

Fyzika laserů

Tlumená kvantová soustava – Pauliovy řídicí rovnice

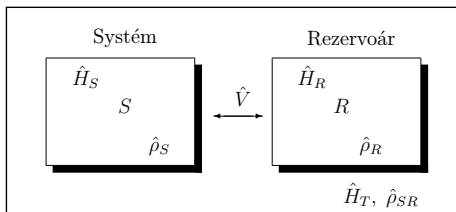
Jan Šulc

Katedra fyzikální elektroniky
České vysoké učení technické
jan.sulc@fifi.cvut.cz

9. března 2017

1. **Kvantová teorie tlumení, řídicí rovnice**
2. **Aplikace na „atom“, Pauliho rovnice**
3. Poloklasický popis interakce záření s látkou
4. Aplikace na šíření rezonančního záření prostředím
5. Aplikace na laser – kontinuální režim
6. Aplikace na laser – Q-spínání
7. Koherentní šíření impulzů
8. Další jevy v poloklasické aproximaci
9. Spektrum laseru a režim synchronizace módů
10. **Kvantová teorie laseru, F.-P. rovnice**
11. **F.-P. rovnice pro záření a atom**
12. **F.-P. rovnice pro laser**
13. **Statistické vlastnosti laserového záření**

Tlumený kvantový systém



- ▶ Uzavřený složený kvantový systém: $\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{V}$
- ▶ Systém (dynamická soustava) – konečný počet stupňů volnosti
- ▶ Rezervoár (tlumící soustava) – nekonečně spočetně mnoho s.v.,
- ▶ Evoluce celého uzavřeného systému – Liouvillova rovnice v interakční reprezentaci

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}_{SR}^I}{\partial t} = [\hat{V}^I(t - t_0), \hat{\rho}_{SR}^I]$$

- ▶ Řešení nestacionární poruchovou iterační metodou + řada zjednodušujících předpokladů \Rightarrow **ŘÍDÍCÍ ROVNICE**

Řídicí rovnice ve Schrödingerově reprezentaci

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^S(t)}{\partial t} \doteq \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_S, \hat{\rho}_S^S(t)] - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \times \\ \times \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\rho}_S^S(t) - \hat{Q}_j^S \hat{\rho}_S^S(t) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\rho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S - \hat{\rho}_S^S(t) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ji}^- \right\}$$

- ▶ $\hat{\rho}_S^S(t) = \text{Tr}_R \hat{\rho}_{SR}^S$ – redukovaný statistický operátor systému
- ▶ Rezervoár v termodynamické rovnováze – stacionární stav
- ▶ Předpokládáme *speciální tvar* interakčního hamiltoniánu $\hat{V} = \hbar \sum_i \hat{Q}_i \hat{F}_i$
 \hat{Q}_i – operátory systému, \hat{F}_i – operátory rezervoáru
- ▶ Předpokládáme *harmonickou* časovou závislost operátorů systému \hat{Q}_i
 ω_i – příslušné vlastní frekvence
- ▶ Omezujeme se na časové intervaly, kdy minimální krok výpočtu $\Delta t \gg \tau_c$, ω_i^{-1}
 τ_c – doba relaxace fluktuací rezervoáru – **Markovovská aproximace**
- ▶ w_{ij}^+ , w_{ji}^- – spektrální složky rezervoárových korelačních funkcí na frekvenci $\omega_{i,j}$

$$w_{ij}^+ = \int_0^\infty e^{i\omega_i \tau} \langle \hat{F}_i(\tau) \hat{F}_j \rangle_R d\tau, \quad w_{ji}^- = \int_0^\infty e^{i\omega_j \tau} \langle \hat{F}_j \hat{F}_i(\tau) \rangle_R d\tau$$

- ▶ Délka kroku $\Delta t \ll \gamma^{-1}$, γ – rychlost tlumení systému

- ▶ Konkrétní případ dynamického systému – **kvantová soustava** – prostorově lokalizovaný systém navzájem vázaných elementárních částic – „ATOM“
 - ▶ Stacionární stavy soustavy $|I\rangle$ (konfigurace)

$$\hat{H}_S |I\rangle = E_I |I\rangle, \quad \langle k|I\rangle = \delta_{kl}, \quad \sum_I |I\rangle \langle I| = \hat{1}$$

