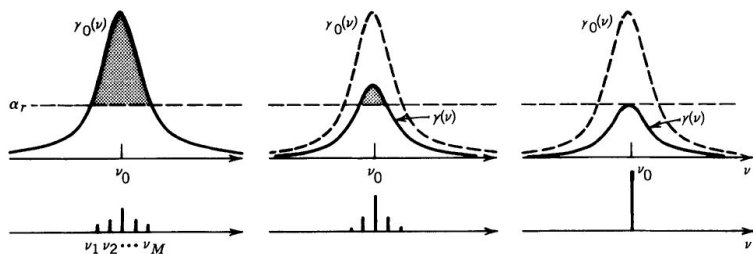
Jednotlivé kvantové soustavy mají **stejnou** rezonanční frekvenci  $\omega_{21}$ . Výsledný spektrální profil se shoduje se spektrem jedné KS.

## Nehomogenní rozšíření



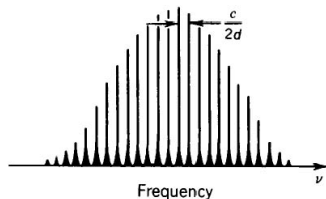
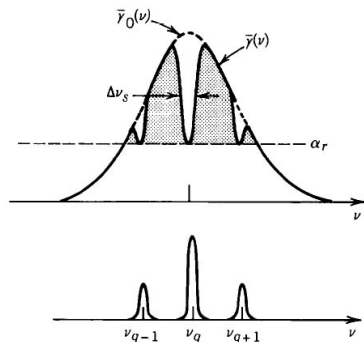
Jednotlivé kvantové soustavy mají **různé** rezonanční frekvence. Výsledný spektrální profil je superpozicí příspěvků od všech KS.

## Oscilace v prostředí s ideálním homogenním rozšířením



1. Bezprostředně po zahájení činnosti laseru začínají růst všechny módy s frekvencemi  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_N$ , pro něž koeficient zesílení převyšuje koeficient ztrát. Přitom nejrychleji rostou centrální módy
2. Během krátké doby dojde k saturaci zesílení, takže centrální módy nadále rostou, zatímco okrajové, pro něž jsou ztráty větší než zisk, jsou tlumené a případně zanikají
3. Nedochozí-li k vypalování prostorových děr, zůstane pouze jediný mod

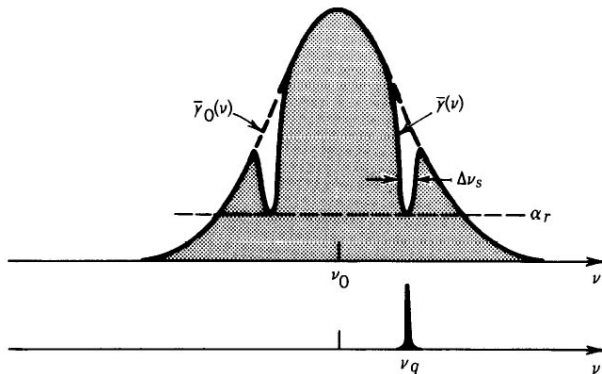
# Nehomogenní rozšíření spektrální čáry



1. Laserové oscilace nastávají v prostředí s nehomogenním rozšířením přechodu v každém módu, který nezávisle vypaluje zářez v celkovém spektrálním profilu zesílení
2. Zesílení jednoho módu prostředím neovlivňuje zesílení ostatních módů
3. Centrální módy využívají příspěvků většího počtu atomů a proto obsahují více fotonů než módy okrajové

