

Teorie informace a náhodné procesy

Předmět SZZ NMS Aplikované matematicko-stochastické metody

Otázka č. 6:

Definice náhodného procesu, Kolmogorovova věta, konzistentní systém konečněrozměrných rozdělení, existence spojitě verze

- a) Uveďte definici náhodného procesu a několik důležitých příkladů
- b) Definujte konzistentní systém konečněrozměrných rozdělení, Daniell-Kolmogorovova existenční věta
- c) Kolmogorov-Čentsovova věta nebo Lévyho konstrukce Wienerova procesu

Materiály: [scan_2020_Kapitola_1.pdf](#), [scan_2020_Kapitola_5a.pdf](#) (str. 12-14), [scan_2020_Kapitola_5b.pdf](#) (str. 1)

Otázka č. 7:

Markovské procesy s diskrétním a spojitým časem, analýza prvního kroku, klasifikace stavů, limitní chování

- a) Markovské procesy s diskrétním časem, matice přechodu pravděpodobností, Markovské procesy se spojitým časem a matice $P(t)$, generátor
- b) Analýza prvního kroku pro pravděpodobnost absorpce i střední dobu návratu
- c) Klasifikace stavů (rekurentní, tranzitní (=přechodný)), limitní chování

Materiály: Přednáška Markovské procesy, vše jen stručně

Otázka č. 8:

Pojem limity, spojitosti a derivace náhodného procesu, integrál náhodného procesu, Wienerův proces, Poissonův proces

- a) Limita, spojitost a derivace náhodného procesu
- b) Proces s ortogonálními přírůstky, přírůstková funkce, definice $\int_0^t f(s)dW_s$
- c) Definujte Wienerův proces a uveďte základní vlastnosti (Markovská vlastnost, Gaussovský proces, autokovarianční funkce, vlastnosti trajektorií)
- d) Definujte Poissonův proces, uveďte základní vlastnosti

Materiály: scan38-57.pdf (str. 1-16), scan_stoch_der.pdf, scan_2020_Kapitola_2.pdf (str. 4-6), scan_2020_Kapitola_4.pdf (str. 4-6), scan_2020_Kapitola_5a.pdf (str. 8-9), scan_2020_Kapitola_5b.pdf (str. 2-5)

Otázka č. 9:

Silně a slabě stacionární procesy, ergodická věta pro slabě stacionární procesy, Karhunen-Loévyho věta, spektrální rozklad Wienerova procesu, Bochnerova věta, Herglotzovo lemma

- a) Ergodická věta pro slabě stacionární procesy
- b) Bochnerova věta, Herglotzovo lemma, slabě stacionární procesy
- c) Karhunen-Loévyho věta a spektrální rozklad pro Wienerův proces

Materiály: scan57_a.pdf, Herglotzova věta je spec. příklad Bochnerovy věty (https://en.wikipedia.org/wiki/Bochner%27s_theorem), scan38-57.pdf (str. 17-22)

Otázka č. 10:

Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce, pro Markovské procesy, Kolmogorovy diferenciální rovnice

- a) Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce (s odvozením)
- b) Hustota pravděpodobnosti přechodu, Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy procesy se spojitým časem
- c) Zpětná a dopředná Kolmogorova rovnice - jen znění

Materiály: scan58-k.pdf