- ▶ Diskrétní spektrum energetických hladin $E_I, I = 1, 2, 3, \dots$
- ▶ Předpokládáme **nekvidistantní, nedegenerované** spektrum a středově symetrické stacionární stavy – $\langle I|\hat{d}|I\rangle = 0$
- ▶ Výměna energie s okolím probíhá po kvantech

$$\omega_{kl} = \frac{E_k - E_l}{\hbar}$$

- ▶ Tlumicí systém – mnohamódové elektromagnetické pole ve stavu termodynamické rovnováhy – **záření černého tělesa**
- ▶ Vzájemná interakce je dána působením elektromagnetického pole záření na indukovaný dipól atomu

$$\hat{V} = -\hat{d} \cdot \hat{\vec{E}}$$

- ▶ Budeme řešit interakci atomu s polem ve stavu termodynamické rovnováhy – najdeme konkrétní tvar členů v řídicí rovnici

Interakční hamiltonián

- ▶ Operátor elektrické intenzity mnohamódového elektromagnetického pole v dlouhovlnné aproximaci ($e^{\pm i\vec{k}\cdot\vec{r}} \cong 1$)

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = i \sum_{\lambda} \underbrace{\sqrt{\frac{\hbar\omega_{\lambda}}{2\epsilon_0 L^3}}}_{\kappa_{\lambda}} (\hat{b}_{\lambda} - \hat{b}_{\lambda}^{\dagger}) \vec{e}_{\lambda}$$

- ▶ Interakční hamiltonián (λ – módový index zahrnující \vec{k} a polarizaci)

$$\hat{V} = -\hat{\vec{d}} \cdot \hat{\vec{E}} = -i \sum_{\lambda} \kappa_{\lambda} (\hat{b}_{\lambda} - \hat{b}_{\lambda}^{\dagger}) (\vec{e}_{\lambda} \cdot \hat{\vec{d}})$$

- ▶ Rozvoj do vlastních stavů kvantové soustavy $|k\rangle, |l\rangle$

$$\hat{V} = \hat{1} \hat{V} \hat{1} = \sum_{k,l} |l\rangle \langle l| \hat{V} |k\rangle \langle k| = -i \sum_{k,l} \sum_{\lambda} \kappa_{\lambda} \underbrace{(\hat{b}_{\lambda} - \hat{b}_{\lambda}^{\dagger})}_{\text{pole}} (\vec{e}_{\lambda} \cdot \underbrace{|k\rangle \langle k| \hat{\vec{d}} |l\rangle \langle l|}_{\text{atom}})$$

$$\hat{V} = \hbar \sum_{k,l} \hat{f}_{kl} |k\rangle \langle l| \quad \text{kde} \quad \hat{f}_{kl} = -\frac{i}{\hbar} \sum_{\lambda} \kappa_{\lambda} (\hat{b}_{\lambda} - \hat{b}_{\lambda}^{\dagger}) (\vec{e}_{\lambda} \cdot \vec{d}_{kl})$$

$$\hat{V} = \hbar \sum_{k,l} \hat{f}_{kl} |k\rangle \langle l| \quad \Leftrightarrow \quad \hat{V} = \hbar \sum_i \hat{Q}_i \hat{F}_i$$

- Můžeme volit:

$$\begin{aligned} \hat{F}_i &\rightarrow \hat{F}_{kl} = \hat{f}_{kl} & \hat{F}_j &\rightarrow \hat{F}_{mn} = \hat{f}_{mn} \\ \hat{Q}_i^S &\rightarrow \hat{Q}_{kl}^S = |k\rangle \langle l| & \hat{Q}_j^S &\rightarrow \hat{Q}_{mn}^S = |m\rangle \langle n| \end{aligned}$$

- Přejdeme do interakční reprezentace – najdeme vlastní frekvence $|k\rangle \langle l|$

$$\begin{aligned} \hat{Q}'_{kl}(t) &= e^{(i/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)} |k\rangle \langle l| e^{-(i/\hbar)\hat{H}_S(t-t_0)} = \\ &= e^{(i/\hbar)(E_k - E_l)(t-t_0)} |k\rangle \langle l| = |k\rangle \langle l| e^{i\omega_{kl}(t-t_0)} = \hat{Q}_{kl}^S e^{i\omega_{kl}(t-t_0)} \\ \hat{f}'_{kl}(t) &= e^{(i/\hbar)\hat{H}_R(t-t_0)} \hat{f}_{kl} e^{-(i/\hbar)\hat{H}_R(t-t_0)} \end{aligned}$$