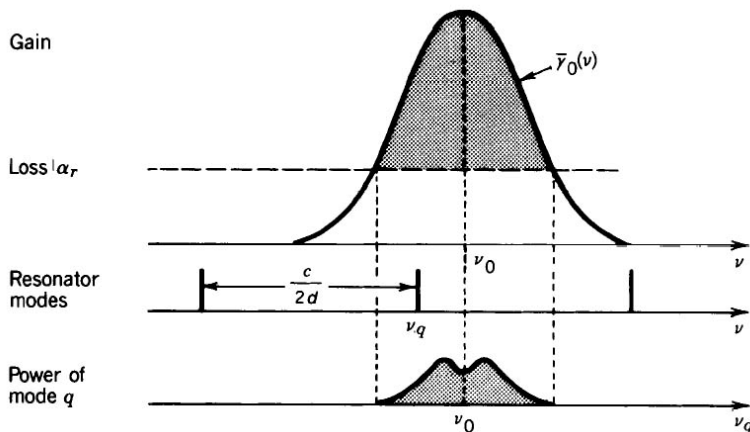


## Vypálení zářezů v prostředí s Dopplerovým rozšířením



Vlnění frekvence  $\nu_q$  saturuje obsazení atomů s rychlostmi  $v = \pm c(\nu_q/\nu_0 - 1)$  na obou stranách od centrální frekvence a vede k vypálení dvou zářezů v profilu zesílení.

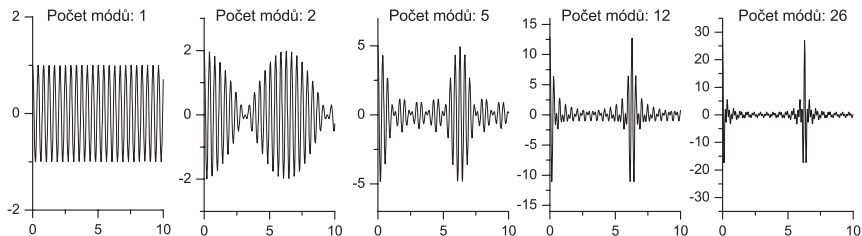
# Lambův zářez



Výkon jednomódového laseru o frekvenci  $\nu_q$  s dopplerovskými rozšířeným prostředím, jehož koeficient zesílení je rozložený okolo centrální frekvence  $\nu_0$ . Při frekvenci  $\nu_0 = \nu_q$  vykazuje místo maximálního výkonu Lambův zářez.

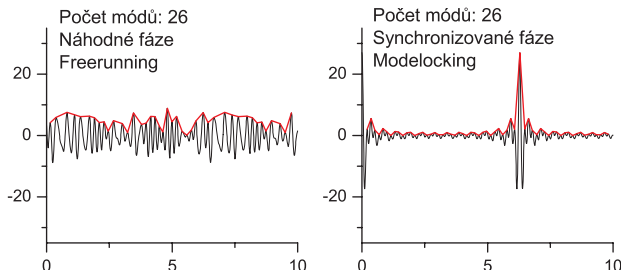
# Synchronizace módů – Modelocking

- ▶ Generace krátkých optických impulsů – Q-spínání – limitem délky impulsu je doba života fotonu v rezonátoru, což pro  $R = 90\%$  a  $L_{rez} = 1$  mm („mikročipový“ laser) dává teoreticky nejkratší impulsy cca 60 ps – **chceme kratší impulsy!**
- ▶ Generace ultrakrátkých impulsů – modelocking
- ▶ Princip spočívá v superpozici – konstruktivní interferenci – fázově synchronizovaných podélných módů rezonátoru vzájemně frekvenčně ekvidistantně posunutých o  $c/2L_{rez} \Rightarrow$  „rázy, zázněje“.



## Synchronizace módů – Modelocking

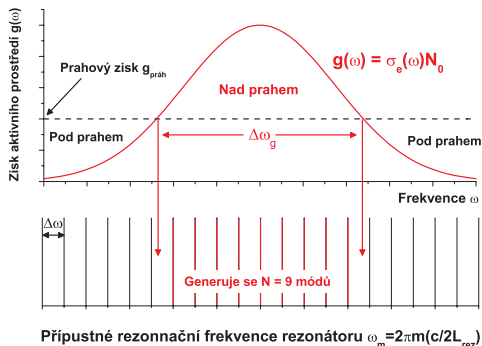
- ▶ Vzájemné sfázování jednotlivých módů je podstatné
- ▶ Při náhodném fázovém posuvu mezi módy je důsledkem superpozice chaotická obálka jejíž maximální výkon odpovídá v nejlepší případě prostému součtu středních výkonů jednotlivých módů – freerunning



