Matematická analýza 4

LS 2020/21, FJFI ČVUT

1. Cvičení - Kvadriky

• Kvadratický trojčlen: $f(x) = (Ax, x) - 2(b, x) + c$, kde $x, b \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $c \in \mathbb{R}$.
• Střed kvadratické funkce (střed kvadriky) je bod $s \in \mathbb{R}^n$ s vlastností:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n : f(s - x) = f(s + x).$$

• Existuje-li nějaký střed, je kvadrika *centrální*, jinak *necentrální*; S_f je množina středů.
• Hledáme transformaci souřadnic $x = s + Xy$ tak, aby tvar

$$f(x) = f(s+Xy) = (s+Xy)^T A(s+Xy) - 2b^T(s+Xy) + c = y^T(X^T AX)y + 2[X^T(As-b)]^T y + f(s)$$

byl co nejjednodušší.

V $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}^3$ se standardním skalárním součinem a standardní kanonickou bází jsou zadány následující kvadriky. Převeďte je na kanonický tvar a klasifikujte.

8.1:

$$5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0.$$

Řešení: Elipsa

8.2:

$$2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy + 2yz + 4x - 2y = 0.$$

Řešení: Válec

8.3:

$$2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy + 2yz + 4x + 2y + 2z - 2 = 0.$$

Řešení: Eliptický paraboloid

8.4:

$$x^2 + y^2 - z^2 + 2xy - 2z - 1 = 0.$$

Řešení: 2 roviny