- Spektrální hustoty korelačních funkcí rezervoáru R (DC 1.6.)

$$\begin{aligned} w_{ij}^+ &\rightarrow w_{klmn}^+ = \int_0^\infty e^{i\omega_{kl}\tau} \langle \hat{f}_{kl}(\tau) \hat{f}_{mn} \rangle_R d\tau \\ w_{ji}^- &\rightarrow w_{mnlk}^- = \int_0^\infty e^{i\omega_{kl}\tau} \langle \hat{f}_{mn} \hat{f}_{kl}(\tau) \rangle_R d\tau \end{aligned}$$

$$w_{mnlk}^- = (w_{lknm}^+)^*$$

Řídící rovnice pro tlumenou kvantovou soustavu

- ▶ Vyjdeme z obecné řídicí rovnice v interakčním obraze

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^I}{\partial t} = - \sum_{i,j} \delta(\omega_i + \omega_j) \left\{ \left(\hat{Q}_i^S \hat{Q}_j^S \hat{\rho}_S^I(t_0) - \hat{Q}_j^S \hat{\rho}_S^I(t_0) \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^+ - \left(\hat{Q}_i^S \hat{\rho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S - \hat{\rho}_S^I(t_0) \hat{Q}_j^S \hat{Q}_i^S \right) w_{ij}^- \right\}$$

- ▶ Dosadíme za $\hat{Q}_i^S \rightarrow |k\rangle\langle l|$, $\hat{Q}_j^S \rightarrow |m\rangle\langle n|$, $w_{ij}^+ \rightarrow w_{klmn}^+$, $w_{ij}^- \rightarrow w_{mnlk}^-$

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^I}{\partial t} = - \sum_{k,l,m,n} \delta(\omega_{kl} + \omega_{mn}) \left\{ \left(\delta_{lm} |k\rangle\langle n| \hat{\rho}_S^I - |m\rangle\langle n| \hat{\rho}_S^I |k\rangle\langle l| \right) w_{klmn}^+ - \left(|k\rangle\langle l| \hat{\rho}_S^I |m\rangle\langle n| - \delta_{nk} \hat{\rho}_S^I |m\rangle\langle l| \right) w_{mnlk}^- \right\}$$

- ▶ Podmínka $\delta(\omega_{kl} + \omega_{mn}) = 1$, nebo-li $\omega_{kl} + \omega_{mn} = 0$, určuje přechody, které mohou přispívat k tlumení

$$E_k - E_l + E_m - E_n = 0$$

Řídící rovnice pro tlumenou kvantovou soustavu

$$E_k - E_l + E_m - E_n = 0$$

► Nekvadrantní nedegenerované spektrum energie. Podmínka (1) platí, jestliže

1. $k = n, l = m, k \neq l$
2. $k = l, m = n, k \neq m$
3. $k = l = m = n$

1. příspěvek ($w_{lk} = w_{kllk}^+ + w_{kllk}^-$ je vzhledem k $w_{mnkl}^- = (w_{klmn}^+)^*$ reálné číslo)

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^{l(1)}}{\partial t} = \sum_{k,l}' \left\{ |l\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |k\rangle \langle l| w_{lk} - |k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l w_{kllk}^+ - \hat{\rho}_S^l |k\rangle \langle k| w_{kllk}^- \right\} \quad (1)$$

2. příspěvek

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^{l(2)}}{\partial t} = \sum_{k,l}' |k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |l\rangle \langle l| (w_{llkk}^+ + w_{llkk}^-) \quad (2)$$

3. příspěvek

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}_S^{l(3)}}{\partial t} = \sum_m \left\{ \left(|m\rangle \langle m| \hat{\rho}_S^l |m\rangle \langle m| - |m\rangle \langle m| \hat{\rho}_S^l \right) w_{mmmm}^+ + \right. \\ \left. + \left(|m\rangle \langle m| \hat{\rho}_S^l |m\rangle \langle m| - \hat{\rho}_S^l |m\rangle \langle m| \right) w_{mmmm}^- \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

Řídicí rovnice pro tlumenou kvantovou soustavu

- ▶ Odvození 1. příspěvku – vyjdeme z rovnice

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^I}{\partial t} = - \sum_{k, l, m, n} \delta(\omega_{kl} + \omega_{mn}) \left\{ \left(\delta_{lm} |k\rangle \langle n| \hat{\rho}_S^I - |m\rangle \langle n| \hat{\rho}_S^I |k\rangle \langle l| \right) w_{klmn}^+ - \left(|k\rangle \langle l| \hat{\rho}_S^I |m\rangle \langle n| - \delta_{nk} \hat{\rho}_S^I |m\rangle \langle l| \right) w_{mnkl}^- \right\}$$