- ▶ V závislosti na šířce pásma zesílení aktivního prostředí může počet podélných módů v rezonátoru dosahovat až mnoha desítek tisíc!
- ▶ *Jak je synchronizovat?*
- ▶ *Jaká bude délka impulsu?*

# Synchronizace módů – Modelocking

- ▶ Uvažuje rezonátor délky  $L_{rez}$  se zrcadly s reflexivitou  $R_1, R_2$ , ve kterém je vloženo aktivní prostředí se maximem zisku na frekvenci  $\omega_0$  a účinným průřezem pro stimulovanou emisi  $\sigma_e(\omega)$
- ▶ Jaké módy se budou generovat?



$$g_{práh} = \frac{1}{2L_{rez}} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

Přípustné rezonanční frekvence pro:

$$g(\omega) \geq g_{práh} \Rightarrow \Delta\omega_g$$

Vzdálenost rezonančních frekvencí:

$$\Delta\omega = 2\pi \frac{c}{2L_{rez}} = \frac{2\pi}{\tau_r}$$

Počet módů:

$$N = \frac{\text{šířka zisku nad prahem}}{\text{vzdálenost módů}} = \frac{\Delta\omega_g}{\Delta\omega}$$

- ▶ Pole  $n$ -tého módu:

$$E_n(z, t) = E_{n_0} \exp i[\omega_n t - k(\omega_n)z + \phi]$$

- ▶ Předpokládáme:

1. Všechny módy mají stejnou amplitudu  $E_{n_0}$
2. Zanedbáváme přitahování frekvencí  $k(\omega_n) \approx k$
3. Nad prahem jsou módy  $\omega_n$ , kde  $n \in (n_0 - N/2, n_0 + N/2)$
4. Frekvence přechodu v centru  $\omega_0 = \omega_{n_0}$

- ▶ Frekvence módů:

$$\omega_{n_0} = \omega_0$$

$$\omega_{n_0+1} = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega_{n_0-1} = \omega_0 - \Delta\omega$$

...

- ▶ Celkové pole:

$$E(z, t) = \sum_n E_n(z, t)$$

- ▶ Celkové pole:

$$E(z, t) = \sum_n E_n(z, t) = e^{i\omega_0 t} \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} A_k(z) e^{iq\Delta\omega t}$$

- ▶ Pár vzorečků:

$$\sum_{k=1}^n ag^{k-1} = \frac{a(g^n - 1)}{g - 1}$$

$$\sum_{q=-s}^s e^{iq\Delta\omega t} = \sum_{q=1}^s e^{i(q-1)\Delta\omega t} + \sum_{q=1}^s e^{-i(q-1)\Delta\omega t} + 1$$

- ▶ Trocha matematických úprav (DC 6.1), a dostaneme:

$$E(z, t) \approx e^{i\omega_0 t} \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\omega t}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)}$$

- ▶ Výstupní intenzita:

$$I \sim |E|^2 \approx \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\omega t}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)}$$

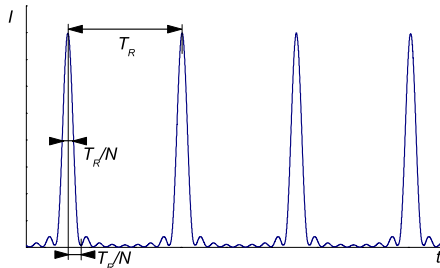
- ▶ Výkon je vyzařován z rezonátoru s periodou:

$$T_R = \frac{2L_{rez}}{c}$$

- ▶ Špičkový výkon je  $N$ -krát větší než střední výkon.
- ▶ Doba trvání jednoho impulsu:

$$T = \frac{T_R}{N}$$

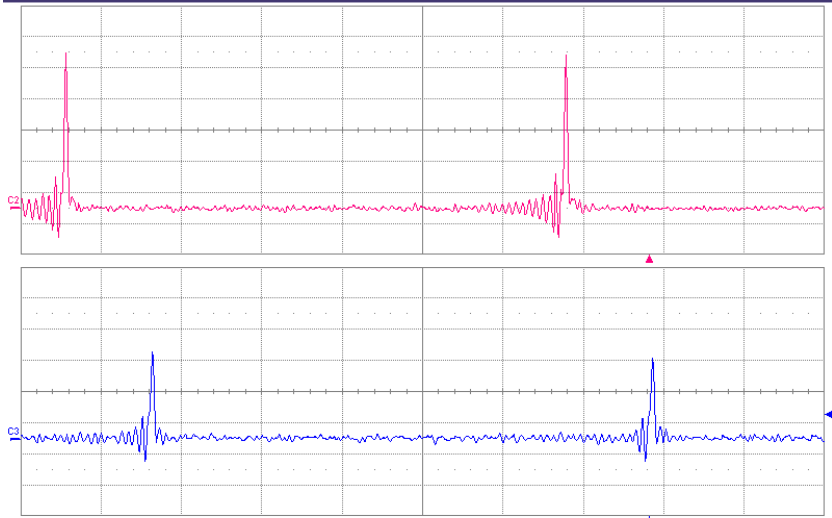
- ▶ Prostorová délka jednoho impulsu je  $N$ -krát menší, než dvojnásobek délky rezonátoru.





# Modelocking

File Vertical Timebase Trigger Display Cursors Measure Math Analysis Utilities Help



<b>C2</b>	<b>DC50</b>	<b>C3</b>	<b>DS50</b>
50.0 mV/div		200 mV/div	
-126.0 mV		-305.0 mV	

<b>Timebase</b>	5.64 ns	<b>Trigger</b>	<b>C0</b>
	2.00 ns/div	Stop	154 mV
800 S	40 GS/s	Edge	Positive

LeCroy

1.1.2002 4:01:41

- ▶ Šířka impulsů omezena jen šířkou pásma zesílení aktivního prostředí a disperzními vlastnostmi rezonátoru.
- ▶ Šířka pásma zesílení:

$$\chi''(\omega) = \frac{\frac{|d_{21}|^2 N_0}{\hbar \epsilon_0} \frac{1}{T_2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2}$$

- ▶ Maximální počet módů pro daný rezonátor:

$$N_{max} = \frac{\frac{1}{T_2}}{\frac{1}{T_R}} = \frac{T_R}{T_2} \Rightarrow$$

$$T_{min} = T_2$$

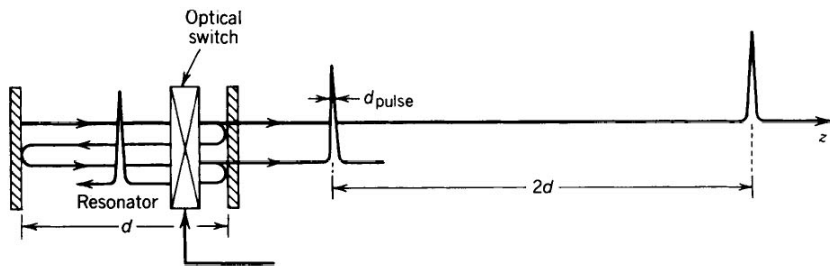
- ▶ *Pásmově limitovaný impuls* nazýváme impuls, v němž počet módů odpovídá pološířce čáry zesílení

**TABLE 14.3-2 Typical Observed Pulse Widths for a Number of Homogeneously (H) and Inhomogeneously (I) Broadened, Mode-Locked Lasers**

Laser Medium		Transition Linewidth <sup>a</sup> $\Delta\nu$	Calculated Pulse Width $\tau_{\text{pulse}} = 1/\Delta\nu$	Observed Pulse Width
Ti <sup>3+</sup> :Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	H	100 THz	10 fs	30 fs
Rhodamine-6G dye	H/I	5 THz	200 fs	500 fs
Nd <sup>3+</sup> :glass	I	3 THz	333 fs	500 fs
Er <sup>3+</sup> :silica fiber	H/I	4 THz	250 fs	7 ps
Ruby	H	60 GHz	16 ps	10 ps
Nd <sup>3+</sup> :YAG	H	120 GHz	8 ps	50 ps
Ar <sup>+</sup>	I	3.5 GHz	286 ps	150 ps
He-Ne	I	1.5 GHz	667 ps	600 ps
CO <sub>2</sub>	I	60 MHz	16 ns	20 ns