- ▶ Položíme $k = n$, $l = m$, přitom $k \neq l$ (čárkovaná suma – nesčítá se pro $l = k$)

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^{I(1)}}{\partial t} = - \sum'_{k, l} \left\{ |k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^I w_{kllk}^+ - |l\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^I |k\rangle \langle l| w_{kllk}^+ - |k\rangle \langle l| \hat{\rho}_S^I |k\rangle \langle k| w_{lkkk}^- + \hat{\rho}_S^I |l\rangle \langle l| w_{lkkk}^- \right\}$$

- ▶ Protože sčítáme přes všechny k, l , můžeme ve třetím členu zaměnit $k \leftrightarrow l$

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^{I(1)}}{\partial t} = \sum'_{k, l} \left\{ - |k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^I w_{kllk}^+ + |l\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^I |k\rangle \langle l| \underbrace{(w_{kllk}^+ + w_{lkkk}^-)}_{w_{lk}} - \hat{\rho}_S^I |l\rangle \langle l| w_{lkkk}^- \right\}$$

- ▶ Poscítáme příspěvky (1), (2) a (3) a dostaneme řídící rovnici tlumeného atomu v interakčním obraze (DC 1.7)

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S^l}{\partial t} = \sum_{k,l} \left\{ |l\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |k\rangle \langle l| w_{lk} - |k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l w_{kll}^+ - \hat{\rho}_S^l |k\rangle \langle k| w_{kll}^- \right\} +$$

$$+ \sum_{k,l}' |k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |l\rangle \langle l| (w_{llkk}^+ + w_{llkk}^-)$$

- ▶ Můžeme určit časový vývoj maticových elementů redukovaného statistického operátoru $\rho_{ji}^l = \langle j| \hat{\rho}_S^l |i\rangle$

$$\frac{\partial \rho_{ji}^l}{\partial t} = \sum_{k,l} \left\{ \langle j|l\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |k\rangle \langle l|i\rangle w_{lk} - \langle j|k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |i\rangle w_{kll}^+ - \langle j| \hat{\rho}_S^l |k\rangle \langle k|i\rangle w_{kll}^- \right\} +$$

$$+ \sum_{k,l}' \langle j|k\rangle \langle k| \hat{\rho}_S^l |l\rangle \langle l|i\rangle (w_{llkk}^+ + w_{llkk}^-)$$

- ▶ Využijeme ortogonalitu vlastních stavů $\langle k|l\rangle = \delta_{kl}$ a dostaneme **Pauliovy řídící rovnice** (DC 1.8)

$$\frac{\partial \rho_{ji}^l}{\partial t} = \delta_{ij} \sum_k' w_{ik} \rho_{kk}^l - \Gamma_{ij}^c \rho_{ji}^l, \quad \text{kde} \quad \Gamma_{ij}^c = \sum_l (w_{jjl}^+ + w_{llj}^-) - w_{ijj}^+ - w_{ijj}^-$$

- ▶ Interakční reprezentace

$$\frac{\partial \varrho_{ji}'}{\partial t} = \delta_{ij} \sum_k' w_{ik} \varrho_{kk}' - \Gamma_{ij}^c \varrho_{ji}'$$

- ▶ Schrödingerova reprezentace ($\varrho_{ij} = \langle i | \hat{\varrho}_S^S | j \rangle$) (DC 1.10)

$$\frac{\partial \varrho_{ji}}{\partial t} = \delta_{ij} \sum_k' w_{ik} \varrho_{kk} - (\Gamma_{ij}^c - i\omega_{ij}) \varrho_{ji}$$

- ▶ w_{ik} – pravděpodobnosti absorpce-emise fotonu $\hbar\omega_{ik}$ za sekundu

$$w_{ik} = w_{kii}^+ + (w_{kii}^+)^* = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega_{ki}t} \langle \hat{f}_{ki}(\tau) \hat{f}_{ik} \rangle_R d\tau$$

- ▶ Po dosazení a úpravách:

$$w_{ik} = \frac{2\pi}{\hbar\varepsilon_0 L^3} \sum_{\lambda} \omega_{\lambda} |\vec{e}_{\lambda} \cdot \vec{d}_{ik}|^2 \left(\underbrace{\bar{n}_{\lambda} \delta(\omega_{ki} + \omega_{\lambda})}_{\text{absorpce } (\omega_{ki} < 0)} + \underbrace{(\bar{n}_{\lambda} + 1) \delta(\omega_{ki} - \omega_{\lambda})}_{\text{stim. \& spont. emise } (\omega_{ki} > 0)} \right)$$

- ▶ Koeficienty Γ_{ij}^c

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}^c &= \sum_l (w_{ijl}^+ + w_{ill}^-) - w_{ijj}^+ - w_{ijj}^- = \\ &= \int_0^\infty d\tau \left\{ \sum_l \left[e^{i\omega_{jl}\tau} \langle \hat{f}_{jl}(\tau) \hat{f}_{lj} \rangle_R + e^{i\omega_{li}\tau} \langle \hat{f}_{li} \hat{f}_{il}(\tau) \rangle_R \right] - \langle \hat{f}_{ii}(\tau) \hat{f}_{jj} \rangle_R - \langle \hat{f}_{ii} \hat{f}_{jj}(\tau) \rangle_R \right\} \end{aligned}$$

- ▶ Výpočet asymetrického integrálu (Cauchyho int. ve smyslu vlastní hodnoty $\mathcal{P} \frac{1}{\Omega}$):

$$\int_0^\infty d\tau (e^{\pm i\Omega\tau}) = \pi\delta(\Omega) \pm i\mathcal{P} \frac{1}{\Omega} \quad \Rightarrow \quad \Gamma_{ij}^c = \Gamma_{ij} - i\Delta\omega_{ij}$$

- ▶ Koeficienty Γ_{ij}^c jsou obecně komplexní ($\Gamma_{ij}^c = \Gamma_{ji}^{c*}$).
- ▶ Reálná část Γ_{ij} představuje *tlumení*, imaginární $\Delta\omega_{ij}$ *posuv vlastní frekvence atomu* – **Lambův posuv**

$$\Delta\omega_{ij} = -\mathcal{P} \sum_{\{n\}, \{n'\}, l} \left\{ \frac{|\langle \{n\} | \hat{f}_{jl} | \{n'\} \rangle|^2}{\omega_{jl} + \sum_m \omega_m (n_m - n'_m)} + \frac{|\langle \{n\} | \hat{f}_{il} | \{n'\} \rangle|^2}{\omega_{li} - \sum_m \omega_m (n_m - n'_m)} \right\} \prod_m (1 - e^{-\frac{\hbar\omega_m}{kT}}) e^{-\frac{\hbar\omega_m n_m}{kT}}$$

- Koeficienty Γ_{ij} :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{ij} = & \underbrace{\pi \sum_{\{n\}, \{n'\}} |\langle \{n\} | \hat{f}_{ii} - \hat{f}_{jj} | \{n'\} \rangle|^2 \delta \left[\sum_m \omega_m (n_m - n'_m) \right]}_{\text{asymetrická část } \Gamma_{ij}^{ph} \approx 0} \left[\prod_m (1 - e^{-\frac{\hbar\omega_m}{kT}}) e^{-\frac{\hbar\omega_m n_m}{kT}} \right] + \\
 & + \underbrace{\frac{1}{2} \pi \sum_{\{n\}, \{n'\}, l \neq j} |\langle \{n\} | \hat{f}_{jl} | \{n'\} \rangle|^2 \delta \left[\omega_{jl} + \sum_m \omega_m (n_m - n'_m) \right]}_{\text{symetrická část } \Gamma_{ij} > 0} \left[\prod_m (1 - e^{-\frac{\hbar\omega_m}{kT}}) e^{-\frac{\hbar\omega_m n_m}{kT}} \right] + \\
 & + \underbrace{\frac{1}{2} \pi \sum_{\{n\}, \{n'\}, l \neq i} |\langle \{n\} | \hat{f}_{il} | \{n'\} \rangle|^2 \delta \left[\omega_{il} + \sum_m \omega_m (n_m - n'_m) \right]}_{\text{symetrická část } \Gamma_{ii} > 0} \left[\prod_m (1 - e^{-\frac{\hbar\omega_m}{kT}}) e^{-\frac{\hbar\omega_m n_m}{kT}} \right] \\
 \Gamma_{ij} = & \frac{1}{2} (\Gamma_i + \Gamma_j) + \Gamma_{ij}^{ph}, \quad \text{kde } \Gamma_i \equiv \Gamma_{ii} = \sum'_k w_{ki} > 0
 \end{aligned}$$

- Koeficienty Γ_{ii} udávají pravděpodobnost za sekundu, že atom přejde ze stavu $|i\rangle$ do libovolného jiného stavu.
- Pro interakce „prvního řádu“ $\Gamma_{ij}^{ph} = 0$.