# Metody synchronizace impulsů

- ▶ Aktivní (akustooptická a elektrooptická závěrka)



- ▶ Pasivní (saturovatelný absorbér, nelineární zrcadlo, kerr-lens)
- ▶ Synchronizace střetem impulsů
- ▶ Kompenzace disperzního rozšíření impulsu

# Synchronizace módů s využitím Kerrovské čočky

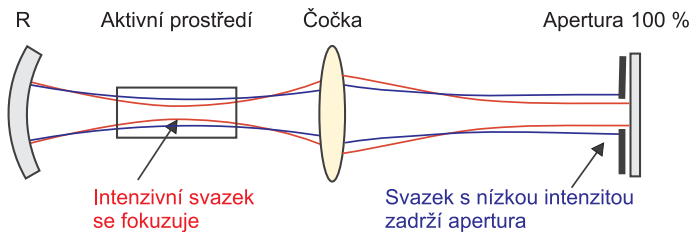
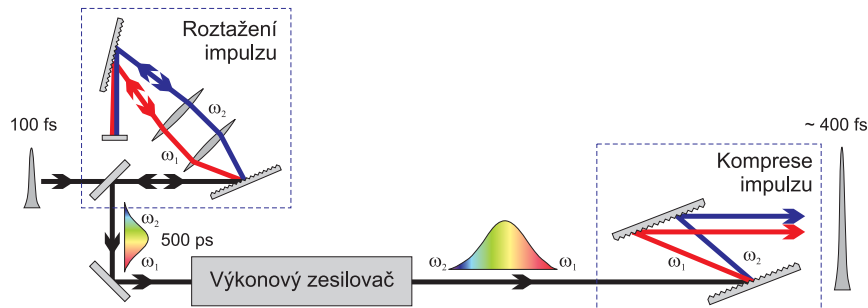


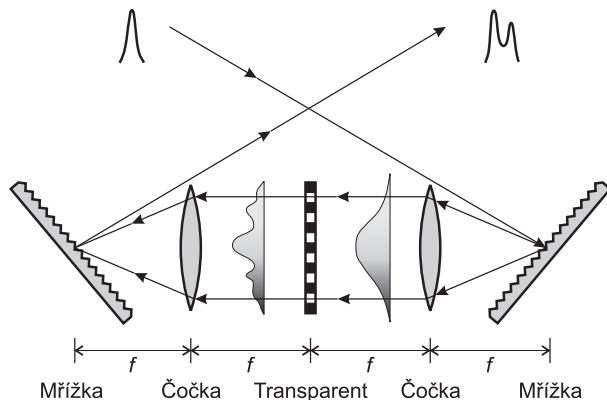
Schéma laseru využívajícího pro synchronizaci impulsů Kerrův jev v aktivním prostředí laseru

- ▶ Uspořádání zesilovače ultrakrátkých impulzů



- ▶ Aby nedošlo k poškození zesilovače, je zesilovaný impulz nejprve prodloužen – čerpován – a po zesílení opět komprimován ( $\omega_1 < \omega_2$ ).
- ▶ Pro expanzi i kompresi impulzu je možné použít systému difrakčních mřížek.






- ▶ Experimentální uspořádání aparatury pro tvarování impulsů



- ▶ Vstupující impuls je na mřížce spektrálně rozložen v prostoru.
- ▶ Po kolimaci je struktura spektra modifikována průchodem elektronicky řízeným transparentem (LCD)
- ▶ Impuls je složen do nového tvaru.

- ▶ Spektrum laserového záření – rezonátor & aktivní prostředí
  - ▶ Přitahování módů, disperze
  - ▶ Homogenní  $\times$  nehomogenní rozšíření
  - ▶ Vypalování spektrálních a prostorových zářezů
- ▶ Režim synchronizace módů – modelocking
  - ▶ Pásmově limitovaný impulz
- ▶ Příště: **KVANTOVÁ TEORIE LASERU**



-  SALEH, B. E. A. TEICH, M. C.: *Základy fotoniky - 3.díl*, Matfyzpress, Praha, 1995.
-  VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
-  VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
-  VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ulat/>
-  Přednášky: <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/>