- ▶ Pauliovy rovnice pro nediagonální a diagonální prvky matice hustoty

$$\frac{\partial \varrho_{ji}}{\partial t} = -(\Gamma_{ij} - i\omega'_{ij}) \varrho_{ji}, \quad i \neq j, \quad \omega'_{ij} = \omega_{ij} + \Delta\omega_{ij}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varrho_{ii}}{\partial t} = \sum_k' w_{ik} \varrho_{kk} - \Gamma_i \varrho_{ii}, \quad \text{neboť } \omega_{ii} = \Delta\omega_{ii} = 0. \quad (5)$$

- ▶ Řešení nezávislých rovnic (4) – vývoj pravděpodobnosti přechodů $i \rightleftharpoons j$

$$\varrho_{ji}(t) = \varrho_{ji}(0) \exp[-(\Gamma_{ij} - i\omega'_{ij})t] \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, \quad \text{protože } \Gamma_{ij} = \Gamma_{ji} > 0$$

- ▶ Řešení rovnic (5) – vývoj pravděpodobnosti obsazení hladin i . Stacionární řešení odpovídá *Boltzmannovu rozdělení* ($\beta = (kT)^{-1}$)

$$\varrho_{ii}^{SS} = \left[\sum_j e^{-\beta E_j} \right]^{-1} e^{-\beta E_i}$$

- ▶ Pro ustálený stav $\partial \varrho_{ii}^{SS} / \partial t = 0$ z rovnice (5) dostaneme:

$$\Gamma_i \varrho_{ii}^{SS} = \sum_k' w_{ik} \varrho_{kk}^{SS}$$

- ▶ Tedy:

$$\Gamma_i = \sum_k' w_{ki} = \sum_k' w_{ik} e^{-\beta(E_k - E_i)}$$

- ▶ Konkrétní aplikace řídicí rovnice – tlumená kvantová soustav – ATOM
- ▶ Popis ATOMU – vlastní stavy, vlastní energie, rezonanční frekvence

$$\hat{H}_S |I\rangle = E_I |I\rangle, \quad \langle k|I\rangle = \delta_{kl}, \quad \sum_I |I\rangle \langle I| = \hat{1}$$

- ▶ Dipólová interakce – operátor interakce

$$\hat{V} = -\hat{d} \cdot \hat{E}$$






- ▶ Výsledná řídicí rovnice

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}'_S}{\partial t} = \sum_{k,l} \left\{ |I\rangle \langle k| \hat{\rho}'_S |k\rangle \langle I| w_{lk} - |k\rangle \langle k| \hat{\rho}'_S w_{klk}^+ - \hat{\rho}'_S |k\rangle \langle k| w_{klk}^- \right\} + \\ + \sum'_{k,l} |k\rangle \langle k| \hat{\rho}'_S |l\rangle \langle l| (w_{llkk}^+ + w_{llkk}^-) \end{aligned}$$

- ▶ Pauliho rovnice

$$\frac{\partial \rho_{ji}}{\partial t} = \delta_{ij} \sum_k' w_{ik} \rho_{kk} - (\Gamma_{ij}^c - i\omega_{ij}) \rho_{ji}$$

- ▶ Cvičení: ME v Schrödingerově reprezentaci
- ▶ Příště: poloklasická teorie interakce tlumené kvantové soustavy s elmag. polem

-  VRBOVÁ M., ŠULC J.: *Interakce rezonančního záření s látkou*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 2006
-  LOUISELL, W. H.: *Quantum statistical properties of radiation*, John Wiley & Sons, New York, 1973
-  VRBOVÁ M. a kol.: *Lasery a moderní optika - Oborová encyklopedie*, Prometheus, Praha, 1994
-  VRBOVÁ M., JELÍNKOVÁ H., GAVRILOV P.: *Úvod do laserové techniky*, Skriptum FJFI ČVUT, Praha, 1994 <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/ulat/>
-  Přednášky: <http://people.fjfi.cvut.cz/sulcjan1/FLA/>